

فصل اول: حرکت بر خط راست

- ۱ سرعت متوسط و تندی متوسط
- ۲ سرعت متوسط در مسیرهای چند مرحله‌ای
- ۳ حرکت یکنواخت
- ۴ شتاب
- ۵ حرکت شتابدار
- ۶ معادله سرعت - زمان
- ۷ سرعت متوسط حرکت شتابدار
- ۸ جابجایی ثانیه t ام
- ۹ معادله مستقل از شتاب
- ۱۰ روابط سریع حرکت
- ۱۱ معادله مستقل از زمان

فرمول‌ها

در نگاه کلی
با جزئیات

نمودارها

- ۱ تفاوت جابجایی و مسافت
- ۲ نمایش تندی لحظه‌ای
- ۳ مفهوم شیب در نمودار مکان - زمان

تصاویر و جداول

حرکت بر خط راست

- ۱ جابجایی
- ۲ مسافت
- ۳ تندی متوسط
- ۴ سرعت متوسط
- ۵ بردار مکان
- ۶ نمودار مکان - زمان
- ۷ نمودار سرعت - زمان
- ۸ نمودار شتاب - زمان
- ۹ تندی لحظه‌ای
- ۱۰ سرعت لحظه‌ای
- ۱۱ حرکت یکنواخت
- ۱۲ حرکت شتابدار
- ۱۳ شتاب متوسط
- ۱۴ شتاب لحظه‌ای
- ۱۵ حرکت تندشونده
- ۱۶ حرکت کندشونده

مفاهیم

فرمول‌ها

۱ سرعت متوسط و تندی متوسط

$$\begin{array}{ccc}
 \text{جاب‌جایی (m)} & & \text{مسافت (m)} \\
 \uparrow & & \rightarrow \\
 \mathbf{v}_{avr} = \frac{\Delta x}{\Delta t} & & \mathbf{s}_{avr} = \frac{l}{t} \\
 \downarrow & & \downarrow \\
 \text{سرعت متوسط (m/s)} & & \text{تندی متوسط (m/s)} \\
 \text{زمان (s)} & & \text{زمان (s)}
 \end{array}$$

تذکره ۱: در سرعت متوسط، جابه‌جایی، یعنی فاصله مستقیم مبدأ تا مقصد مورد نظر است. ولی در تندی متوسط کل مسیر پیموده شده توسط متحرک در بازه زمانی مدنظر است.

تذکره ۲: اگر متحرک به نقطه شروع باز گردد، جابه‌جایی صفر و سرعت متوسط صفر دارد ولی تندی متوسط برای آن غیر صفر است.

۲ سرعت متوسط در مسیرهای چند مرحله‌ای

اگر جابه‌جایی و زمان هر مسیر را داشته باشیم:

$$\vec{v}_{avr} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots}$$

اگر جابه‌جایی را ندهند (Δx):

$$\vec{v}_{avr} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2 + \dots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots}$$

اگر زمان را ندهند (Δt):

$$\vec{v}_{avr} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots}{\frac{\Delta x_1}{v_1} + \frac{\Delta x_2}{v_2} + \dots}$$

تذکره ۱: اگر متحرک بخشی از مسیر را باز گردد و خلاف محور X حرکت کند، X آن را منفی جایگذاری می‌کنیم.

تذکره ۲: در حرکت‌های چند مرحله‌ای یکنواخت بر روی مسیر مستقیم، تندی متوسط برابر است با:

$$s_{avr} = \frac{|\Delta x_1| + |\Delta x_2| + \dots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \dots}$$

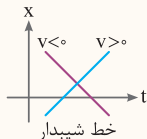
و همواره $s_{avr} \geq v_{avr}$ است.



۳ حرکت یکنواخت

$$x = v t + x_0 \rightarrow \text{مکان اولیه (m)}$$

سرعت (m/s) \uparrow
 $x = v t + x_0$
 \downarrow \downarrow
 مکان (m) \downarrow \downarrow
 زمان (s)



تحلیل: نمودار مکان - زمان در هر لحظه موقعیت متحرک را نشان می‌دهد. اگر متحرک قبل از مبدأ حرکت کند $x_0 < 0$ ، بعد از مبدأ حرکت کند $x_0 > 0$ و اگر از مبدأ حرکت کند $x_0 = 0$ و شیب نمودار علامت سرعت را تعیین می‌کند.

کلیدواژه: حرکت با سرعت ثابت - حرکت یکنواخت - نمودار خطی
تبدیل واحد: واحد سرعت باید m/s باشد، در غیر این صورت داریم:

$$\text{km/h} \xrightarrow{\div 3/6} \text{m/s}$$

$$\text{cm/s} \xrightarrow{\times 10^{-2}} \text{m/s}$$

ذره‌بین: در نمودار مکان - زمان هر آنچه قبل از t وجود دارد، سرعت و هر آنچه بعد از t اضافه یا کم می‌شود، مکان اولیه است.

$$x = \begin{pmatrix} v \\ 4 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} x_0 \\ -12 \end{pmatrix}$$

$$x = \begin{pmatrix} v \\ 2 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} x_0 \\ \text{صفر} \end{pmatrix}$$

$$x = \begin{pmatrix} v \\ -3 \end{pmatrix} t + \begin{pmatrix} x_0 \\ +9 \end{pmatrix}$$

مثال:

۴ شتاب

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

تغییر سرعت (m/s) \uparrow
 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$
 \downarrow \downarrow
 شتاب (m/s²) \downarrow \downarrow
 زمان (s)

نکات: در حرکت با شتاب ثابت، این معادله به صورت یک عدد ثابت

بدون درجه می‌باشد.

اگر در حرکتی بردارهای سرعت و شتاب با یکدیگر هم‌جهت باشند، تندی متحرک

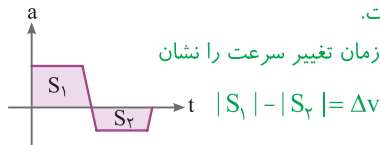
($|v|$) دائماً در حال افزایش بوده و حرکت متحرک تندشونده می‌باشد. ($a \cdot v > 0$)

در یک حرکت کندشونده بردارهای شتاب و سرعت در خلاف جهت یکدیگرند به طوری که $a \cdot v < 0$ می‌باشد.

در قلعه‌ها و دره‌ها در نمودار سرعت - زمان شتاب متحرک صفر است. اگر

نمودار سرعت - زمان به محور t نزدیک شود، حرکت کندشونده و اگر از محور دور شود، حرکت تندشونده است.

سطح زیر نمودار شتاب - زمان تغییر سرعت را نشان



می‌دهد:

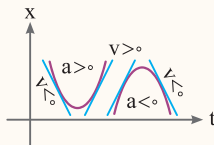
نکته کاربردی: اگر در نمودار شتاب - زمان محور عمودی را در جرم ضرب

کنیم نمودار نیرو - زمان به دست می‌آید که در فصل بعد کاربرد دارد.

۵ حرکت شتابدار

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0$$

سرعت اولیه (m/s) \uparrow شتاب (m/s^2)
 مکان اولیه (m) \downarrow زمان (s) \downarrow مکان (m)



تحلیل: با استفاده از نمودار مکان - زمان حرکت شتابدار با شتاب ثابت،

می‌توان موقعیت متحرک را شناسایی کرد. در حرکت از مبدأ $x_0 = 0$ ، جلوتر

از مبدأ $x_0 > 0$ و عقب‌تر از مبدأ $x_0 < 0$ می‌باشد. تقعر نمودار، علامت شتاب و

شیب نمودار، علامت سرعت را تعیین می‌کند.

کلیدواژه: حرکت با شتاب ثابت - نمودار منحنی درجه ۲ - تغییر سرعت



مثال: در حرکت با شتاب ثابت هر آنچه قبل از t قرار دارد، نصف شتاب و هر آنچه قبل از t قرار دارد، سرعت اولیه و هر آنچه در انتهای معادله اضافه یا کم می‌شود، مکان اولیه است.

$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 \quad \frac{1}{2} a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$$

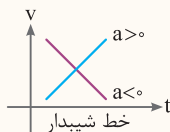
$$x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0 \quad \frac{1}{2} a = -4 \Rightarrow a = -8 \text{ m/s}^2$$

نکات: اگر درجه معادله مکان - زمان، ۳ و بالاتر باشد حرکت شتابدار متغیر، اگر معادله درجه ۲ باشد، شتابدار ثابت و اگر درجه ۱ باشد، یکنواخت است و اگر معادله $x-t$ مثلثاتی باشد، نوع حرکت، نوسانی یا هماهنگ ساده است. (شتاب متغیر)

- ♦ ریشه‌های معادله $x=t$ لحظات عبور از مبدأ را نشان می‌دهد.
- ♦ اگر در معادله مکان - زمان، t را صفر جایگذاری کنیم، مکان اولیه متحرک (X_0) به دست می‌آید. با جایگذاری هر لحظه در معادله مکان - زمان موقعیت متحرک را در آن لحظه به دست می‌آوریم.
- ♦ اگر دو متحرک در نمودار مکان - زمان با هم برخورد کنند در آن لحظه موقعیت یکسان دارند $X_1 = X_2$.
- ♦ شیب نمودار بین دو نقطه، سرعت متوسط را نشان می‌دهد و اگر شیب در یک نقطه بر نمودار مماس شود، مفهوم تندی لحظه‌ای را می‌رساند.
- ♦ اگر نمودار مکان - زمان خط شیبدار باشد، حرکت یکنواخت و اگر منحنی باشد، حرکت شتابدار است.
- ♦ اگر نمودار مکان - زمان با محور t برخورد کند و از آن عبور کند، در آن لحظات، متحرک از مبدأ عبور کرده است.
- ♦ در قله‌ها و دره‌ها در نمودار مکان - زمان تندی صفر و متحرک توقف کرده است.

معادله سرعت-زمان

زمان (s) سرعت (m/s)
 $v = a t + v_0$ → تندى اولیه (m/s)
 شتاب (m/s^2)



تحلیل: هر گاه در هر لحظه در حرکت شتابدار، سرعت متحرک را بخواهیم، از این رابطه استفاده می‌کنیم. از لحاظ نموداری، شیب نمودار، علامت سرعت را تعیین می‌کند و مساحت زیر نمودار، جابه‌جایی و مسافت متحرک را نشان می‌دهد.

تذکره: اگر متحرک متوقف شود $v = 0$ و در نتیجه، زمان توقف از $t = \left| \frac{v_0}{a} \right|$ به دست می‌آید.

کلیدواژه: معادله سرعت زمان - زمان توقف یا ترمز - نمودار $v - t$

ذره‌بین: در حرکت با شتاب ثابت هر آن‌چه قبل از t قرار دارد شتاب متحرک و هر آن‌چه در انتهای معادله اضافه یا کم می‌شود، سرعت اولیه است.

مثال:

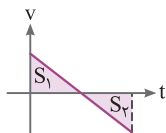
$$v = 4t - 2$$

$$v = 2t \quad \text{صفر}$$

$$v = -3t + 4$$

$a \qquad v_0$

نکات:



جابه‌جایی $|S_1| - |S_2| = \Delta x$

مسافت $|S_1| + |S_2| = L$



۲ اگر درجهٔ معادله ۲ و بالاتر باشد حرکت شتابدار متغیر، اگر درجهٔ معادله ۱ باشد حرکت شتابدار ثابت و اگر به صورت یک عدد ثابت باشد، حرکت یکنواخت است.

۳ اگر نمودار سرعت - زمان منحنی باشد، شتابدار متغیر، اگر خط شیبدار باشد شتابدار با شتاب ثابت و اگر خط صاف افقی باشد یکنواخت است.

۴ ریشه‌های معادله $v - t$ لحظات توقف و سرعت صفر را نشان می‌دهد. اگر قبل و بعد از این نقاط علامت سرعت تغییر کرده باشد علاوه بر توقف، تغییر جهت سرعت نیز خواهیم داشت.

۵ هر توفقی الزاماً تغییر جهت ندارد.

۶ اگر در معادلهٔ سرعت - زمان، t را صفر قرار دهیم سرعت اولیهٔ متحرک محاسبه می‌شود.

۷ اگر دو متحرک در نمودار سرعت - زمان با هم برخورد کنند دارای سرعت برابر می‌باشند:

$$v_1 = v_2$$

۸ هرگاه دو متحرک از هم سبقت بگیرند:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2$$

۹ هرگاه متحرکی متوقف شود:

$$v_2 = 0$$

۱۰ هرگاه متحرکی رها شود - از حال سکون حرکت کند - شروع به حرکت کند:

$$v_1 = 0$$

۱۱ هرگاه متحرک سرعت ثابت داشته باشد:

$$a = 0, v_1 = v_2$$

۱۲ شیب نمودار بین دو نقطه، شتاب متوسط را نشان می‌دهد و اگر شیب یک نقطه بر نمودار مماس شود، مفهوم شتاب لحظه‌ای را می‌رساند.

۱۳ اگر متحرک از حال سکون حرکت کند یا از ارتفاعی رها شود، سرعت اولیه نداشته است.

۱۴ اگر نمودار سرعت - زمان با محور t برخورد کند، در آن لحظات سرعت صفر بوده و متحرک متوقف شده است.

نکته کاربردی: اگر در نمودار سرعت - زمان، محور سرعت را در جرم ضرب

کنیم نمودار تکانه - زمان به دست می‌آید که در فصل بعد کاربرد دارد.

سرعت متوسط حرکت شتابدار

سرعت در لحظه t_1 (m/s) سرعت در لحظه t_2 (m/s)

$$v_{avr} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

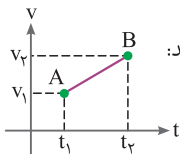
سرعت متوسط
(m/s)

زمان (s)

$$v_{avr} = \frac{1}{2} a t + v_0 \rightarrow \text{سرعت اولیه (m/s)}$$

شتاب (m/s²)
سرعت متوسط (m/s)

تحلیل: هر گاه آهنگ تغییر سرعت در حرکت شتابدار منظم و خطی باشد سرعت متوسط، میانگین سرعت لحظات t_1 و t_2 می باشد و از رابطه اول استفاده می کنیم. و هر گاه در یک بازه زمانی، سرعت متوسط را بخواهیم، از رابطه دوم با استفاده از شتاب به سرعت متوسط می رسمیم.



تذکر: \bar{v} در رابطه اول در لحظه $t = \frac{t_1 + t_2}{2}$ رخ می دهد:

سرعت در نانهای متوالی تشکیل یک تصاعد عددی با قدرنسبت a می دهد.

کلیدواژه: تندی متوسط - میانگین تندی

جابه جایی ثانیه t ام

سرعت اولیه (m/s) شتاب (m/s²)

$$\Delta x = \frac{1}{2} a (2t - 1) + v_0$$

جابه جایی ثانیه t ام

زمان (s)

تحلیل: فرق این معادله با معادله حرکت شتابدار در این است که جابه جایی در بازه زمانی t ام یعنی $t - 1$ تا t بررسی می شود و در معادله قبلی در یک لحظه خاص، مکان بررسی می شود.

مثال: [۲-۳] نانیه سوم:



🔑 **کلید واژه:** ثانیه^۲ t^۲ اُم

🌟 **تذکر:** در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی‌های مساوی و متوالی تشکیل تصاعد عددی با قدرنسبت at^2 را می‌دهند.

۹ **معادله مستقل از شتاب**

سرعت در لحظه^۲ t_۲ (m/s) ← سرعت در لحظه^۱ t_۱ (m/s)

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \rightarrow \text{زمان (s)}$$

↓
جابه‌جایی (m)

🌟 **تحلیل:** هنگامی که بخواهیم جابه‌جایی در حرکت شتابدار را بررسی کنیم ولی شتاب حرکت را نداشته باشیم، از رابطه^۲ فوق استفاده می‌کنیم.

🔑 **کلید واژه:** حرکت شتابدار

- ✓ v
- ✓ t
- ✓ Δx
- ✗ a

۱۰ **روابط سریع حرکت**

یک رابطه^۲ سریع برای جابه‌جایی برابر در شتاب ثابت: زمان (s)

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \sqrt{\frac{a_1}{a_2}} \rightarrow \text{شتاب (m/s}^2\text{)}$$

↓
زمان (s)

یک رابطه^۲ سریع برای $\frac{x}{n}$ مسیر:

$$t' = \frac{t}{\sqrt{n}}$$

↑
زمان $\frac{x}{n}$ مسیر (s)

↓
کسری از مسیر

🔑 **کلید واژه:** مسائل مقایسه‌ای - $\frac{x}{n}$ مسیر

تحلیل: در جابه‌جایی برابر در حرکت شتابدار، زمان و جذر شتاب رابطهٔ عکس دارند. اگر متحرک در t ثانیه، x متر را طی کند، $\frac{x}{n}$ مسیر را در زمان t' طی می‌کند.

۱۱ معادله مستقل از زمان

جابه‌جایی (m) سرعت اولیه (m/s) \uparrow

$$v^2 - v_0^2 = 2a \Delta x$$

شتاب (m/s²) سرعت (m/s) \downarrow

سرعت اولیه (m/s)

$$\Delta x = \left| \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \right|$$

طول خط ترمز (m) شتاب (m/s²) \downarrow

طول خط ترمز (مسافت توقف):

تحلیل: در این معادله بدون در نظر داشتن زمان می‌توانیم جابه‌جایی یا سرعت را برای متحرک محاسبه کنیم.

کلیدواژه: حرکت شتابدار

- ✓ x
- ✓ a
- ✓ v
- ✗ t

تذکر: هنگامی که متحرک متوقف می‌شود $v = 0$ ؛ در نتیجه طول خط ترمز از رابطهٔ دوم به‌دست می‌آید.

آنچه در فصل دینامیک خواهیم دید: در روابط زمان توقف و طول خط ترمز در حرکت شتابدار اگر ضریب اصطکاک را داشته باشیم، شتاب از رابطهٔ زیر نیز محاسبه می‌شود:

ضریب اصطکاک \uparrow

$$a = -\mu g \rightarrow (9.8 \text{ m/s}^2)$$

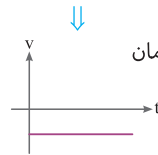
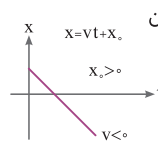
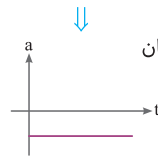
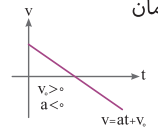
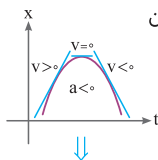
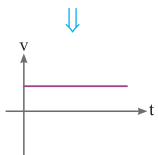
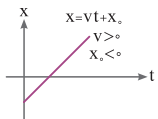
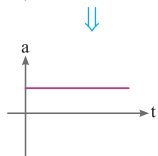
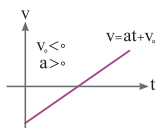
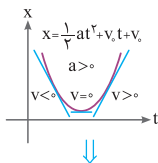
شتاب گرانش (m/s²) شتاب \downarrow



نمودارها

1 نمودارهای حرکت کلی

◆ نمودارهای حرکت شتابدار



نمودار مکان - زمان

(منحنی درجه ۲)

نمودار سرعت - زمان

(خط درجه ۱)

نمودار شتاب - زمان

(خط افقی)

◆ نمودارهای حرکت یکنواخت

نمودار مکان - زمان

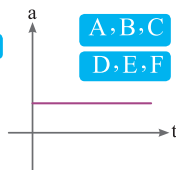
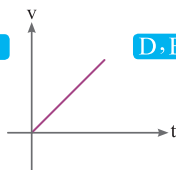
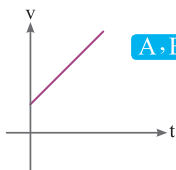
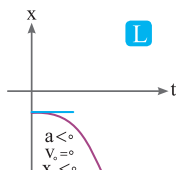
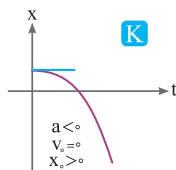
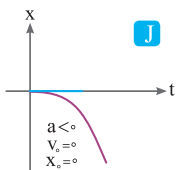
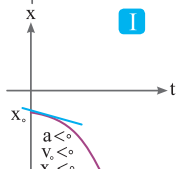
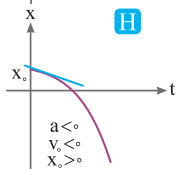
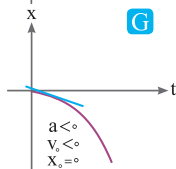
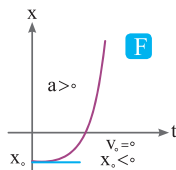
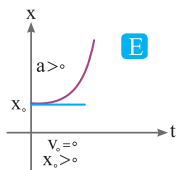
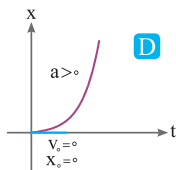
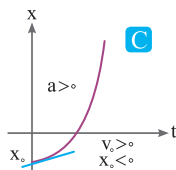
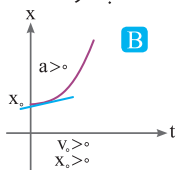
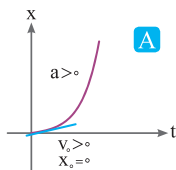
(خط درجه ۱)

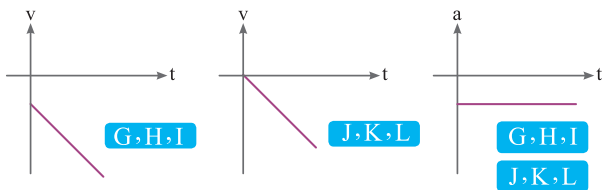
نمودار سرعت - زمان

(خط افقی)

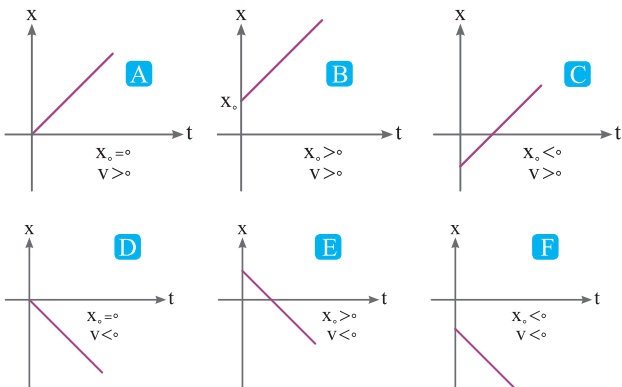
۲ نمودارها با جزئیات

شتاب دارها




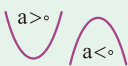




یکنواخت ($a = 0$)



جمع‌بندی معادله . نمودار

شتابدار	شتابدار	شتابدار	یکنواخت	نوع حرکت
$a = \text{ثابت}$	$v = at + v_0$	$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$	$x = vt + x_0$	نوع معادله
صفر	۱	۲	۱	درجه
—	 + — شتاب	 + — سرعت	 + — سرعت	شیب
تغییر سرعت	تغییر مکان یا مسافت	—	—	مساحت
—	—	 شتاب	—	تقعر

☑ تندشونده: $a \cdot v > 0$

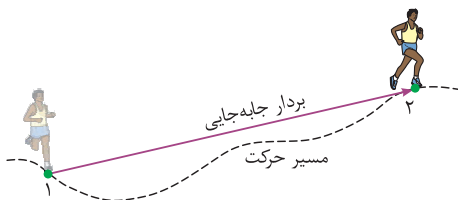
☑ کندشونده: $a \cdot v < 0$



تصاویر و جداول

تفاوت جابه‌جایی و مسافت

در این شکل تفاوت بردار جابه‌جایی و مسافت نشان داده شده است.



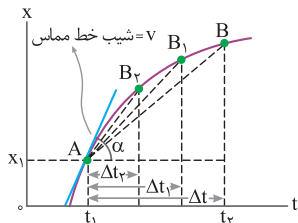
نمایش تندی لحظه‌ای

عقربه تندی‌سنج، تندی لحظه‌ای خودرو را نمایش می‌دهد.



مفهوم شیب در نمودار مکان - زمان

با کوچک شدن تدریجی Δt ، نقطه B به نقطه A نزدیک می‌شود. در این صورت خط واصل بین این دو نقطه، در حالتی که بازه زمانی Δt خیلی خیلی کوچک شود، به خط مماس بر منحنی در نقطه A میل می‌کند. به این ترتیب شیب این خط، برابر با سرعت متحرک در لحظه t_1 است.



www.Gajmarket.com

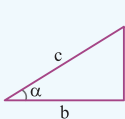
مفاهیم

- ۱- **جابه‌جایی (d):** بردار یا پاره‌خط جهت‌داری که مبدأ را به مقصد متصل می‌کند.
- ۲- **مسافت (l):** کل مسیر طی‌شده از مبدأ تا مقصد را مسافت می‌گویند.
- ۳- **تندی متوسط (s):** به مسافت طی‌شده در یک بازه‌زمانی مشخص، تندی متوسط می‌گویند.
- ۴- **سرعت متوسط (v_{av}):** به جابه‌جایی متحرک در یک بازه‌زمانی مشخص، سرعت متوسط می‌گویند.
- ۵- **بردار مکان:** برداری است که مبدأ محور مختصات را در هر لحظه به مکان متصل می‌کند.
- ۶- **نمودار مکان-زمان:** در هر لحظه مکان متحرک را توصیف می‌کند.
- ۷- **نمودار سرعت-زمان:** مقدار سرعت را در هر لحظه به ما نشان می‌دهد.
- ۸- **نمودار شتاب-زمان:** در حرکت شتابدار مقدار شتاب در هر بازه‌زمانی را نشان می‌دهد.
- ۹- **تندی لحظه‌ای:** تندی متحرک در هر لحظه از زمان را تندی لحظه‌ای می‌گویند.
- ۱۰- **سرعت لحظه‌ای:** در تندی لحظه‌ای اگر جهت حرکت نیز ذکر شود در واقع سرعت لحظه‌ای بیان شده است.
- ۱۱- **حرکت یکنواخت:** هرگاه تندی حرکت جسم ثابت باشد نوع حرکت، یکنواخت است.
- ۱۲- **حرکت شتابدار:** هرگاه سرعت متحرکی در بازه‌زمانی تغییر کند نوع حرکت شتابداری باشد.
- ۱۳- **شتاب متوسط:** به تغییرات سرعت یک متحرک در بازه‌زمانی Δt شتاب متوسط می‌گویند.
- ۱۴- **شتاب لحظه‌ای:** هرگاه بازه‌زمانی تغییرات سرعت بسیار کوچک باشد، شتاب را شتاب لحظه‌ای می‌گویند.
- ۱۵- **حرکت تندشونده:** هرگاه قدرمطلق سرعت متحرکی رو به افزایش باشد، نوع حرکت تندشونده است.
- ۱۶- **حرکت کندشونده:** هرگاه قدرمطلق سرعت متحرکی رو به کاهش باشد، نوع حرکت کندشونده است.



ضمیمه ۲: ایستگاه فرمول‌های ریاضی

۱ روابط مثلثاتی



$$\sin \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{a}{c}, \quad \cos \alpha = \frac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{b}{c}$$

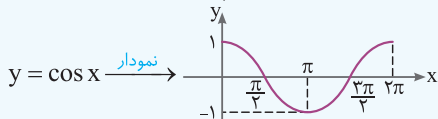
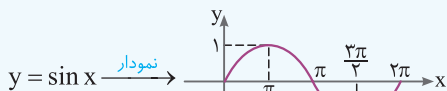
$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{a}{b}$$

$$\begin{cases} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \\ a^2 + b^2 = c^2 \end{cases} \quad \begin{cases} 3,4 \rightarrow 5 \\ 6,8 \rightarrow 10 \\ 5,12 \rightarrow 13 \end{cases} \quad \text{همواره داریم:}$$

اعداد فیثاغورسی

$\tan \theta$	$\cos \theta$	$\sin \theta$	θ
۰	۱	۰	۰
∞	۰	۱	۹۰
۰	-۱	۰	۱۸۰
∞	۰	-۱	۲۷۰
۰	۱	۰	۳۶۰
۱	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	۴۵
$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	۳۰
$\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۶۰
$\frac{3}{4}$	۰/۸	۰/۶	۳۷
$\frac{4}{3}$	۰/۶	۰/۸	۵۳

www.Gajmarket.com

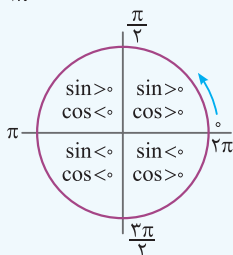


$$\begin{cases} \cos 2k\pi = +1 \\ \cos (2k-1)\pi = -1 \end{cases}$$

مضارب زوج π
مضارب فرد π

$$\sin k\pi = 0$$

تمامی مضارب π

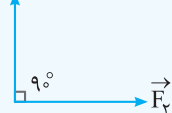


$$-1 \leq \sin x \leq 1 \quad , \quad -1 \leq \cos x \leq 1$$

قوانین بردارها ۲

بردار: \vec{F}

برایند بردارها: \vec{F}_T



اندازه بردار: $|\vec{F}| = F$

اندازه برایند: $|\vec{F}_T| = F_T$

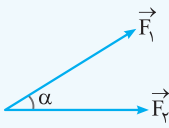
$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$$

$$\vec{F}_T = \vec{F}_2 - \vec{F}_1$$

$$F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

$$F_{\text{تفاضل}} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

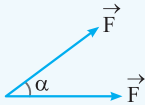
برایند و تفاضل ۱



$$F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2 \cos \alpha}$$



$$F_{\text{تفاضل}} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2 \cos \alpha}$$



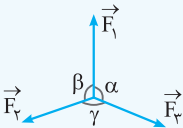
$$F_T = 2F \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

$$F_{\text{تفاضل}} = 2F \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$

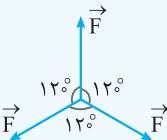
$$|\vec{F}_2 - \vec{F}_1| \leq F_T \leq |\vec{F}_1 + \vec{F}_2|$$

min max

قانون سینوسها

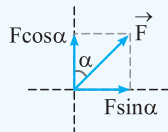
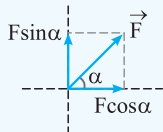


$$\frac{F_1}{\sin \gamma} = \frac{F_2}{\sin \alpha} = \frac{F_3}{\sin \beta}$$



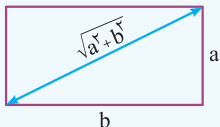
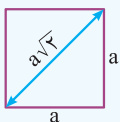
$$F_T = 0$$

تجزیه بردارها

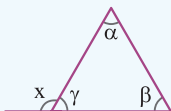


روابط هندسی ۳

محاسبه قطر ۱



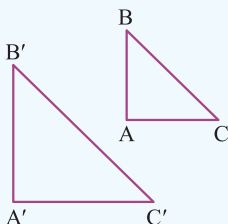
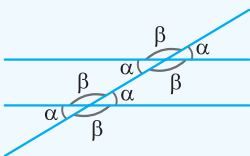
جمع زوایای مثلث ۲



$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

$$x = \alpha + \beta$$

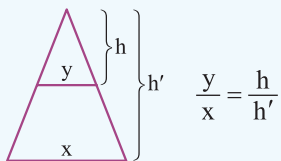
تشابه ۳



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{AC}{A'C'}$$

$$\frac{\text{مساحت مثلث } ABC}{\text{مساحت مثلث } A'B'C'} = \left(\frac{AB}{A'B'}\right)^2 = \left(\frac{BC}{B'C'}\right)^2 = \left(\frac{AC}{A'C'}\right)^2$$

رابطه تالس ۴

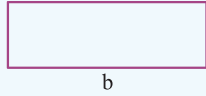




مساحت



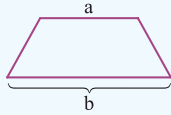
$$A = a^2$$



$$A = ab$$



$$A = \frac{1}{2}bh$$

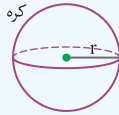


$$A = \frac{(a+b)h}{2}$$



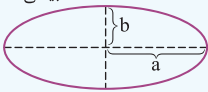
دایره

$$A = \pi r^2$$



کره

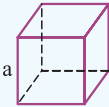
$$A_{\text{جانبی}} = 4\pi r^2$$



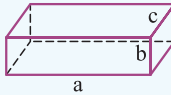
بیضی

$$A = \pi ab$$

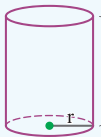
حجم



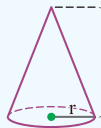
$$V = a^3$$



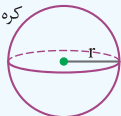
$$V = abc$$



$$V = \pi r^2 h$$



$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$



کره

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

۴ اتحادها

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

۵ معادله خطوط و ریشه‌های معادله

$$y = ax + b \Rightarrow x = -\frac{b}{a} \quad \text{ریشه} \quad \text{درجه ۱:}$$

x	$-\frac{b}{a}$	(تعیین علامت)
y	مخالف علامت a موافق علامت a	

درجه ۲:

$$y = ax^2 + bx + c \quad : \quad \Delta = b^2 - 4ac \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta > 0 \text{ دو ریشه دارد.} \\ \Delta = 0 \text{ ریشه مضاعف دارد.} \\ \Delta < 0 \text{ ریشه ندارد.} \end{array} \right.$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_{\text{مضاعف}} = \frac{-b}{2a} \quad (\Delta = 0)$$

x	x_1	x_2	(تعیین علامت)
y	مخالف علامت a موافق علامت a	مخالف علامت a موافق علامت a	موافق علامت a

۶ قوانین لگاریتم

$$\log_b a = c \Rightarrow a = b^c$$

$$\log ab = \log a + \log b$$

$$\log a^m = m \log a$$

$$\log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b$$

$$\log_a a = 1$$