

فصل ۱

قسمت دوم

قانون کولن



اجسام باردار به یکدیگر نیروی جاذبه و دافعه وارد می‌کنند که به آن نیروی الکتریکی می‌گویند. دانشمند فرانسوی، شارل آگوستین کولن با استفاده از یک ترازوی پیچشی، عوامل مؤثر بر نیروی بین دو جسم باردار کوچک را مشخص کرد. کولن با استفاده از ترازوی پیچشی مقابل عوامل را بررسی کرد. در دو سر میله‌ای نارسانا بار مثبت و یک قرص قرار داد و توسط سیم نازک آویزان کرد. یک گوی با بار منفی و هم‌اندازه با بار مثبت داخل استوانه برد و با توجه به مقدار چرخش میله نارسانا، نیروی وارد بر بار مثبت را تعیین کرد. نتیجه آزمایش کولن به‌صورت قانون بیان شد:

اگر دو بار q_1 و q_2 در فاصله r از یکدیگر قرار گیرند، مطابق شکل‌های زیر به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند:



(آ) نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی هم‌نام، رانشی است. (ب) نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی ناهم‌نام، ربایشی است.

F_{12} نیرویی است که بار q_1 به بار q_2 وارد می‌کند و F_{21} نیرویی است که بار q_2 به بار q_1 وارد می‌کند. در مورد جهت این نیروها به نکات زیر توجه کنید:

- (۱) این دو نیرو همیشه خلاف جهت هم هستند.
- (۲) راستای این دو نیرو در راستای خطی است که دو ذره را به هم متصل می‌کند.
- (۳) اندازه این دو نیرو همیشه با هم برابر است و از رابطه قانون کولن به‌صورت زیر به‌دست می‌آید.

تعریف قانون کولن: بزرگی نیروی الکتریکی ربایشی و رانشی بین دو ذره باردار q_1 و q_2 که در فاصله r از یکدیگر قرار دارند، با حاصل ضرب اندازه بار دو ذره نسبت مستقیم و با مجذور فاصله بین دو ذره از هم، نسبت وارون دارد:

$$\left. \begin{array}{l} F_{12} = F_{21} = F \\ \text{قانون سوم نیوتون} \\ F \propto \frac{1}{r^2} \end{array} \right\} \Rightarrow F \propto \frac{|q_1| \times |q_2|}{r^2} \Rightarrow \mathbf{F} = k \frac{|q_1| \times |q_2|}{r^2}$$

q_1 و q_2 : بار دو جسم بر حسب کولن (C)، r : فاصله بین دو ذره بر حسب متر (m)

k : ثابت کولن بر حسب $\frac{N.m^2}{C^2}$ ($k = 1/189 \times 10^9 = 9 \times 10^9$)

ضریب k را بر حسب ضریب ثابت دیگری به نام ϵ_0 (ضریب گذردهی الکتریکی خلأ) بیان می‌کنند.

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}, \epsilon_0 = 1/189 \times 10^{-12} \frac{C^2}{N.m^2}$$

مثال

دو ذره $q_1 = +3\mu C$ و $q_2 = -6\mu C$ در فاصله 30cm از یکدیگر ثابت شده‌اند.

(آ) اندازه نیرویی که ذره q_1 به q_2 وارد می‌کند، بزرگ‌تر است یا اندازه نیرویی که q_2 به q_1 وارد می‌کند؟

(ب) نیرویی که این دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند را محاسبه کنید.

پاسخ: (آ) طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که دو ذره به یکدیگر وارد می‌کنند با هم برابر است: $F_{12} = F_{21}$

(ب) از قانون کولن استفاده می‌کنیم:

$$F = k \frac{|q_1| \times |q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{3 \times 10^{-6} \times 6 \times 10^{-6}}{(30)^2 \times 10^{-4}} = 1/8 N$$

تست

دو بار نقطه‌ای q و $5q$ در فاصله r از یکدیگر ثابت شده‌اند. اگر بزرگی نیرویی که بار q به بار $5q$ وارد می‌کند برابر F باشد، بزرگی نیرویی که بار $5q$ به بار q وارد می‌کند چند F است؟

- (۱) F (۲) $3F$ (۳) $5F$ (۴) $6F$

پاسخ: طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که دو ذره باردار به هم وارد می‌کنند هم‌اندازه هستند، بنابراین گزینه (۱) درست است.

تست

دو ذره باردار q_1 و q_2 در محل خود ثابت شده‌اند. اگر \vec{F}_{21} در جهت شمال شرق باشد، \vec{F}_{12} در کدام جهت است؟

- (۱) شمال شرق (۲) جنوب غرب (۳) شمال غرب (۴) جنوب شرق

پاسخ: طبق قانون سوم جهت نیروها خلاف یکدیگر است، بنابراین اگر یکی از نیروها در جهت شمال شرق باشد، نیروی دیگر در جهت جنوب غرب است. بنابراین گزینه (۲) درست است.

تست

دو ذره باردار در محل خود ثابت شده‌اند. اگر $\vec{F}_{12} = 6\vec{i} - 7\vec{j}$ باشد، \vec{F}_{21} کدام است؟

- (۱) $6\vec{i} - 7\vec{j}$ (۲) $-6\vec{i} + 7\vec{j}$ (۳) $-6\vec{i} - 7\vec{j}$ (۴) $6\vec{i} + 7\vec{j}$

پاسخ: طبق قانون سوم نیوتون نیروها خلاف جهت هستند.

گزینه (۲) درست است. $\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12} = -(6\vec{i} - 7\vec{j}) = -6\vec{i} + 7\vec{j}$

نکته طبق رابطه قانون کولن اگر فاصله بین دو بار الکتریکی n برابر شود، نیرو $\frac{1}{n^2}$ برابر می‌شود و اگر یکی از بارها n برابر شود، نیرو نیز n برابر می‌شود.

مسئله

در هر یک از حالت‌های زیر، نیروی بین دو ذره باردار چند برابر می‌شود؟

(آ) فاصله بارها دو برابر شود.

(ب) فاصله بارها نصف شود.

(مثلاً: امتحان نهایی)

(ت) اندازه هر یک از بارها دو برابر شود.

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

پاسخ: (آ) طبق قانون کولن، نیرو با مجذور فاصله رابطه عکس دارد.

بنابراین:

$$F \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{r_2=2r_1} \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

اگر فاصله دو بار دو برابر شود، نیرو $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود یا:

$$F \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \xrightarrow{r_2=\frac{1}{2}r_1} \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right)^2 = 4$$

(ب) اگر فاصله نصف شود، نیرو ۴ برابر می‌شود یا:

$$F \propto |q_1| |q_2| \xrightarrow{\text{اندازه } q_1 \text{ دو برابر، اندازه } q_2 \text{ ثابت}} F \propto |q_1| \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{2|q_1|}{|q_1|} = 2$$

(پ)

$$F \propto |q_1| |q_2| \xrightarrow{\text{اندازه } q_1 \text{ و } q_2 \text{ دو برابر شده‌اند}} \frac{F_2}{F_1} = \frac{2|q_1| \times 2|q_2|}{|q_1| |q_2|} = 4$$

(ت)

توجه رابطه قانون کولن برای نیروی بین دو ذره باردار است. محاسبه نیروی الکتریکی بین دو جسم باردار بزرگ نیاز به ریاضیات پیشرفته‌تری دارد. در مسائل و تست‌ها فرض بر این است که می‌توانید دو جسم را مانند دو ذره در نظر بگیرید.

تست

دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصله معین بر هم نیرو وارد می‌کنند. اگر اندازه یکی از بارها دو برابر شود، فاصله بین دو بار را چند برابر کنیم تا نیروی کولنی بین آن‌ها تغییر نکند؟

- (۱) $\sqrt{2}$ برابر (۲) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ برابر (۳) ۲ برابر (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ برابر

پاسخ:

$$\begin{cases} F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \\ F' = k \frac{2|q_1| |q_2|}{r'^2} \end{cases}, F = F' \Rightarrow k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} = k \frac{2|q_1| |q_2|}{r'^2} \Rightarrow \frac{1}{r^2} = \frac{2}{r'^2} \Rightarrow \frac{r'}{r} = \sqrt{2} \Rightarrow$$

گزینه (۱) درست است.

مسئله

دو بار هم‌اندازه q روی دو کره فلزی مشابه در فاصله معینی از یکدیگر قرار دارند. اگر نیمی از بار یکی را برداشته و به دیگری اضافه کنیم، نیروی الکتریکی بین دو بار در همان فاصله، در هر یک از حالات زیر چند برابر می‌شود؟
(آ) بارها هم‌نام باشند. (ب) بارها ناهم‌نام باشند.

$$\frac{F'}{F} = \frac{k \frac{|\frac{1}{2}q| |\frac{3}{2}q|}{r^2}}{k \frac{|q| |q|}{r^2}} = \frac{3}{4}$$

پاسخ: (آ) اگر بارها هم‌نام باشند، بار ذره اول به $\frac{1}{2}q$ و بار ذره دوم به $\frac{3}{2}q$ می‌رسد.

(ب) اگر بارها ناهم‌نام باشند و نیمی از بار اول را برداریم، آن‌گاه بار آن به $\frac{1}{2}q$ می‌رسد و اگر این نصف بار را به بار دوم اضافه کنیم، با توجه به ناهم‌نام بودن بارها، نصف بار دوم خنثی می‌شود و بار دوم نیز از نظر مقدار به $\frac{1}{2}q$ می‌رسد.

$$q_1 = \frac{1}{2}q, q_2 = -\frac{1}{2}q \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{k \frac{|\frac{1}{2}q| |\frac{1}{2}q|}{r^2}}{k \frac{|q| |q|}{r^2}} = \frac{1}{4}$$

تست

دو کره فلزی یکسان که روی دو پایه عایق قرار دارند، دارای بار الکتریکی $q_1 = +12 \mu C$ و $q_2 = -2 \mu C$ می‌باشند. اگر این دو کره را با هم تماس داده و سپس از هم جدا کنیم و در همان فاصله قبل قرار دهیم، نیروی بین آن‌ها چند برابر می‌شود؟

گزینه (۱) $\frac{25}{24}$ (۲) $\frac{25}{24}$ (۳) $\frac{1}{25}$ (۴) $\frac{24}{25}$

$$q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{12 + (-2)}{2} = +5 \mu C$$

پاسخ: با توجه به یکسان بودن کره‌ها، بار جدید کره‌ها به صورت مقابل به دست می‌آید:

گزینه (۲) درست است. $\Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|q_1'| \times |q_2'|}{|q_1| \times |q_2|} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^2 = \frac{5 \times 5}{12 \times 2} \times 1 = \frac{25}{24}$ قدر مطلق

تست

دو کره هم‌اندازه، بارهای $q_1 = -10 nC$ و $q_2 = -12 nC$ دارند. تقریباً چند درصد از بار کره دوم را به کره اول منتقل کنیم تا نیروی بین آن‌ها بیشینه شود؟

گزینه (۱) $8/33$ (۲) 10 (۳) $12/3$ (۴) $91/67$

$$q' = \frac{q_1 + q_2}{2} = \frac{-10 + (-12)}{2} = -11 nC$$

پاسخ: برای این‌که نیروی بین کره‌ها بیشینه شود، باید بار کره‌ها هم‌اندازه و برابر $-11 nC$ شود.

بنابراین باید $-1 nC$ بار از کره دوم به کره اول منتقل شود که به صورت درصد باید محاسبه گردد.

گزینه (۱) درست است. $\Rightarrow \left(\frac{-1}{-12}\right) \times 100 = \frac{100}{12} = \frac{25}{3} = 8/33$

نکته: یک کولن بار الکتریکی ساکن، مقدار بار بسیار زیادی می‌باشد. در مثال زیر این موضوع را درک خواهید کرد.

مسئله

دو کره رسانای بزرگ در فاصله یک متری از هم قرار دارند و به هر کدام از آن‌ها بار $+1 C$ داده‌ایم. برای این‌که کره بالایی در همان فاصله یک متری باقی بماند، چند انسان 100 کیلوگرمی باید روی کره بالایی



بایستند؟ از وزن کره‌ها صرف نظر کنید. $(g = 10 \frac{N}{kg}, k = 9 \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2})$

پاسخ: باید وزن انسان‌ها، نیروی F را خنثی کند، بنابراین:

$$F = mg \times N \Rightarrow k \frac{q_1 q_2}{r^2} = mg \times N \Rightarrow 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 1}{1^2} = 1000 \times N \Rightarrow N = 9 \times 10^6$$

تعداد انسان‌ها

توجه: امکان قراردادن بار یک کولن روی یک کره وجود ندارد.

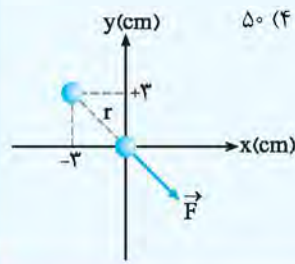
نکته STP: اگر بارها بر حسب μC و فاصله بر حسب سانتی‌متر باشد، می‌توان تمام توان‌ها را با هم ساده کرد و رابطه را به صورت زیر با همان

$$F = 90 \frac{\mu C \mu C}{cm^2}$$

یکای μC و cm قرار داد.

تست

دو بار الکتریکی هم اندازه $+2\mu\text{C}$ یکی در مبدأ مختصات و دیگری در مکان $(-3\text{cm}, +3\text{cm})$ قرار دارند. نیروی وارد بر ذره‌ای که در مبدأ مختصات قرار دارد، چند نیوتون است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2})$



۵۰ (۴)

۴۰ (۳)

۳۰ (۲)

۲۰ (۱)

پاسخ: فاصله بین دو ذره را از رابطه فیثاغورس به دست می‌آوریم:

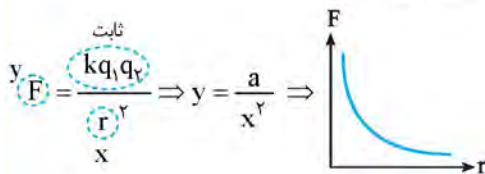
$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} \text{ cm}$$

طبق نکته STP، محاسبات را انجام می‌دهیم:

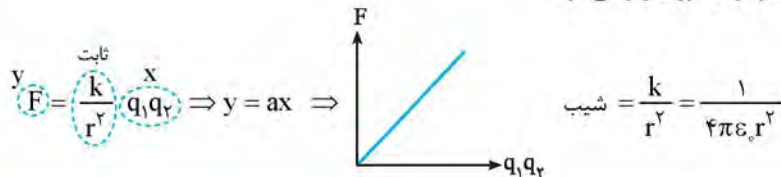
$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = 90 \times \frac{2 \times 2}{(3\sqrt{2})^2} = \frac{90 \times 4}{18} = 20 \text{ N} \Rightarrow \text{گزینه (۱) درست است.}$$

نمودارهای مربوط به قانون کولن ویژه علاقمندان

در این قسمت نمودار نیرو بر حسب فاصله بارها و نیرو بر حسب حاصل ضرب دو بار را رسم می‌کنیم. در رسم نمودارها از فرمول کولن کمک می‌گیریم: (ا) اگر مقدار بارها ثابت باشند و فقط فاصله بارها تغییر کند، نمودار نیرو بر حسب فاصله مطابق شکل زیر می‌شود:

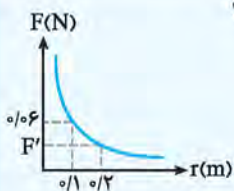


(ب) اگر فاصله بین دو بار ثابت باشد و اندازه بارها تغییر کند، نمودار به صورت زیر می‌شود:



تست

نمودار نیروی بین دو ذره باردار بر حسب فاصله بین آن‌ها به صورت مقابل است. مقدار F' چند نیوتون است؟



۰/۰۱ (۱)

۰/۰۱۵ (۲)

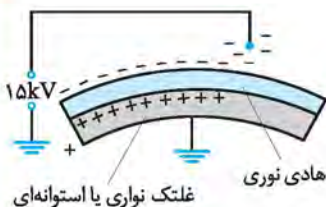
۰/۰۳ (۳)

۰/۰۴۵ (۴)

پاسخ: طبق نمودار، فاصله از 0.1m به 0.2m رسیده است، یعنی فاصله دو برابر شده است، بنابراین نیرو $\frac{1}{4}$ برابر می‌شود.

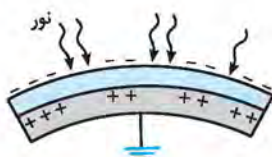
$$F' = \frac{1}{4} \times 0.06 = 0.015 \Rightarrow \text{گزینه (۲) درست است.}$$

روش کار دستگاه کپی



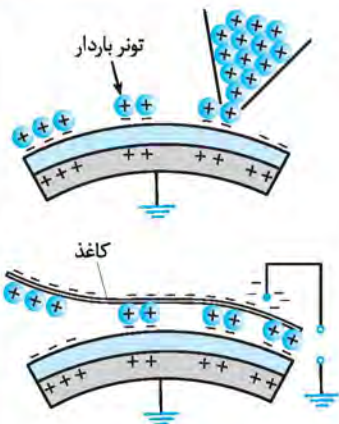
اساس کار دستگاه کپی باردار شدن و نیروی بین اجسام باردار است.

دستگاه کپی شامل استوانه‌ای است که به آن درام می‌گویند و مطابق شکل آن را به صورت مثبت باردار می‌کنند. سطح استوانه با روکش رسانا پوشانده شده است که آن را به صورت ناهم‌نام با درام یعنی منفی باردار می‌کنند.



هنگامی که برگه را روی سطح شیشه‌ای دستگاه قرار می‌دهند، نور شدیدی به آن تابانده می‌شود. قسمت‌های سفید رنگ کاغذ، نور را بازتاب می‌کنند ولی قسمت‌های تیره رنگ که شامل نوشته یا تصویر هستند، تقریباً بازتاب ناچیزی دارند. نورهای بازتاب شده پس از برخورد با بخش رسانای روی غلتک باعث خنثی شدن بار آن قسمت‌ها می‌شوند.

در مرحله بعد، پودر باردار را از روی غلتک عبور می‌دهند که جذب قسمت‌های باردار می‌شوند.



در مرحله آخر، کاغذ سفید که به‌صورت ناهم‌نام با پودر سیاه، باردار شده است را از روی آن عبور می‌دهند تا پودر سیاه را جذب می‌کند.

ترکیب مسائل نیرو با حرکت شناسی

با رابطه $F = ma$ آشنا شده‌اید؛ در این رابطه، نیروی F ممکن است نیروی الکتریکی باشد. بنابراین اگر نیرو از جنس الکتریکی باشد، باز هم می‌توانید از فرمول نیوتون استفاده کرده و شتاب حرکت ذره را به‌دست آورید.

مثال

دو جسم کوچک رسانا و باردار با جرم یکسان $۲g$ حامل بارهای $+۱۰\mu C$ هستند و در فاصله $۳۰cm$ از یکدیگر نگه داشته شده‌اند؛ اگر در این حالت رها شوند، شتاب ناشی از نیروی الکتریکی، بلافاصله پس از رها شدن چند m/s^2 می‌شود؟ ($k = ۹ \times 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$)

پاسخ: ابتدا نیروی بین دو جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{900 \times 10^{-4}} = 10 N$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{10}{2 \times 10^{-3}} = 5 \times 10^3 m/s^2$$

حال از رابطه نیوتون استفاده می‌کنیم تا شتاب را به‌دست آوریم:

تست

دو جسم باردار با بارهای $q_1 = 4q_2$ و جرم‌های $m_1 = 4m_2$ در فاصله کمی از یکدیگر نگه داشته شده‌اند. اگر تنها نیروی وارد بر این دو جسم نیروی الکتریکی آن‌ها به یکدیگر باشد، شتاب جسم دوم چند برابر شتاب جسم اول می‌شود؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) ۴

پاسخ: نیروی الکتریکی که دو جسم به یکدیگر وارد می‌کنند، هم‌اندازه است، بنابراین رابطه $q_2 = 4q_1$ نکته انحرافی تست است.

شتاب با جرم رابطه عکس دارد:

$$a = \frac{F}{m} \rightarrow \frac{F}{a_2} = \frac{m_1}{m_2} = \frac{m_1}{4m_2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \text{گزینه (۳) درست است.}$$

تست

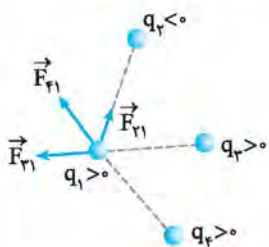
دو ذره باردار هم‌نام و کوچک را در فاصله معینی از یکدیگر رها می‌کنیم. اگر تنها نیروی وارد به آن‌ها، نیروی الکتریکی باشد، شتاب آن‌ها چگونه تغییر می‌کند؟

- ۱) به‌طور پیوسته کاهش می‌یابد. ۲) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
۳) ابتدا کاهش و سپس شتاب صفر می‌شود. ۴) ابتدا کاهش و سپس ثابت می‌شود.

پاسخ: نیروی بین دو ذره هم‌نام دافعه است، بنابراین با گذشت زمان فاصله بین ذره‌ها افزایش و اندازه نیروی الکتریکی کاهش می‌یابد. طبق رابطه $a = \frac{F}{m}$ ، با کاهش F ، اندازه شتاب نیز کاهش می‌یابد. بنابراین گزینه (۱) درست است.

توجه: اگر دو ذره ناهم‌نام بودند، با گذشت زمان فاصله بین دو ذره کاهش و اندازه نیرو افزایش می‌یافت و شتاب به‌طور پیوسته افزایش می‌یافت.

بر هم نهی نیروهای الکتروستاتیکی



آزمایش نشان می‌دهد اگر تعدادی ذره در یک فضا قرار داشته باشند، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره، برآیند نیروهایی است که هر یک از ذره‌ها در غیاب سایر ذره‌ها، بر آن ذره وارد می‌کنند. به‌عنوان مثال، اگر چند ذره مطابق شکل قرار داشته باشند، نیروهای وارد بر بار q_1 را مطابق شکل رسم کرده و سپس برآیندگیری می‌کنیم؛ موضوع بیان‌شده را اصل برهم‌نهی نیروهای کولنی می‌گویند.

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} + \vec{F}_{41}$$

مراحل استفاده از اصل برهم‌نهی

(۱) مطابق شکل قبل نیروهای وارد بر ذره مورد نظر را طوری رسم کنید که ابتدای هر کدام از نیروها، روی ذره مورد نظر باشد.

(۲) اندازه هر یک از نیروها را با استفاده از رابطه کولن محاسبه کنید.

(۳) بردار نیروی خالص (نیروی برآیند) را رسم کنید. با توجه به جهت نیروها، اندازه بردار برآیند را به دست آورید.

انواع سؤال‌های اصل برهم‌نهی: سؤال‌های مربوط به اصل برهم‌نهی به سه دسته کلی تقسیم می‌شوند:

(۱) ذره‌ها روی یک خط باشند. (۲) ذره‌ها در صفحه باشند به طوری که روی یک خط نباشند. (۳) ذره‌ها به صورت سه‌بعدی نسبت به هم قرار داشته باشند.

در کتاب درسی حالت (۱) و حالت (۲) فقط برای کنج قائم بررسی شده است.

حالت اول: ذره‌ها روی یک خط باشند.

در این حالت راستای نیروی بین ذره‌ها، هم‌راستا با خطی است که ذره‌ها روی آن قرار دارند. بنابراین نیروهای وارد بر هر ذره با هم هم‌جهت یا خلاف جهت هستند یعنی در هنگام برآیندگیری به ترتیب نیروها با هم جمع یا از هم کم می‌شوند.

توجه اگر نیروها در راستای محور x باشند، می‌توان آن‌ها را بر حسب بردار بیکه \hat{i} و اگر نیروها در راستای محور y باشند، می‌توان آن‌ها را بر حسب بردار بیکه \hat{j} نوشت.

مثال

سه ذره $q_1 = +2.5 \mu\text{C}$ ، $q_2 = -1.0 \mu\text{C}$ و $q_3 = +4.0 \mu\text{C}$ مطابق شکل در محل خود ثابت شده‌اند. نیروی وارد بر بار q_3 چند نیوتون و در کدام جهت است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

پاسخ: نیروی وارد بر q_3 برابر است با برآیند نیروهای وارد بر q_3 از طرف q_1 و q_2 در غیاب بار دیگر. بنابراین باید F_{13} (نیروی که بار q_1 به q_3 وارد می‌کند) و F_{23} را جداگانه محاسبه کنیم:

$$F_{13} = k \frac{q_1 q_3}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2.5 \times 10^{-6} \times 4.0 \times 10^{-6}}{(6)^2 \times 10^{-4}} = \frac{9 \times 10^{-3}}{36 \times 10^{-4}} = \frac{1}{4} \times 10^2 = 25 \text{ N}$$

$$F_{23} = k \frac{q_2 \times |q_3|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{4.0 \times 10^{-6} \times 1.0 \times 10^{-6}}{(2)^2 \times 10^{-4}} = \frac{9 \times 4 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-4}} = 90 \text{ N}$$

با توجه به علامت بارها، جهت نیروهای F_{13} و F_{23} را تعیین می‌کنیم:



$$\vec{F}_T = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23}$$

$$F_T = F_{23} - F_{13} = 90 - 25 = 65 \text{ N}$$

با توجه به این‌که دو نیرو در خلاف جهت هم هستند، باید آن‌ها را از هم کم کنیم:

$F_{23} > F_{13}$ است، بنابراین \vec{F}_T هم‌جهت با \vec{F}_{23} و به سمت چپ خواهد شد.

مثال

مثال قبل را بر حسب بردارهای بیکه بنویسید.

$$\vec{F}_{13} = +25 \hat{i}, \vec{F}_{23} = -90 \hat{i}$$

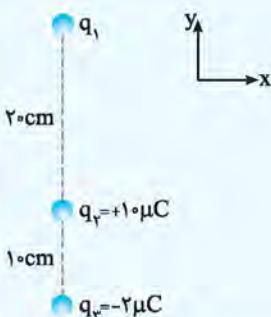
$$\vec{F}_T = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} = 25 \hat{i} + (-90 \hat{i}) = -65 \hat{i}$$

پاسخ: \vec{F}_{13} به سمت راست و \vec{F}_{23} به سمت چپ است.

حال نیروی برآیند را محاسبه می‌کنیم:

یعنی اندازه نیرو 65 N و به سمت خلاف جهت محور x است.

تست



مطابق شکل سه ذره باردار در محل خود روی محور y ثابت شده‌اند. بار q_1 چند میکروکولن باشد تا برآیند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر \vec{j} در SI باشد؟

$$(k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2})$$

$$-60 \text{ (2)}$$

$$-120 \text{ (4)}$$

$$+60 \text{ (1)}$$

$$+120 \text{ (3)}$$

پاسخ: نیرویی که بار q_2 به q_3 وارد می‌کند، جاذبه و رو به بالا است:

$$F_{23} = k \frac{|q_2||q_3|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{10 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{(10)^2 \times 10^{-4}} = 18 \text{ N} \Rightarrow \vec{F}_{23} = +18 \hat{j}$$

برای این‌که نیروی برآیند 6 N و به سمت پایین شود باید F_{13} برابر 24 N و به سمت پایین باشد. به همین علت q_1 باید با q_3 هم‌نام باشد. می‌توان این نتیجه را به صورت برداری نیز به دست آورد:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{13} + \vec{F}_{23} \Rightarrow -6 \hat{j} = \vec{F}_{13} + 18 \hat{j} \Rightarrow \vec{F}_{13} = -24 \hat{j}$$

$$F_{13} = k \frac{|q_1||q_3|}{r^2} \Rightarrow 24 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_1| \times 2 \times 10^{-6}}{(30)^2 \times 10^{-4}} \Rightarrow |q_1| = 12 \times 10^{-5} \text{ C} = 120 \mu\text{C} \xrightarrow{q_1 < 0} q_1 = -120 \mu\text{C} \Rightarrow \text{گزینه (۴) درست است.}$$

تست

بارهای مشابه q در فاصله d به یکدیگر نیرویی به بزرگی F وارد می‌کنند. در شکل زیر بزرگی برآیند نیروهای وارد بر بار q کدام است؟



- (۲) $2F$
- (۴) $\frac{5}{2}F$

- (۱) $\frac{1}{2}F$
- (۳) $\frac{2}{3}F$

پاسخ: ابتدا با توجه به علامت بارها، جهت نیروها را رسم می‌کنیم.



طبق متن سؤال نیروی F به صورت مقابل می‌باشد:

طبق شکل F_{AB} و F_{CB} را محاسبه می‌کنیم و بر حسب F به دست می‌آوریم:

$$F_{AB} = k \frac{|q||-q|}{d^2} = k \frac{q^2}{d^2} = F, \quad F_{CB} = k \frac{6q \times q}{4d^2} = \frac{6}{4} k \frac{q^2}{d^2} = \frac{3}{2} F$$

با توجه به هم‌جهت بودن نیروها، نیروی برآیند را محاسبه می‌کنیم:

$$F_T = F_{AB} + F_{CB} = F + \frac{3}{2} F = \frac{5}{2} F \Rightarrow \text{گزینه (۴) درست است.}$$

نیروی صفر و بار در حال تعادل: اگر دو ذره باردار q_1 و q_2 در محل خود ثابت شده باشند، می‌توان بار q_3 را در محلی قرار داد که برآیند نیروهای وارد بر q_3 از طرف q_1 و q_2 صفر شود و یا اصطلاحاً بار q_3 در حالت تعادل قرار گیرد. برای تعیین محل q_3 به نکات زیر توجه کنید.

- (۱) q_3 حتماً روی خطی که بارهای q_1 و q_2 را به یکدیگر متصل می‌کند، قرار می‌گیرد؛ زیرا اگر روی خط نباشند، نیروهای وارد بر q_3 ، با هم زاویه‌ای می‌سازند که برآیند آن‌ها صفر نمی‌شود.
- (۲) مقدار و علامت q_3 اهمیتی ندارد.
- (۳) اگر q_1 و q_2 هم‌نام باشند، q_3 بین دو بار قرار می‌گیرد و اگر ناهم‌نام باشند، q_3 خارج از دو بار قرار می‌گیرد.
- (۴) q_3 همیشه نزدیک‌تر به باری است که اندازه کوچک‌تری دارد.

مثال

دو بار q_1 و q_2 در فاصله 30 cm از یکدیگر ثابت شده‌اند. در هر یک از حالت‌های زیر بار q_3 را دقیقاً در چه محلی قرار دهیم تا بار q_3 در حالت تعادل قرار گیرد؟ (برآیند نیروهای وارد بر q_3 صفر باشد).

(مشابه (یعنی- شوریه) ۹۰)

(ب) $q_2 = -8 \mu\text{C}, q_1 = +2 \mu\text{C}$

(آ) $q_2 = +8 \mu\text{C}, q_1 = +2 \mu\text{C}$

پاسخ: (آ) بارها هم‌نام هستند، بنابراین بار سوم بین دو بار قرار داده می‌شود. چون اگر در خارج دو بار قرار گیرد، دو نیروی \vec{F}_{13} و \vec{F}_{23} هم‌جهت می‌شوند و برآیند آن‌ها نمی‌تواند صفر باشد.



برای در تعادل ماندن بار q_3 ، باید نیروهای وارد بر آن از طرف q_1 و q_2 در خلاف جهت هم و هم‌اندازه باشند.

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{q_1 q_3}{x^2} = k \frac{q_2 q_3}{(30-x)^2} \Rightarrow \frac{q_1}{x^2} = \frac{q_2}{(30-x)^2} \Rightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{8}{(30-x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{(30-x)^2} \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{x} = \frac{2}{30-x} \Rightarrow 30-x = 2x \Rightarrow x = 10 \text{ cm}$$

ب) بارها نامهم نام هستند. بنابراین محل بار سوم خارج فاصله دو بار و به بار کوچکتر نزدیکتر است. چون $q_1 = 2\mu\text{C}$ ، $q_2 = -8\mu\text{C}$ و $q_3 = -8\mu\text{C}$ اگر در فاصله بین دو بار قرار گیرد، \vec{F}_{13} و \vec{F}_{23} هم جهت بوده و برابند آن‌ها نمی‌تواند صفر باشد.

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{|q_1||q_3|}{x^2} = k \frac{|q_2||q_3|}{(30+x)^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(30+x)^2}$$

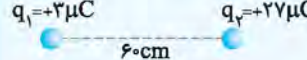
$$\Rightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{8}{(30+x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{(30+x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{30+x} \Rightarrow 2x = 30+x \Rightarrow x = 30\text{cm}$$

روش STP: با توجه به رابطه $\frac{|q_1|}{r_1^2} = \frac{|q_2|}{r_2^2}$ نتیجه می‌گیریم $\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{\frac{|q_1|}{|q_2|}}$

یعنی در قسمت (ا)، نسبت بارها ۲ به ۸ یا ۱ به ۴ است. بنابراین نسبت فاصله‌ها ۱ به ۲ است. یعنی ۳۰cm را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌کنیم، یعنی ۱۰cm و ۲۰cm

در قسمت (ب) نیز می‌توان شکل مقابل را با همین نسبت در نظر گرفت و با توجه به این شکل می‌توان نوشت: $2x - x = 30 \Rightarrow x = 30\text{cm}$

دو بار q_1 و q_2 در محل خود ثابت شده‌اند. بار q_3 را در چه فاصله‌ای از بار q_1 قرار دهیم تا بار q_3 در حالت تعادل قرار گیرد؟

$q_1 = +2\mu\text{C}$	$q_2 = +27\mu\text{C}$	۲۰ (۲)	۱۵ (۱)
		۴۵ (۴)	۳۰ (۳)

روش اول: نسبت بارها ۳ به ۲۷ یا ۱ به ۹ است. بنابراین نسبت فاصله‌ها ۱ به ۳، یعنی ۱۵ به ۴۵ سانتی‌متر است. پس فاصله از q_1 برابر ۱۵cm است.

روش دوم:

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow k \frac{q_1 q_3}{x^2} = k \frac{q_2 q_3}{(60-x)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{x^2} = \frac{27}{(60-x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{9}{(60-x)^2} \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{x} = \frac{3}{60-x} \Rightarrow 3x = 60-x \Rightarrow 4x = 60 \Rightarrow x = 15\text{cm}$$

بنابراین گزینه (۱) درست است.

سه بار الکتریکی $q_1 = 1\mu\text{C}$ ، $q_2 = 4\mu\text{C}$ و q_3 روی یک خط قرار دارند. مقدار q_3 و مکان آن را طوری تعیین کنید تا هر سه بار به حال تعادل و سکون بمانند. (فاصله q_1 تا q_2 برابر ۶cm است.)

- | | |
|---|---|
| (۱) $+ \frac{4}{9}\mu\text{C}$ و ۲cm از بار q_1 | (۲) $- \frac{4}{9}\mu\text{C}$ و ۲cm از بار q_1 |
| (۳) $+ \frac{9}{4}\mu\text{C}$ و ۲cm از بار q_2 | (۴) $- \frac{9}{4}\mu\text{C}$ و ۲cm از بار q_2 |

پاسخ: با توجه به هم‌نام بودن q_1 و q_2 ، باید q_3 را بین دو بار و نزدیک به بار q_1 قرار دهیم. ابتدا مکان q_3 که فاصله آن تا بار q_1 را x در نظر گرفته‌ایم، به دست می‌آوریم. برای متعادل ماندن q_3 باید F_{13} یا F_{23} هم‌اندازه و خلاف جهت باشند.

$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow \frac{k \times 1 \times |q_3|}{x^2} = \frac{k \times 4 \times |q_3|}{(6-x)^2} \Rightarrow 4x^2 = (6-x)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} 2x = 6-x \Rightarrow x = 2\text{cm}$$

بنابراین فاصله q_3 تا q_1 باید ۲ سانتی‌متر باشد. اکنون برای تعیین اندازه آن برای بار دیگری مثل q_1 مسئله را دنبال می‌کنیم. برای تعادل q_1 باید F_{31}

$$F_{31} = F_{21} \Rightarrow \frac{k|q_3| \times 1}{2^2} = \frac{k \times 4 \times 1}{6^2} \Rightarrow |q_3| = \frac{4}{9}\mu\text{C}$$

با توجه به جهت نیروی F_{21} باید بار q_3 منفی باشد تا نیروی وارد از آن بر q_1 ربابشی باشد. پس $q_3 = -\frac{4}{9}\mu\text{C}$ و فاصله آن تا بار q_1 ۲cm است.

ضمناً دیگر برای تعادل بار q_2 لازم نیست روابط را بنویسیم. چون اگر به روابط بالا نگاه کنیم، داریم:

$$F_{13} = F_{23} = F_{31} = F_{21} \Rightarrow F_{32} = F_{12} \Rightarrow q_2 \text{ تعادل بار } q_2$$

توجه کنید وقتی جای اعداد زبروند (اندیس) را عوض می‌کنیم، به علت کنش و واکنش در قانون سوم نیوتون، نیروها برابر می‌شوند. بنابراین گزینه (۲) درست است.

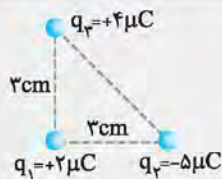
حالت دوم: کنج قائم (نیروهای عمود بر هم)

اگر نیروها بر هم عمود باشند، با استفاده از رابطه فیثاغورس می‌توانید اندازه نیروی برابند را محاسبه کنید.

یادآوری: نمایش بردارها بر حسب بردارهای یکه \vec{i} و \vec{j}

یکی از روش‌های نمایش بردارها استفاده از بردارهای یکه \vec{i} و \vec{j} است. اندازه بردارهای \vec{i} و \vec{j} برابر ۱ واحد است. بردار \vec{i} در جهت محور X ها و بردار \vec{j} در جهت محور Y ها است. به عنوان مثال؛ اگر برداری با اندازه ۲۰ واحد به سمت مثبت محور X ها باشد، می‌توانیم آن را به صورت $20\vec{i}$ نمایش دهیم. اگر برداری با اندازه ۲۰ واحد به سمت منفی محور Y ها باشد، می‌توانیم آن را به صورت $-20\vec{j}$ نمایش می‌دهیم.

مثال

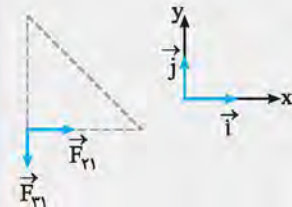


مطابق شکل سه ذره باردار در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند.

(آ) برابند نیروهای وارد بر q_1 را، بر حسب بردارهای یکه بنویسید.

(ب) اندازه برابند را به دست آورده و جهت نیروی برابند را روی شکل نشان دهید. ($k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$)

پاسخ: با توجه به علامت بارها، جهت نیروهای وارد بر q_1 را نمایش می‌دهیم و سپس اندازه آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:



$$F_{12} = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 5 \times 10^{-6}}{(3)^2 \times 10^{-4}} = 10^2 \text{ N}$$

$$\vec{F}_{12} = +100 \vec{i}$$

$$F_{13} = k \frac{|q_1| |q_3|}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 4 \times 10^{-6}}{(3)^2 \times 10^{-4}} = 80 \text{ N}$$

$$\vec{F}_{13} = -80 \vec{j}$$

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} = +100 \vec{i} - 80 \vec{j}$$

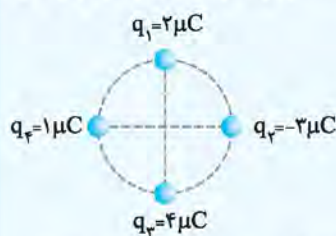
(ب) بردارهای \vec{i} و \vec{j} بر هم عمود هستند. بنابراین از رابطه فیثاغورس استفاده می‌کنیم:

$$F_T = \sqrt{F_{12}^2 + F_{13}^2} = \sqrt{100^2 + 80^2} = \sqrt{10000 + 6400} = \sqrt{16400} = \sqrt{400(25 + 16)} = 20\sqrt{41} \text{ N}$$



تست

مطابق شکل زیر، ۴ ذره باردار در فواصل مساوی بر روی محیط دایره‌ای به شعاع ۳ cm قرار گرفته‌اند. اگر بار $q_\delta = 2 \mu C$ را در مرکز دایره



قرار دهیم، اندازه برابند نیروهای وارد شده به آن چند نیوتون است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$)

(آزمون‌های گاج)

۱) $40\sqrt{3}$

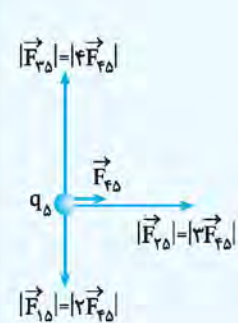
۲) $80\sqrt{5}$

۳) $80\sqrt{3}$

۴) $40\sqrt{5}$

پاسخ: روش اول: راه حل کلی این‌گونه است که ۴ نیروی وارد بر q_δ را جداگانه و با استفاده از قانون کولن محاسبه کرده و سپس برابندگیری نماییم.

روش دوم: با توجه به این‌که اندازه q_4 از بقیه کوچک‌تر است، ابتدا نیرویی که بار q_4 به بار q_δ وارد می‌کند را پیدا کرده و سپس با توجه به یکنان بودن فاصله‌ها و نسبت اندازه بارها بقیه نیروها را به دست می‌آوریم:



$$F_{\delta 4} = k \frac{q_\delta q_4}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{1 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-4}} = 20 \text{ N}$$

$$q_1 = 2q_4 \Rightarrow F_{\delta 1} = 2F_{\delta 4}$$

$$|q_2| = 3q_4 \Rightarrow F_{\delta 2} = 3F_{\delta 4}$$

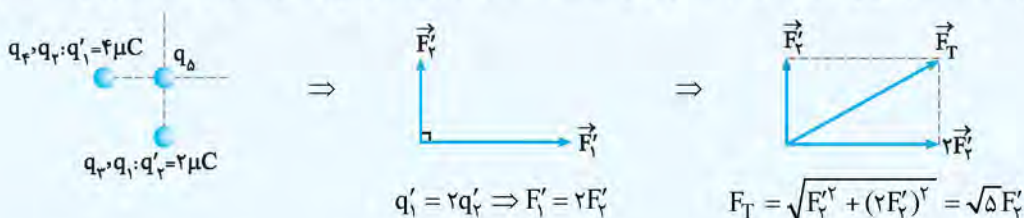
$$q_3 = 4q_4 \Rightarrow F_{\delta 3} = 4F_{\delta 4}$$

$$F_T = \sqrt{(2F_{\delta 4})^2 + (4F_{\delta 4})^2} = \sqrt{4F_{\delta 4}^2 + 16F_{\delta 4}^2} = \sqrt{20} F_{\delta 4}$$

$$\Rightarrow F_T = \sqrt{20} \times 20 = 40\sqrt{5} \text{ N} \Rightarrow \text{گزینه (۴) درست است.}$$



روش سوم: با توجه به جذب و دفع q_1 توسط بارها و یکسان بودن فاصله‌ها، به جای چهار بار الکترواستاتیکی، مطابق شکل از دو بار الکترواستاتیکی استفاده می‌کنیم:

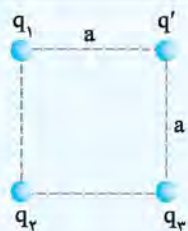


$$F_2' = k \frac{q_2' \times q_1}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 2 \times 10^{-6}}{9 \times 10^{-4}} = 40 \text{ N} \Rightarrow F_T = \sqrt{5} F_2' = 40\sqrt{5} \text{ N} \Rightarrow \text{گزینه (4) درست است.}$$

تست

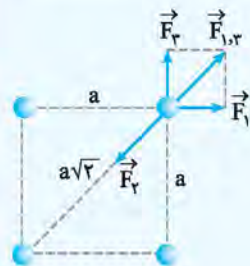
مطابق شکل چهار ذره باردار در چهار رأس مربعی ثابت شده‌اند. $q_1 = q_3 = +nC$ است.

بار q_2 چند نانوکولن باشد تا بار q' در حال تعادل باشد؟



- (۱) $+16\sqrt{2}$
- (۲) $-16\sqrt{2}$
- (۳) $+16$
- (۴) -16

پاسخ: علامت و مقدار بار در حال تعادل اهمیتی ندارد. برای رسم شکل فرض می‌کنیم علامت q' مثبت است. برای تعادل بار q' باید برابری سه نیروی رسم شده، صفر شود.



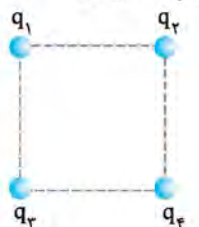
$$F_1 = F_2 \Rightarrow F_{1,2} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{2} F_1$$

$$F_2 = F_{1,2} \Rightarrow k \frac{|q_2||q'|}{(a\sqrt{2})^2} = \sqrt{2} \times k \frac{|q_1||q'|}{a^2}$$

$$\Rightarrow \frac{|q_2|}{2a^2} = \sqrt{2} \frac{|q_1|}{a^2} \Rightarrow |q_2| = 2\sqrt{2} |q_1| \Rightarrow |q_2| = 16\sqrt{2} nC$$

علامت q_2 باید مخالف علامت q_1 و q_3 باشد. یعنی $q_2 = -16\sqrt{2} nC$ است. بنابراین گزینه (۲) درست است.

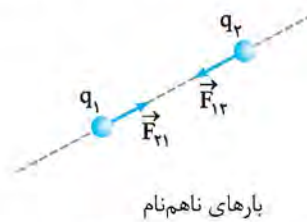
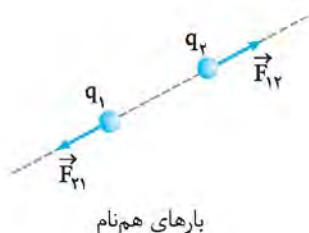
نکته STP هرگاه در چهار رأس یک مربع، بارهای الکترواستاتیکی وجود داشته باشد و یکی از بارها، مثلاً q_4 در شکل زیر در تعادل باشد، آن‌گاه:



- (۱) اندازه و نوع باری که در تعادل است (یعنی q_4) اهمیتی ندارد.
- (۲) بارهای رأس‌های کناری با q_4 باید هم‌اندازه و هم‌نام باشند، یعنی $q_2 = q_3$ باشد.
- (۳) بار رأس مقابل با q_4 باید نسبت به دو بار دیگر ناهم‌نام بوده و اندازه آن $2\sqrt{2}$ برابر آن‌ها باشد؛ یعنی $q_1 = -2\sqrt{2} q_3$ باشد.

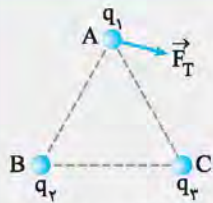
توجه طبق اصل کوانتیده بودن بار، مقدار بار یک جسم نمی‌تواند به صورت رادیکالی باشد ولی از نظر تنوری مقدار رادیکالی را می‌پذیریم.

نکته نیروی بین دو بار الکترواستاتیکی در راستای خط واصل بین دو بار است و جهت آن به علامت بارها بستگی دارد.



در تجزیه نیروی برابری، از نکته بالا استفاده می‌کنیم.

مثال



سه ذره باردار در سه رأس مثلث متساوی الاضلاعی قرار گرفته‌اند. اگر برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 مطابق شکل باشد، علامت و اندازه بارهای q_2 و q_3 را با هم مقایسه کنید.

پاسخ: نیرویی که q_2 به q_1 وارد می‌کند، در راستای ضلع BA و نیرویی که q_3 به q_1 وارد می‌کند، در راستای ضلع CA است. بنابراین نیروی F_T را تجزیه می‌کنیم تا F_{T1} و F_{T2} مشخص شوند. از انتهای F_T به موازات ضلع AB و AC رسم کنید.

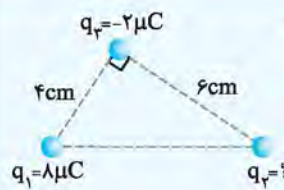


طبق جهت F_{T1} و F_{T2} نتیجه می‌گیریم: q_1 با q_2 هم‌نام است و q_1 با q_3 ناهم‌نام است. بنابراین q_2 و q_3 نیز ناهم‌نام هستند. طبق شکل، $|F_{T1}| > |F_{T2}|$ است:

$$|F_{T1}| > |F_{T2}| \Rightarrow k \frac{|q_2||q_1|}{r^2} > k \frac{|q_3||q_1|}{r^2} \Rightarrow |q_2| > |q_3|$$

توجه: اندازه q_1 با q_2 و q_3 قابل مقایسه نیست.

تست



مطابق شکل سه ذره باردار در سه رأس مثلثی ثابت شده‌اند. اگر نیروی وارد بر بار q_3

برابر $90\sqrt{2}$ N باشد، اندازه بار q_3 کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$

- ۱۲ (۱)
- ۲۴ (۲)
- ۱۸ (۳)
- ۲۶ (۴)

پاسخ: ابتدا نیروی بین q_1 و q_3 را به دست می‌آوریم:

$$F_{13} = k \frac{|q_1||q_3|}{r^2} \Rightarrow F_{13} = 9 \times 10^9 \times \frac{8 \times 2 \times 10^{-12}}{4^2 \times 10^{-4}} = 90 N$$

با توجه به قائم بودن نیروهایی که به بار q_3 وارد می‌شود، باید از فیثاغورس استفاده کنیم:

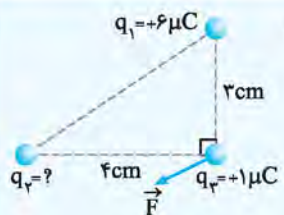
$$F_T = \sqrt{F_{13}^2 + F_{23}^2} \Rightarrow 90\sqrt{2} = \sqrt{90^2 + F_{23}^2} \Rightarrow F_{23} = 90 N$$

$$F_{23} = k \frac{|q_2||q_3|}{r^2} \Rightarrow 90 = 9 \times 10^9 \times \frac{|q_3| \times 2 \times 10^{-6}}{6^2 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow 90 = \frac{1}{3} \times |q_3| \times 10^7 \Rightarrow |q_3| = 18 \times 10^{-6} C = 18 \mu C \Rightarrow$$

توجه: مثبت یا منفی بودن بار q_3 تأثیری بر اندازه نیروی برآیند ندارد، بنابراین علامت q_3 را نمی‌توان تعیین کرد.

تست

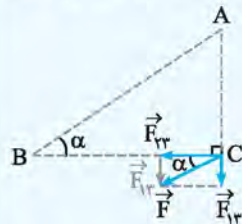


مطابق شکل سه ذره باردار در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. بار q_3 کدام باشد تا نیروی

برآیند وارد بر بار q_3 ، موازی وتر شود؟

- $-\frac{128}{9} \mu C$ (۱)
- $+\frac{128}{9} \mu C$ (۲)
- $-8 \mu C$ (۳)
- $+8 \mu C$ (۴)

پاسخ: با توجه به جهت نیروی برآیند F ، می‌توان نتیجه گرفت که بار q_3 باید بار q_2 را جذب کند. طبق شکل زیر و با توجه به زاویه α در مثلث بزرگ و مثلث کوچک می‌توان نوشت:



$$\left. \begin{aligned} \tan \alpha &= \frac{AC}{BC} \\ \tan \alpha &= \frac{F_{13}}{F_{23}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{F_{13}}{F_{23}} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{k \frac{|q_1||q_3|}{AC^2}}{k \frac{|q_2||q_3|}{BC^2}} \Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{|q_1|}{|q_2|} \times \frac{BC^2}{AC^2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{6}{|q_2|} \times \frac{4^2}{3^2} \Rightarrow \frac{6}{|q_2|} = \frac{3 \times 3^2}{4 \times 4^2} \Rightarrow \frac{6}{|q_2|} = \frac{27}{64} \Rightarrow |q_2| = \frac{128}{9} \Rightarrow q_2 = -\frac{128}{9} \mu C \Rightarrow$$

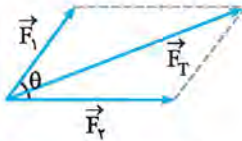
گزینه (۱) درست است.

برهم‌نهی نیروهای الکتریکی در حالت کلی ویژه علاقمندان

اگر نیروها هم‌راستا نباشند، یا نیروها با یکدیگر زاویه 90° نسازند و یا در یک صفحه نباشند و شکل به صورت سه‌بعدی و فضایی باشد، می‌توانید از نکات ریاضی زیر استفاده کنید:

در تست‌ها اگر از روش زیر استفاده کنید، سریع‌تر و راحت‌تر به جواب می‌رسید.

اگر دو بردار \vec{F}_1 و \vec{F}_2 با یکدیگر زاویه θ بسازند، رسم و محاسبه‌ی برابند به صورت زیر است:



$$\begin{cases} \vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 \\ F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \theta} \end{cases}$$

حالت‌های خاصی

اگر دو بردار هم‌جهت $\Rightarrow \theta = 0^\circ \Rightarrow F_T = F_1 + F_2$

اگر دو بردار عمود بر هم $\Rightarrow \theta = 90^\circ \Rightarrow F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$

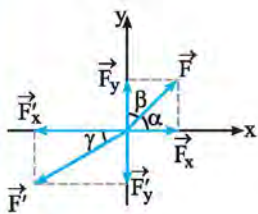
اگر دو بردار خلاف جهت $\Rightarrow \theta = 180^\circ \Rightarrow F_T = |F_2 - F_1|$

$$F_1 = F_2 \Rightarrow F_T = 2F_1 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} \theta = 60^\circ \Rightarrow F_T = \sqrt{3}F_1 \\ \theta = 90^\circ \Rightarrow F_T = \sqrt{2}F_1 \\ \theta = 120^\circ \Rightarrow F_T = F_1 = F_2 \end{cases}$$

اگر دو بردار هم‌اندازه باشند، برابند از روابط مقابل هم، قابل محاسبه است:

هم‌چنین اگر بخواهید از روش تجزیه و بردارهای یک‌ه \vec{i} و \vec{j} استفاده کنید باید به صورت زیر عمل کنید:

اگر بردار F با محورهای مختصات زاویه‌های α و β بسازد، می‌توان این بردار را به صورت زیر تجزیه کرده و برحسب بردارهای یک‌ه نوشت:



$$\sin \beta = \cos \alpha = \frac{F_x}{F} \Rightarrow F_x = F \cos \alpha = F \sin \beta$$

$$\sin \alpha = \cos \beta = \frac{F_y}{F} \Rightarrow F_y = F \cos \beta = F \sin \alpha$$

$$\begin{cases} \vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} \\ F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}, \tan \alpha = \frac{F_y}{F_x} \end{cases}$$

بردار F' با محور x زاویه γ ساخته است:

$$\cos \gamma = \frac{F'_x}{F'} \Rightarrow F'_x = F' \cos \gamma \quad \sin \gamma = \frac{F'_y}{F'} \Rightarrow F'_y = F' \sin \gamma \quad \begin{cases} \vec{F}' = -F'_x \vec{i} - F'_y \vec{j} \\ F' = \sqrt{F'^2_x + F'^2_y}, \tan \gamma = \left| \frac{F'_x}{F'_y} \right| \end{cases}$$

تست

مطابق شکل سه ذره باردار $q_1 = -q_2 = +2\mu\text{C}$ و $q_3 = 10\mu\text{C}$ در محل‌های نشان داده‌شده، ثابت شده‌اند. برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 چند نیوتون است؟

۷۲ (۱)	۸۶/۴ (۲)
۱۴۴ (۳)	۱۷۲/۸ (۴)

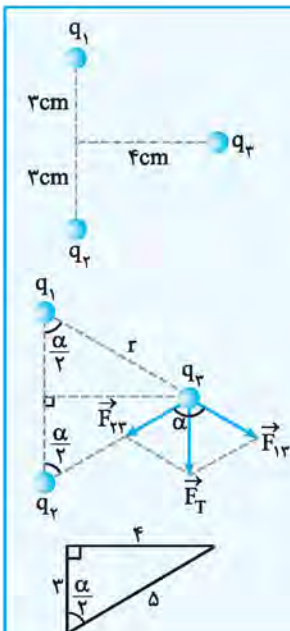
پاسخ: روش اول: ابتدا نیروهای وارد بر q_3 را رسم کرده و اندازه آن‌ها را محاسبه می‌کنیم:

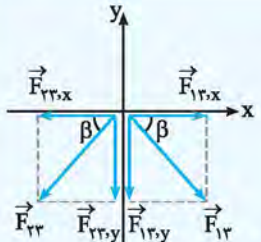
$$F_{13} = F_{23} = k \frac{|q_1||q_3|}{r^2} \quad r = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5\text{cm} \rightarrow F = 9 \times 10^9 \times \frac{2 \times 10^{-6} \times 10 \times 10^{-6}}{25 \times 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow F = \frac{18}{25} \times 10^2 = \frac{360}{5} = 72\text{N}$$

با توجه به مثلث‌های قائم‌الزاویه در شکل:

$$F_T = 2F \cos \frac{\alpha}{2} \quad \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{r}{\Delta} \rightarrow F_T = 2 \times 72 \times \frac{3}{5} = \frac{432}{5} = 86.4\text{N}$$





روش دوم: \vec{F}_{1r} و \vec{F}_{2r} را به مؤلفه‌های قائم و افقی تجزیه می‌کنیم:

$$\begin{cases} F_{1r,x} = F_{1r} \cos \beta = 72 \times \frac{4}{5} \\ F_{1r,y} = F_{1r} \sin \beta = 72 \times \frac{3}{5} \end{cases} \Rightarrow \vec{F}_{1r} = +72 \times \frac{4}{5} \vec{i} - 72 \times \frac{3}{5} \vec{j}$$

با توجه به هم‌اندازه بودن F_{1r} و F_{2r} می‌توان نوشت:

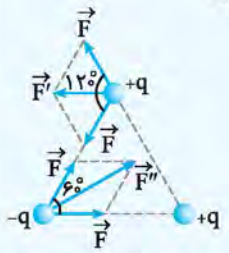
$$\vec{F}_{2r} = -72 \times \frac{4}{5} \vec{i} - 72 \times \frac{3}{5} \vec{j}$$

$$\vec{F}_T = \vec{F}_{1r} + \vec{F}_{2r} = 0 \vec{i} - 2(72 \times \frac{3}{5}) \vec{j} = -\frac{432}{5} \vec{j} \Rightarrow |\vec{F}_T| = \frac{432}{5} = 86.4 \text{ N}$$

بنابراین گزینه (۲) درست است.

در سه رأس مثلث متساوی‌الاضلاعی بارهای $+q$ ، $+q$ و $-q$ ثابت شده‌اند. برایند نیروهای وارد بر $+q$ است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$



پاسخ: با توجه به هم‌اندازه بودن بارها و فاصله بین دو بار، نیروی بین هر دو بار را F در نظر می‌گیریم:

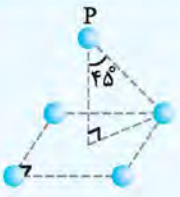
اگر نیروی برایند وارد بر بار $+q$ را F' و نیروی برایند وارد بر بار $-q$ را F'' نام‌گذاری کنیم، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} F' = 2F \cos\left(\frac{120^\circ}{2}\right) = 2F \cos 60^\circ = 2F \times \frac{1}{2} = F \\ F'' = 2F \cos\left(\frac{60^\circ}{2}\right) = 2F \cos 30^\circ = 2F \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}F \end{cases} \Rightarrow \frac{F'}{F''} = \frac{F}{\sqrt{3}F} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow$$

گزینه (۴) درست است.

حالت سوم: اصل بر هم نهی در فضای سه‌بعدی

در تست‌های سه‌بعدی فقط کافی است شکل دقیقی در ذهن بسازید تا بتوانید از نکات ریاضی برایندگیری به راحتی استفاده کنید.

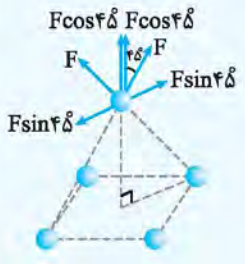


مطابق شکل چهار ذره باردار مشابه در چهار رأس مربعی ثابت شده‌اند. نقطه P دقیقاً بالای مرکز مربع قرار دارد و بار q' در این نقطه به طریقی ثابت شده است. اگر اندازه نیرویی که هر ذره باردار به بار q' وارد می‌کند برابر 10^5 N باشد، نیروی برایند وارد بر q' چند نیوتون است؟ ($\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0.7$)

(مشابه تکنور سراسری ریاضی - ۸۸)

- (۱) صفر (۲) 2.18×10^5 (۳) $\frac{4}{7} \times 10^6$ (۴) 4×10^5

پاسخ: اگر چهار نیرو در نقطه P در نظر بگیریم، مطابق شکل مؤلفه‌های افقی نیروها دوه‌دو یکدیگر را خنثی می‌کنند. بنابراین فقط چهار مؤلفه قائم باقی می‌ماند:



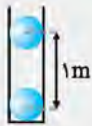
$$F_T = 4F_y = 4 \times (F \cos 45^\circ) = 4 \times (10^5 \times 0.7) = 2.8 \times 10^5 \text{ N} \Rightarrow$$

گزینه (۲) درست است.

ترکیب نیروی الکتریکی با نیروهای دیگر

نیروی کولنی می‌تواند با سایر نیروها ترکیب شود. در این‌گونه سؤال‌ها کافی است با توجه به متن سؤال رابطه بین نیروها را مشخص کنید. نیروهای کولنی مشابه سؤال‌های زیر می‌تواند با نیروی وزن، کشش نخ، نیروی فنر و ... ترکیب شود. در هر حالت کافی است، نیروهای وارد بر جسم را رسم کنید تا به راحتی رابطه بین نیروها با نیروی کولنی را مشخص کنید.

مثال



مطابق شکل دو گلوله رسانا و کوچک که بار یکسان دارند، در فاصله 1 m از هم ثابت شده‌اند و در حالت تعادل داخل لوله شیشه‌ای و بدون اصطکاک قرار دارند.
(مشابه ریاضی - درک ۸۷)

(آ) بار گلوله‌ها را از نظر هم‌نام و ناهم‌نام بودن مشخص کنید.

(ب) اگر جرم هر گلوله 360 g باشد، اندازه بار هر گلوله چقدر است؟ ($k = 9 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$ و $g = 10 \text{ N/kg}$)

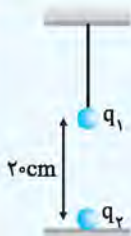


(پاسخ: آ) اگر گلوله در حال تعادل بالایی را در نظر بگیرید، نیروی وزن رو به پایین است، بنابراین نیروی کولنی رو به بالا می‌شود؛ یعنی نیروی بین گلوله‌ها دافعه است. بنابراین این گلوله‌ها هم‌نام هستند یعنی هر دو مثبت یا هر دو منفی هستند.

$$F = mg \Rightarrow k \frac{|q||q|}{r^2} = mg$$

$$\Rightarrow 9 \times 10^9 \times \frac{q^2}{1^2} = 360 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow q^2 = \frac{36 \times 10^{-1}}{9 \times 10^9} = 4 \times 10^{-10} \Rightarrow |q| = 2 \times 10^{-5} \text{ C} = 20 \mu\text{C}$$

تست



مطابق شکل گلوله بسیار سبکی (جرم ناچیز) توسط نخ نازک و نارسانا از سقف آویزان شده است و این نخ می‌تواند حداکثر نیروی 45 N را تحمل کند. اگر $q_1 = +10 \mu\text{C}$ باشد، بیش‌ترین مقدار بار q_2 چقدر می‌تواند باشد تا نخ پاره نشود؟

(۲) -20

(۱) -10

(۴) $+40$

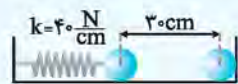
(۳) $+20$

(پاسخ: حداکثر نیروی کولنی می‌تواند 45 N و رو به پایین باشد؛ در غیر این صورت نخ پاره می‌شود.

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 45 = 90 \times \frac{10 \times |q_2|}{20^2} \Rightarrow |q_2| = 20 \mu\text{C}$$

نیروی بین دو گلوله باید جاذبه باشد تا نخ پاره شود، بنابراین $q_2 = -20 \mu\text{C}$ است و گزینه (۲) درست است.

تست



دو گلوله رسانا مطابق شکل، روبه‌روی هم روی سطح نارسانا قرار دارند و به تعادل رسیده‌اند. اگر بار هر گلوله $20 \mu\text{C}$ باشد، فشردگی فنر نسبت به حالت آزاد چند سانتی‌متر است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N}\cdot\text{m}^2}{\text{C}^2}$)

(ویژه علاقمندان)

(۴) ۷

(۳) ۵

(۲) ۴

(۱) ۱

(پاسخ: ابتدا نیروی الکتریکی بین دو گلوله را محاسبه می‌کنیم:

$$F = 90 \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow F = 90 \times \frac{20 \times 20}{3^2} = 40 \text{ N}$$

به گلوله سمت چپ دو نیروی الکتریکی و نیروی فنر وارد می‌شود. با توجه به در تعادل بودن گلوله، نتیجه می‌گیریم این دو نیرو هم‌اندازه هستند.

$$F_{\text{فشرده}} = F_{\text{الکتریکی}} \Rightarrow k\Delta x = F \Rightarrow (40)(\Delta x) = 40 \Rightarrow \Delta x = 1 \text{ cm} \Rightarrow \text{گزینه (۱) درست است.}$$

ترکیب نیروی الکتریکی و آونگ: اگر اجسام باردار را توسط دو نخ نارسانا آویزان کنیم، دو آونگ ساخته می‌شود که باز هم کافی است، نیروهای وارد بر اجسام باردار را رسم کنید و رابطه بین نیروها را طبق شکل مشخص کنید.

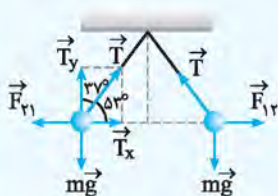


مطابق شکل دو گلوله رسانا و باردار از نخ‌های نارسانا آویزان شده‌اند و در حالت تعادل قرار دارند. با توجه به شکل، اگر اندازه بار دو گلوله یکسان باشد، مقدار بار چند میکروکولن

است؟ $(\sin 37^\circ = 0.6, g = 10 \text{ N/kg}, k = 9 \times 10^9 \text{ N.m}^2 / \text{C}^2)$

- ۱) 3×10^{-2}
- ۲) 4×10^{-2}
- ۳) $2\sqrt{3} \times 10^{-2}$
- ۴) $3\sqrt{3} \times 10^{-2}$

پاسخ: نیروی وارد بر m_1 و m_2 را رسم می‌کنیم:



$$\text{تعالل} \Rightarrow \begin{cases} F_{r1} = T_x \Rightarrow F_{r1} = T \sin 37^\circ \\ mg = T_y \Rightarrow mg = T \cos 37^\circ \end{cases} \Rightarrow \frac{F_{r1}}{mg} = \frac{T \sin 37^\circ}{T \cos 37^\circ} = \tan 37^\circ$$

$$F_{r1} = F_{r2} = F \Rightarrow \frac{F}{mg} = \tan 37^\circ \Rightarrow F = \frac{3}{4} \times 10^{-2} \times 10^{-2} \times 10 \Rightarrow F = \frac{3}{4} \times 10^{-5} \text{ N}$$

$$r = 2(l \times \sin 37^\circ) = 2 \times 0.6 = 1.2 \text{ m}$$

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \Rightarrow \frac{3}{4} \times 10^{-5} = 9 \times 10^9 \times \frac{q^2}{(1.2)^2} \Rightarrow q^2 = \frac{3 \times 1.44}{4 \times 9} \times 10^{-14}$$

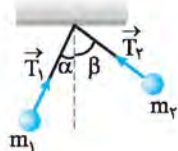
$$\Rightarrow q^2 = \frac{1.44}{4 \times 3} \times 10^{-14} \Rightarrow q = \frac{1.2}{2 \times \sqrt{3}} \times 10^{-7} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 0.6 \times 10^{-7} = 2\sqrt{3} \times 10^{-8} \text{ C} = 2\sqrt{3} \times 10^{-2} \mu\text{C} \Rightarrow \text{گزینه (۳) درست است.}$$

نکته در آونگ اگر F بر mg عمود باشد، می‌توانید از رابطه روبه‌رو استفاده کنید:

$$\tan \alpha = \frac{F}{mg}$$

α : زاویه بین نخ و راستای قائم است، mg وزن ذره باردار است و F نیروی الکتریکی بین دو ذره باردار است.

نکته STP اگر جرم آونگ‌ها برابر نباشند، آن‌گاه زاویه‌ای که هر نخ با راستای قائم می‌سازد، برابر نخواهند بود و همیشه رابطه زیر بین کشش نخ‌ها برقرار است:



$$T_1 \sin \alpha = T_2 \sin \beta$$

آیا می‌توانید رابطه بالا را اثبات کنید؟



مطابق شکل دو ذره باردار از دو نخ نارسانا آویزان شده‌اند و در حالت تعادل قرار دارند.

اگر $T_1 = 10 \text{ N}$ باشد، T_2 چند نیوتون است؟ $(\sin 53^\circ = 0.8)$ (مشابه سراسری ریاضی - ۹۵)

- ۱) ۸
- ۲) ۱۰
- ۳) ۱۲
- ۴) ۱۶

پاسخ: طبق نکته STP بالا می‌توان نوشت:

$$T_1 \sin 53^\circ = T_2 \sin 30^\circ \Rightarrow 10 \times 0.8 = T_2 \times \frac{1}{2} \Rightarrow T_2 = 16 \text{ N} \Rightarrow \text{گزینه (۴) درست است.}$$

نیروی بین دو ذره باردار

۳۷☆ الکترونی در مسیر دایره‌ای به شعاع ۱ آنگستروم به دور هسته‌ای که 10^5 پروتون دارد، می‌چرخد. نیروی وارد بر الکترون چند نیوتون است؟

(k) بار الکترون $1.6 \times 10^{-19} C$ ، $k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2}$ ، $(1 \text{ \AA} = 10^{-10} m)$

(۱) $3/3 \times 10^{-5}$ (۲) $2/3 \times 10^{-7}$ (۳) 3×10^{-10} (۴) 2×10^{-18}

۳۸ بار الکتربیکی ۵ میکروکولنی را در چند سانتی‌متری از یک بار ۴ میکروکولنی قرار دهیم تا بر آن نیروی ۱۸ نیوتون را وارد

(k) کند؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$

(۱) ۱ (۲) ۳/۸۴ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۳۹ در سیستم بین‌المللی یکاها (SI)، به ترتیب از راست به چپ، یکای ثابت کولن و یکای ضریب گذردهی الکتربیکی خلأ کدام است؟

(۱) $\frac{N.m^2}{C^2}$ ، $\frac{C^2}{N.m^2}$ (۲) $\frac{C^2}{N.m^2}$ ، $\frac{N.m^2}{C^2}$ (۳) $\frac{m^2}{C^2}$ ، $\frac{C^2}{m^2}$ (۴) $\frac{C^2}{fm^2}$ ، $\frac{m^2}{C^2}$

۳۰ بارهای الکتربیکی $q_1 = 4nC$ و $q_2 = -2nC$ به ترتیب در مختصات $(0, 2m)$ و $(0, -2m)$ قرار دارند. نیروی الکتربیکی که بار q_1 به بار q_2

وارد می‌کند، در SI کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$

(۱) $2 \times 10^{-9} \vec{j}$ (۲) $-2 \times 10^{-9} \vec{j}$ (۳) $-8 \times 10^{-9} \vec{j}$ (۴) $8 \times 10^{-9} \vec{j}$

۳۱☆ دو بار الکتربیکی q و $8q$ در فاصله a از هم قرار دارند. اگر E_0 ضریب گذردهی الکتربیکی خلأ باشد، کدام گزینه اندازه نیرویی را که این دو

ذره به هم وارد می‌کنند، به درستی نشان می‌دهد؟

(۱) $\epsilon_0 \frac{8q^2}{a^2}$ (۲) $\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2}$ (۳) $\frac{9q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2}$ (۴) $\frac{2q^2}{\pi\epsilon_0 a^2}$

۳۲☆ دو بار الکتربیکی نقطه‌ای q_1 و $q_2 = 5q_1$ در فاصله ۳ متری هم قرار دارند و نیروی دافعه $0.2N$ به یکدیگر وارد می‌کنند. q_1 چند

میکروکولنی است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$

(۱) ۱۰ (۲) ۵ (۳) ۴ (۴) ۲

۳۳☆ دو بار نقطه‌ای q و $2q$ روی یک خط راست قرار دارند. اگر بار $4q$ به بار q نیروی $\vec{F} = 2\vec{i} - 4\vec{j}$ را وارد کند، بار q چه نیرویی را به بار $2q$ وارد می‌کند؟

(۱) $4\vec{i} - 8\vec{j}$ (۲) $2\vec{i} - 4\vec{j}$ (۳) $\vec{i} - 2\vec{j}$ (۴) $-2\vec{i} + 4\vec{j}$

۳۴ دو ذره باردار q_1 و q_2 در یک ارتفاع قرار دارند. نیروی الکتربیکی بار q_1 به بار q_2 در راستای غرب - شرق و جهت آن به سمت شرق است.

نیرویی که بار q_2 به بار q_1 وارد می‌کند، در راستای و جهت آن به سمت است.

(۱) غرب - شرق، شرق (۲) غرب - شرق، غرب (۳) شمال - جنوب، جنوب (۴) شمال - جنوب، شمال

۳۵☆ دو کره رسانای مشابه دارای بارهای ناهم‌نام q و $-q$ به‌گونه‌ای قرار گرفته‌اند که سطح آن‌ها کمی از هم فاصله داشته و مرکز این دو کره به

اندازه r از یکدیگر فاصله دارند. بزرگی نیرویی که این دو کره به هم وارد می‌کنند

(۱) برابر است با $k \frac{q^2}{r^2}$ (۲) کم‌تر است از $k \frac{q^2}{r^2}$ (۳) بیش‌تر است از $k \frac{q^2}{r^2}$ (۴) برابر است با $k \frac{q}{r}$

۳۶☆ دو ذره باردار با بارهای $q_1 = +2\mu C$ و $q_2 = +5\mu C$ در نقاط $A(-2cm, -2cm)$ و $B(7cm, 1cm)$ ثابت شده‌اند. اندازه نیرویی که این دو بار

الکتربیکی به یکدیگر وارد می‌کنند، چند نیوتون است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$

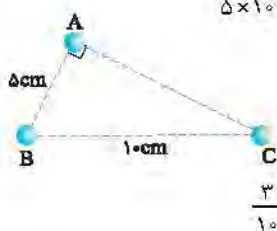
(۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) 10^5 (۴) 5×10^4

۳۷ در سه رأس مثلث ABC سه بار نقطه‌ای قرار دارد. اگر اندازه نیروهایی که بارهای A و B بر هم وارد

می‌کنند، ۵ نیوتون و اندازه نیروهایی که بارهای B و C بر هم وارد می‌کنند، برابر ۳ نیوتون باشد، نسبت

اندازه بارهای A و C $(\frac{|q_A|}{|q_C|})$ کدام است؟

(۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{5}{12}$ (۴) $\frac{3}{10}$



۳۸★ دو گلوله به جرم‌های m_1 و $m_2 = 2m_1$ به ترتیب دارای بارهای الکتریکی q و $2q$ روی سطح افقی بدون اصطکاک در فاصله نزدیکی از هم رها می‌شوند. در این لحظه، تحت اثر نیروی الکتریکی شتاب گلوله m_2 چند برابر شتاب گلوله m_1 است؟ (آزمایشی کلیه)

۱ (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

تأثیر تغییر اندازه بارها یا فاصله بارها روی نیروی الکتریکی

۳۹★ نیروی بین دو بار الکتریکی q_1 و q_2 که به فاصله r از یکدیگر قرار دارند، F است. اگر اندازه یکی از بارها و همچنین فاصله بین دو بار نصف شود، نیروی بین آن‌ها چند برابر می‌شود؟ (سازمانی ریاضی شایع از ششم - ۱۸۷)

۱ (۱) 2 (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

۴۰ بار الکتریکی 8 میکروکولنی از فاصله r بر بار 2 میکروکولنی نیروی F را وارد می‌کند. بار 2 میکروکولنی در چه فاصله‌ای بر بار 8 میکروکولنی نیرویی با اندازه $2F$ وارد می‌کند؟ (سازمانی نظریه - ۱۸۵)

۲۲ (۱) $\sqrt{2}r$ (۲) $\frac{1}{2}r$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}r$ (۴) $\frac{r}{2}$

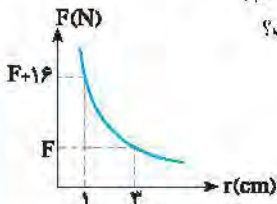
۴۱ نیروی دافعه بین دو بار الکتریکی نقطه‌ای مشابه در فاصله r از هم برابر با $2N$ است. اگر به یکی از بارها $2\mu C$ اضافه کنیم، این نیروی دافعه در همین فاصله برابر $3N$ می‌شود. اندازه اولیه هر یک از این بارهای الکتریکی چند میکروکولن بوده است؟ (سازمانی نظریه شایع از ششم - ۱۸۵)

۲ (۱) 4 (۲) 6 (۳) 8 (۴) 10

۴۲★ دو بار الکتریکی در فاصله r به یکدیگر نیروی الکتریکی F وارد می‌کنند. در چه فاصله‌ای از هم نیروی الکتریکی بین این دو بار $4F$ درصد افزایش می‌یابد؟

$\frac{5}{6}r$ (۱) $\frac{6}{5}r$ (۲) $\frac{36}{25}r$ (۳) $\frac{25}{36}r$ (۴)

۴۳★ نمودار نیروی الکتریکی بین دو ذره باردار بر حسب فاصله آن‌ها مطابق شکل مقابل است. F چند نیوتون است؟



۱ (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴)

۴۴ دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصله معینی، به یکدیگر نیروی الکتریکی F وارد می‌کنند. اگر اندازه یکی از دو بار نصف شده و فاصله بین آن‌ها 75 درصد کاهش یابد، نیروی الکتریکی بین دو بار به F' می‌رسد، نسبت $\frac{F'}{F}$ کدام است؟ (آزمایشی کلیه)

۸ (۱) 4 (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{8}$ (۴)

۴۵★ دو بار نقطه‌ای هم‌اندازه و هم‌نام q در فاصله r از هم قرار داشته و بر هم نیروی دافعه F وارد می‌کنند. 19% از بار یکی را کم می‌کنیم. برای این‌که نیروی دافعه بین آن‌ها همان F بماند، فاصله میان دو بار را چند درصد و چگونه باید تغییر دهیم؟

۱۰ (۱) درصد کاهش 10% درصد افزایش (۲) 19% درصد کاهش 19% درصد افزایش (۴)

انتقال بار بین دو ذره باردار و اثر آن روی نیروی بین آن‌ها

۴۶★ دو بار الکتریکی هم‌نام $q_1 = q_2 = 8\mu C$ ، در فاصله r ، نیروی F را بر هم وارد می‌کنند. اگر 25% درصد از بار q_1 را برداشته و به q_2 اضافه کنیم، بدون تغییر فاصله بارها، نیروی متقابل بین آن‌ها 50% درصد افزایش می‌یابد. مقدار اولیه q_2 چند میکروکولن است؟ (سازمانی نظریه - ۱۸۹)

۱ (۱) 2 (۲) 3 (۳) 4 (۴)

۴۷ دو بار الکتریکی نقطه‌ای برابر در فاصله ثابتی از هم قرار دارند و به یکدیگر نیروی F وارد می‌کنند. اگر 25% درصد از بار الکتریکی یکی را کم کرده و همان مقدار بر بار دیگر اضافه کنیم، نیرویی که به هم وارد می‌کنند، چند F می‌شود؟ (سازمانی نظریه - ۱۸۸)

۱ (۱) 4 (۲) $\frac{15}{16}$ (۳) $\frac{16}{15}$ (۴)

۴۸★ دو ذره با بارهای الکتریکی $+q$ و $-q$ در فاصله معینی به یکدیگر نیروی الکتریکی به بزرگی F وارد می‌کنند. اگر 25% درصد یکی از بارها را برداشته و به دیگری اضافه کنیم، دو بار جدید در همان فاصله قبل به هم نیروی الکتریکی به بزرگی F' را وارد می‌نمایند. نسبت $\frac{F'}{F}$ کدام است؟ (آزمایشی کلیه)

۱۵ (۱) $\frac{9}{16}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{5}{4}$ (۴)

۴۹. دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 2\mu\text{C}$ و $q_2 = -2\mu\text{C}$ به فاصله r از یکدیگر قرار دارند. اگر نصف یکی از بارها را برداریم و به دیگری اضافه کنیم و دو بار را به فاصله $\frac{r}{4}$ از هم قرار دهیم، اندازه نیرویی که دو بار به یکدیگر وارد می‌کنند، در مقایسه با حالت قبل چند برابر می‌شود؟

(اعدادی تفریق‌ناپذیر را نشانه -)

- (۱) ۱
(۲) $\frac{1}{4}$
(۳) $\frac{1}{16}$
(۴) $\frac{3}{16}$

۵۰. دو بار الکتریکی نقطه‌ای q_1 و $q_2 = 2q_1$ در فاصله r از هم قرار دارند و به هم نیروی دافعه وارد می‌کنند. چند درصد از بار q_2 را به q_1 منتقل کنیم تا در همان فاصله، نیروی دافعه بین بارهای الکتریکی بیشینه شود؟

(اعدادی مضرب‌ناپذیر را نشانه -)

- (۱) ۱۵
(۲) ۲۵
(۳) ۴۰
(۴) ۵۰

نیروی بین دو کره رسانا قبل و بعد از اتصال

۵۱. دو کره رسانای کوچک و هم‌اندازه دارای بارهای الکتریکی $-9\mu\text{C}$ و $+1\mu\text{C}$ بوده و در فاصله r بر هم نیروی F وارد می‌کنند. دو کره را با هم تماس داده و این بار آن‌ها را در فاصله $2r$ از هم قرار می‌دهیم. نیروی الکتریکی بین دو کره چند برابر F خواهد شد؟

- (۱) $\frac{2}{3}$
(۲) $\frac{4}{9}$
(۳) $\frac{16}{9}$
(۴) $\frac{25}{36}$

۵۲. دو گلوله فلزی کوچک و مشابه که دارای بار الکتریکی می‌باشند، از فاصله 30 سانتی‌متری، نیروی جاذبه 4 نیوتون بر یکدیگر وارد می‌کنند. اگر این دو گلوله را به هم تماس دهیم، بار الکتریکی هر کدام $+3\mu\text{C}$ خواهد شد. بار اولیه گلوله‌ها بر حسب میکروکولن کدام است؟ ($k = 9 \times 10^9 \frac{\text{N.m}^2}{\text{C}^2}$)

(اعدادی مضرب‌ناپذیر -)

- (۱) $-6, 12$
(۲) $-4, 10$
(۳) $-3, 9$
(۴) $-2, 8$

۵۳. دو کره فلزی مشابه دارای بارهای الکتریکی $q_1 = +5\mu\text{C}$ و $q_2 = +15\mu\text{C}$ در فاصله r ، نیروی F بر یکدیگر وارد می‌کنند. اگر این دو کره را در یک لحظه با یکدیگر تماس دهیم به طوری که فقط بین دو کره مبادله بار صورت گیرد و مجدداً به همان فاصله قبلی برگردانیم، نیروی دافعه بین دو کره چگونه تغییر می‌کند؟

(اعدادی مضرب‌ناپذیر -)

- (۱) ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.
(۲) ۲۵ درصد کاهش می‌یابد.
(۳) تقریباً ۳۳ درصد کاهش می‌یابد.
(۴) تقریباً ۳۳ درصد افزایش می‌یابد.

۵۴. دو کره فلزی که روی پایه‌های عایقی قرار دارند، دارای بار الکتریکی هستند. اندازه نیروی الکتریکی بین این دو کره با فاصله d برابر F است. اگر آن دو را به هم تماس داده و دوباره در همان فاصله قرار دهیم، اندازه نیرو، F' می‌شود. کدام رابطه بین F و F' برقرار است؟

(۱ $F > F'$)

- (۱) $F > F'$
(۲) $F < F'$
(۳) $F = F'$
(۴) بسته به شرایط، هر کدام ممکن است درست باشد.

۵۵. اندازه بار دو کره رسانای هم‌اندازه یکسان نیست و یکدیگر را از فاصله r می‌رانند. دو کره را به هم تماس داده و سپس به همان فاصله r می‌بریم. نیروی الکتریکی بین دو کره نسبت به حالت اول چگونه می‌شود؟

(۱) تغییر نمی‌کند.

- (۲) افزایش می‌یابد.
(۳) کاهش می‌یابد.
(۴) بسته به شرایط هر سه ممکن است.

۵۶. دو کره رسانای هم‌اندازه A و B به ترتیب با بارهای الکتریکی $\frac{3}{4}Q$ و $\frac{3}{4}Q$ داریم که در فاصله نسبتاً دوری از هم قرار دارند. کره رسانای

خنتای C را که هم‌اندازه کره A می‌باشد، با آن تماس می‌دهیم. سپس کره C را با کره B تماس می‌دهیم و در نهایت کره C را به فاصله بسیار دوری از دو کره A و B منتقل می‌کنیم. اندازه نیروی الکتریکی بین دو کره A و B در همان فاصله اولیه پس از تماس کره C چند برابر قبل از تماس با کره C است؟

(اعدادی صحیح -)

- (۱) $\frac{5}{16}$
(۲) $\frac{8}{16}$
(۳) ۱
(۴) $\frac{24}{16}$

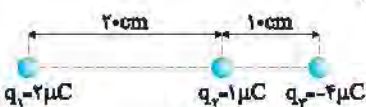
برهم‌نهی نیروهای الکتریکی هم‌راستا

۵۷. اندازه نیروی کولنی بین دو بار q و Q در فاصله d برابر F است. در شکل روبه‌رو، اندازه برایند نیروهای وارد از طرف دو بار $+Q$ و $-Q$ بر بار $+q$ برابر است با:



- (۱) صفر
(۲) $\frac{F}{2}$
(۳) F
(۴) $2F$

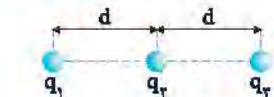
۵۸. در شکل مقابل، اندازه برایند نیروهای وارد بر بار q_3 چند برابر اندازه نیروی خالص وارد بر بار q_1 است؟



- (۱) $\frac{88}{7}$
(۲) $\frac{12}{5}$
(۳) $\frac{84}{25}$
(۴) $\frac{60}{7}$

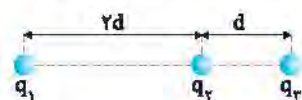
۵۹. در شکل، سه بار نقطه‌ای روی سه نقطه ثابت شده‌اند. اگر بار q_3 ، بار q_1 را با نیروی الکتریکی F براند، بزرگی برابند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر $\frac{F}{3}$ و به سمت چپ شکل می‌شود. نسبت $\frac{q_1}{q_3}$ کدام است؟

(آزمون‌های کلیه)



- (۱) $\frac{1}{6}$
(۲) $-\frac{1}{6}$
(۳) -6
(۴) 6

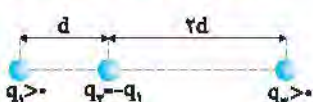
۶۰. در شکل مقابل، برابند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر 30N است. اگر بار q_3 را خنثی کنیم، نیروی وارد بر بار q_1 ، 10N در جهت عکس می‌شود.



- نسبت $\frac{q_3}{q_1}$ کدام است؟
(۱) 1
(۲) -1
(۳) 4
(۴) -4

۶۱. سه بار نقطه‌ای مطابق شکل زیر ثابت شده‌اند. اگر برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_1 هم‌اندازه برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 باشد،

(معدله‌ای تجربی خانج از شماره - ۱۹۵)

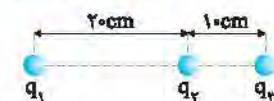


- کدام است $\frac{q_3}{q_1}$ ؟
(۱) $\frac{8}{13}$
(۲) $\frac{13}{8}$
(۳) $\frac{13}{13}$
(۴) $\frac{13}{13}$

نیروی صفر و بار در حال تعادل

۶۲. در شکل روبه‌رو، برابند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارهای نقطه‌ای برابر صفر است. کدام است $\frac{q_3}{q_2}$ ؟

(معدله‌ای تجربی - ۱۹۳)



- (۱) -4
(۲) $+4$
(۳) $-\frac{9}{4}$
(۴) $+\frac{9}{4}$

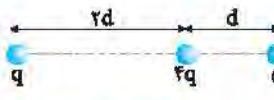
۶۳. دو بار الکتریکی $-q$ و $+4q$ در دو نقطه A و B به فاصله $AB = 30\text{cm}$ از هم قرار دارند. بار q' را در چه فاصله‌ای بر حسب

(ک)

سانتی‌متر از بار Q قرار دهیم تا به حالت تعادل قرار گیرد؟

- (۱) 15
(۲) 30
(۳) 45
(۴) 60

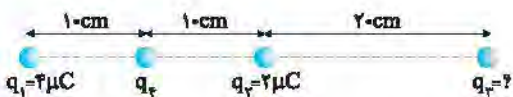
۶۴. اگر در شکل روبه‌رو برابند نیروهای وارد بر بار $4q$ برابر صفر باشد، بار Q برابر کدام است؟



- (۱) $4q$
(۲) $2q$
(۳) $\frac{q}{2}$
(۴) $\frac{q}{4}$

۶۵. در شکل مقابل برابند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 برابر صفر است. بار q_1 چند میکروکولن است؟

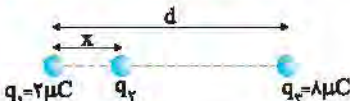
(معدله‌ای بیاض - ۱۹۱)



- (۱) 18
(۲) 8
(۳) -8
(۴) -18

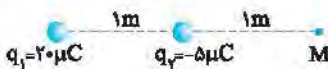
۶۶. سه بار نقطه‌ای مطابق شکل قرار دارند. برابند نیروهای الکتروستاتیکی وارد بر هر یک از بارها صفر است. بار q_3 چند میکروکولن

(معدله‌ای تجربی خانج از شماره - ۱۸۹)



- است؟
(۱) $-\frac{2}{9}$
(۲) $+\frac{2}{9}$
(۳) $-\frac{8}{9}$
(۴) $+\frac{8}{9}$

۶۷. در شکل روبه‌رو در نقطه M ، بار الکتریکی نقطه‌ای چند میکروکولنی قرار دهیم تا برابند نیروهای



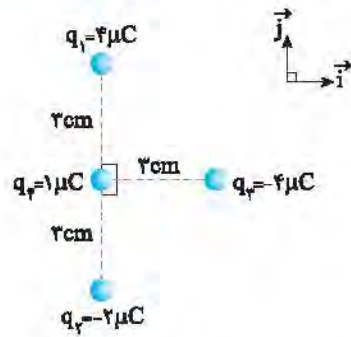
- وارد بر آن از طرف بارهای دیگر صفر شود؟
(۱) -4
(۲) 1
(۳) 5
(۴) هر مقدار دلخواهی می‌تواند باشد.

۶۸. دو بار الکتریکی هم‌نام و هم‌اندازه در فاصله L از هم قرار دارند. در فاصله L بین دو بار و در راستای خط واصل، بار سوم را از فاصله $\frac{L}{4}$

(آزمون‌های کلیه)

یکی از بارها تا فاصله $\frac{L}{4}$ بار دیگر جابه‌جا می‌کنیم. نیروی وارد بر این بار

- (۱) کاهش می‌یابد.
(۲) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
(۳) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.
(۴) افزایش می‌یابد.



۶۹☆ در شکل مقابل، بردار نیروی خالص وارد بر بار q_3 در SI کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$

(۱) $\vec{F} = 40\vec{i} - 60\vec{j}$

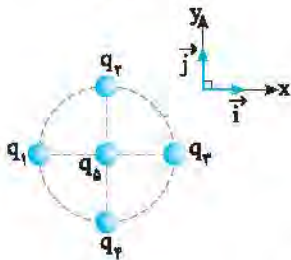
(۲) $\vec{F} = 40\vec{i} + 60\vec{j}$

(۳) $\vec{F} = 40\vec{i} - 20\vec{j}$

(۴) $\vec{F} = 40\vec{i} + 20\vec{j}$

۷۰☆

در شکل روبه‌رو، چهار بار نقطه‌ای $q_1 = q_2 = -q_3 = -q_4 = +q$ روی محیط دایره‌ای قرار گرفته‌اند و بار $q_5 = +q$ در مرکز دایره قرار دارد. اگر بزرگی نیروی الکتریکی که بار q_1 به بار q_5 وارد می‌کند، یک نیوتون باشد، بردار برابری نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_5 بر حسب نیوتون کدام است؟ (پایه ۱۰)



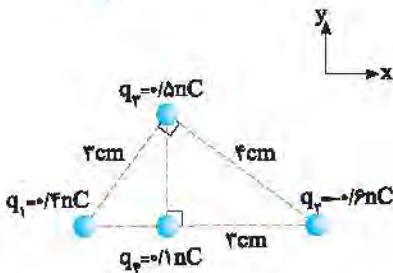
(۱) $2\sqrt{2}\vec{i} - 2\sqrt{2}\vec{j}$

(۱) $2\vec{i} - 2\vec{j}$

(۲) $-2\sqrt{2}\vec{i} + 2\sqrt{2}\vec{j}$

(۳) $-2\vec{i} + 2\vec{j}$

۷۱. نیروی خالص وارد بر بار q_4 از طرف بارهای دیگر کدام است؟ $(k = 9 \times 10^9 \frac{N.m^2}{C^2})$



(۱) $10^{-7}(15\vec{i} + 9\vec{j})$

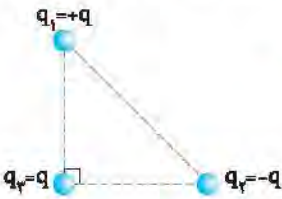
(۲) $10^{-7}(15\vec{i} - 9\vec{j})$

(۳) $10^{-7}(3\vec{i} - 9\vec{j})$

(۴) $10^{-7}(3\vec{i} + 9\vec{j})$

۷۲☆

مطابق شکل سه ذره در سه رأس یک مثلث متساوی‌الساقین قرار دارند و اندازه نیروی خالص وارد بر ذره q_3 برابر F_T است. اگر بار q_1 قریب شود، اندازه نیروی خالص وارد بر بار q_3 کدام خواهد شد؟ (پایه ۱۰ کتاب درسی)



(۱) $2F_T$

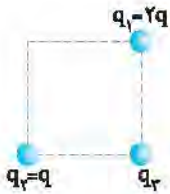
(۱) F_T

(۲) صفر

(۳) $\sqrt{2}F_T$

۷۳☆

در شکل مقابل، سه ذره باردار در گوشه‌های یک مربع قرار دارند. اگر q_2 به q_3 نیروی F وارد کند، اندازه نیروی کل وارد بر q_3 چند برابر F است؟ (پایه ۱۰ کتاب درسی)



(۱) $\sqrt{3}F$

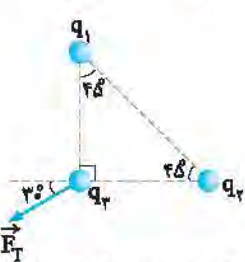
(۱) $3F$

(۲) $\sqrt{5}F$

(۳) $\sqrt{2}F$

۷۴

در شکل مقابل، نیروی کل وارد بر بار q_3 از طرف دو بار q_1 و q_2 نشان داده شده است. با توجه به آن، q_1 و q_2 و $|q_2|$ از $|q_1|$ است.



(۱) هم‌نام، بزرگ‌تر

(۲) هم‌نام، کوچک‌تر

(۳) ناهم‌نام، بزرگ‌تر

(۴) ناهم‌نام، کوچک‌تر

۷۵☆

سه بار نقطه‌ای مطابق شکل در سه رأس یک مثلث ثابت شده‌اند. نیروی وارد بر بار $q_3 = 1 \mu C$ واقع در نقطه O ، در وسط خط واصل دو بار q_1 و q_2 چند نیوتون است؟ (پایه ۱۰ کتاب درسی)



(۱) ۴۵

(۲) ۹۰

(۳) $45\sqrt{3}$

(۴) $90\sqrt{2}$