

## فهرست

شیمی	فیزیک	ریاضی
۱۸	۱۲	۶
۳۳	۲۸	۲۳
۴۸	۴۵	۳۸
۶۳	۵۸	۵۳
۷۹	۷۴	۶۷
۹۶	۹۱	۸۵
۱۱۲	۱۰۷	۱۰۲
۱۲۷	۱۲۲	۱۱۷
۱۴۲	۱۳۷	۱۳۲
۱۵۶	۱۵۱	۱۴۷

کنکور دی ۱۴۰۱
کنکور مجدد آذر ۱۴۰۱
کنکور داخل تیر ۱۴۰۱
کنکور خارج تیر ۱۴۰۱
کنکور داخل ۱۴۰۰
کنکور خارج ۱۴۰۰
کنکور داخل ۱۳۹۹
کنکور خارج ۱۳۹۹
کنکور داخل ۱۳۹۸
کنکور خارج ۱۳۹۸

## آزمون‌های پشتیبان



۱۶۱	ریاضی
۲۳۰	فیزیک
۳۲۴	شیمی



# کنکورهای داخل و خارج

$$\begin{aligned} & [\sim p \wedge (\sim q \wedge r)] \vee (q \wedge r) \vee (p \wedge r) \\ & \equiv (\sim(p \vee q) \wedge r) \vee ((q \vee p) \wedge r) \\ & \equiv (\sim(p \vee q) \vee (p \vee q)) \wedge r \equiv \text{د} \wedge r \equiv r \end{aligned}$$

حال داریم:

ریاضی (۱) - فصل ۴

۳ ۵

ابتدا با حذف عبارت درجه دوم در دو معادله، ریشه مشترک آن‌ها را به دست

$$\begin{cases} x^2 + 6x + m = 0 \\ x^2 + 2x - 3m = 0 \end{cases} \quad \text{می‌آوریم:} \quad \xrightarrow{-} \quad 4x + 4m = 0 \Rightarrow x = -m$$

بنابراین  $x = -m$  ریشه مشترک دو معادله است. حال به کمک ضرب

ریشه‌ها، ریشه دیگر هر یک از معادله‌ها را به دست می‌آوریم:

$$x^2 + 6x + m = 0 \Rightarrow (-m) \times \beta_1 = \frac{m}{1} \Rightarrow \beta_1 = -1$$

$$x^2 + 2x - 3m = 0 \Rightarrow (-m) \times \beta_2 = -\frac{3m}{1} \Rightarrow \beta_2 = 3$$

بنابراین ۱- و ۳ ریشه‌های غیرمشترک دو معادله هستند که اختلاف آن‌ها برابر  $4 - (-1) = 5$  است.

ریاضی (۱) - فصل ۴

۴ ۶

باید  $0 < \frac{2}{x^2 - 3x + 2} < 2$  باشد. واضح است که اولاً  $x^2 - 3x + 2$  باید منفی باشد. پس:

$$x^2 - 3x + 2 < 0 \Rightarrow (x-1)(x-2) < 0 \Rightarrow \begin{array}{c} \text{۱} \quad \text{۲} \\ \text{۱} \quad \text{۲} \end{array} \quad \Rightarrow 1 < x < 2$$

ثانیاً باید  $2 > \frac{2}{x^2 - 3x + 2}$  باشد، چون می‌دانیم  $x^2 - 3x + 2$  منفی است، با ضرب طرفین معادله در آن داریم:

$$2 < -2x^2 + 6x - 4 \Rightarrow 2x^2 - 6x + 6 < 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 - 3x + 3 < 0$$

چون دلتای  $x^2 - 3x + 3$  منفی و ضریب  $x^2$  مثبت است، پس هیچ‌گاه  $x^2 - 3x + 3 < 0$  منفی نمی‌شود. بنابراین جواب نامعادله تهی است و به ازای هیچ مقدار صحیح تابع بین دو خط  $y = 0$  و  $y = -2$  قرار نمی‌گیرد.

**توجه** چون مقادیر صحیح  $x$  را می‌خواستیم، بعد از این‌که در مرحله اول فهمیدیم  $1 < x < 2$  است نیازی به بررسی حالت دوم نیست، چون اشتراک  $1 < x < 2$  با هر بازه‌ای شامل هیچ عدد صحیحی نیست.

حسابان (۱) - فصل ۱

۳ ۷

روشن اول ابتدا معادله ضلع AD را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} m_{AB} = \frac{1 - (-2)}{0 - 4} = -\frac{3}{4} \Rightarrow m_{AD} = \frac{4}{3} \\ y - 1 = \frac{4}{3}(x - 0) \Rightarrow y = \frac{4}{3}x + 1 \end{cases}$$

از طرفی طول ضلع مربع برابر است با:  $AB = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5$ بنابراین برای به دست آوردن نقطه D روی خط  $y = \frac{4}{3}x + 1$  نقطه D را به صورت  $(\alpha, \frac{4}{3}\alpha + 1)$  در نظر می‌گیریم. حال باید  $AD = 5$  باشد، پس:

$$AD = \sqrt{\alpha^2 + \frac{16}{9}\alpha^2} = 5 \Rightarrow \frac{25}{9}\alpha^2 = 25 \Rightarrow \alpha^2 = 9 \Rightarrow \alpha = \pm 3$$

چون D در ناحیه سوم است، پس  $\alpha = -3$  قابل قبول است.

ریاضی (۱) - فصل ۱

۲ ۱

فرض می‌کنیم سه جمله متوالی دنباله هندسی  $a, aq, aq^2$  باشند. بنابراین

$$2(\lambda aq) = 4a + 16aq^2 \xrightarrow{\div 4a} 2q = 1 + 4q^2$$

$$4q^2 - 4q + 1 = 0 \Rightarrow (2q - 1)^2 = 0 \Rightarrow 2q = 1 \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

حال گفته شده مجموع مربعات سه جمله هندسی برابر مجموع جملات حسابی است، پس:

$$a^2 + a^2q^2 + a^2q^4 = 4a + 4aq + 4aq^2 \xrightarrow{\div a} a^2 + a^2q^2 + a^2q^4 = 4 + 4q + 4q^2$$

$$a + aq^2 + aq^4 = 4 + 4q + 4q^2 \xrightarrow{q = \frac{1}{2}} a + \frac{a}{4} + \frac{a}{16} = 4 + 4 + 4$$

$$\Rightarrow \frac{16a + 4a + a}{16} = 12 \Rightarrow 21a = 16 \times 12 \Rightarrow a = \frac{64}{7}$$

بنابراین جمله اول دنباله هندسی  $\frac{64}{7}$  است.

ریاضی (۱) - فصل ۴

۴ ۲

ابتدا مختصات رأس سهمی را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} x_S = \frac{4}{2k} = \frac{2}{k} \\ y_S = \frac{-(16 + 24k)}{4k} = -\frac{4 + 6k}{k} \end{cases} \Rightarrow S\left(\frac{2}{k}, -\frac{4 + 6k}{k}\right)$$

حال مختصات سهمی را در معادله خط  $y = -4x - 4$  جای‌گذاری می‌کنیم تا  $k$  معلوم شود:

$$-\frac{4 + 6k}{k} = -4\left(\frac{2}{k}\right) - 4 \Rightarrow \frac{4 + 6k}{k} = -4 \Rightarrow \frac{4 + 6k}{k} = -4$$

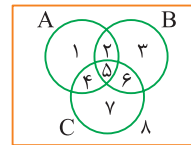
$$\xrightarrow{\times k} 4 + 6k = -4k \Rightarrow 4 = -2k \Rightarrow k = -2$$

$$\Rightarrow y_S = -\frac{4 + 12}{-2} = -8$$

آمار و احتمال - فصل ۱

۱ ۳

به کمک نمودار ون داریم:



$$\begin{aligned} ((A - B)' - (B - C)) - C &= (\{1, 4\}' - \{2, 3\}) - \{4, 5, 6, 7\} \\ &= (\{3, 2, 5, 6, 7, 8\} - \{2, 3\}) - \{4, 5, 6, 7\} \\ &= \{4, 5, 6, 7, 8\} - \{4, 5, 6, 7\} = 8 \end{aligned}$$

حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم که کدام یک برابر ۸ می‌شود:

$$\textcircled{1} A' - (B \cup C) = \{3, 6, 7, 8\} - \{2, 3, 4, 5, 6, 7\} = \{8\}$$

بنابراین پاسخ صحیح گزینه (۱) است و نیازی به بررسی سایر گزینه‌ها نیست.

آمار و احتمال - فصل ۱

۲ ۴

ابتدا عبارت‌های  $[\sim p \wedge (\sim q \wedge r)]$  و  $(q \wedge r) \vee (p \wedge r)$  را ساده می‌کنیم:

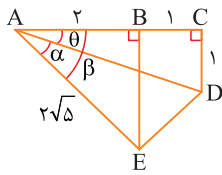
$$\sim p \wedge (\sim q \wedge r) \equiv (\sim p \wedge \sim q) \wedge r \equiv (\sim(p \vee q)) \wedge r$$

$$(q \wedge r) \vee (p \wedge r) = (q \vee p) \wedge r$$



حسابان (۱) - فصل ۴

۱۱ ۲



با توجه به شکل مقابل داریم:

$$\triangle ACD: AD^2 = 9 + 1 = 10 \Rightarrow AD = \sqrt{10} \Rightarrow \begin{cases} \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{10}} \\ \cos \theta = \frac{3}{\sqrt{10}} \end{cases}$$

$$\triangle ABE: (2\sqrt{5})^2 = 2^2 + BE^2 \Rightarrow 20 = 4 + BE^2 \Rightarrow BE = 4$$

واضح است که  $\alpha = \beta - \theta$  است، پس:

$$\cos \alpha = \cos(\beta - \theta) = \cos \beta \cos \theta + \sin \beta \sin \theta$$

$$= \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{3}{\sqrt{10}} + \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{50}} + \frac{2}{\sqrt{50}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



حسابان (۱) - فصل ۴

۱۲ ۳

نمودار از مبدأ مختصات می‌گذرد، پس:

$$a + b \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow a + \frac{b}{2} = 0$$

از طرفی دوره تناوب تابع  $2\pi$  است، پس:

$$2\pi = \frac{2\pi}{|c|} \Rightarrow |c| = 1$$

با توجه به این که بیشترین مقدار تابع برابر ۱ است، پس  $a + |b| = 1$  می‌باشد. از آنجایی که شیب خط مماس در نقطه  $x = 0$  مثبت است داریم:

$$y' = -bc \sin\left(cx - \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow y'(0) = bc \times \frac{\sqrt{3}}{2} > 0 \Rightarrow bc > 0$$

با فرض مثبت بودن  $b$  و  $c$  داریم:

$$c = 1, \begin{cases} a + b = 1 \\ a + \frac{b}{2} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow b(c - a) = 2(1 - (-1)) = 2 \times 2 = 4$$

چون ۴ در گزینه‌ها وجود دارد نیازی به بررسی حالتی که  $b$  و  $c$  منفی باشند، نیست.

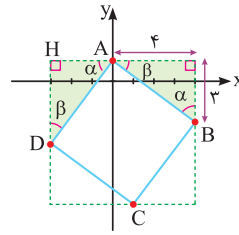
حسابان (۲) - فصل ۲

۱۳ ۴

می‌دانیم  $\cos\left(\frac{17\pi}{8} + x\right) = \cos\left(2\pi + \frac{\pi}{8} + x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{8} + x\right)$  وپس  $\cos\left(\frac{9\pi}{8} - x\right) = \cos\left(\frac{\pi}{8} - \left(\frac{\pi}{8} + x\right)\right) = \sin\left(\frac{\pi}{8} + x\right)$  است،معادله به صورت  $\cos\left(\frac{\pi}{8} + x\right) \sin\left(\frac{\pi}{8} + x\right) = \frac{1}{4}$  درمی‌آید و داریم:

$$\cos\left(\frac{\pi}{8} + x\right) \times \sin\left(\frac{\pi}{8} + x\right) = \left(\cos \frac{\pi}{4}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$$

روش دوم: نقاط  $A$  و  $B$  را در

دستگاه مختصات نشان می‌دهیم.

با توجه به این که رأس  $D$  باید در

ناحیه سوم باشد مربع موردنظر به

صورت زیر است:

مثلث‌های رنگی به حالت برابری دو زاویه و ضلع بین هم‌نهشت هستند، پس

 $AH = 3$  و  $DH = 4$  است و این یعنی مختصات نقطه  $D$  را می‌توان ازروی مختصات نقطه  $A$  به دست آورد:

$$D(0 - 3, 1 - 4) \Rightarrow D(-3, -3)$$

بنابراین عرض نقطه  $D$  برابر  $-3$  است.

حسابان (۱) - فصل ۲

۸ ۲

با توجه به این که نمودار  $y = g^{-1} \circ f^{-1}(x)$  محور  $y$ ها را در  $\alpha$  قطع می‌کند،پس از نقطه  $(\alpha, 0)$  می‌گذرد و  $g^{-1} \circ f^{-1}(0) = \alpha$  است و داریم:

$$g^{-1} \circ f^{-1}(0) = \alpha \Rightarrow g^{-1}(f^{-1}(0)) = \alpha \Rightarrow f^{-1}(0) = g(\alpha)$$

ابتدا مقدار  $f^{-1}(0)$  را به دست می‌آوریم:

$$f^{-1}(0) = m \Rightarrow 0 = f(m) \Rightarrow \log(2m - 5) = 0$$

$$\Rightarrow 2m - 5 = 1 \Rightarrow m = 3$$

پس باید معادله  $g(\alpha) = 3$  را حل کنیم:

$$\alpha + \sqrt{2\alpha - 4} = 3 \Rightarrow \sqrt{2\alpha - 4} = 3 - \alpha$$

$$\xrightarrow{\alpha < 3} 2\alpha - 4 = 9 - 6\alpha + \alpha^2 \Rightarrow \alpha^2 - 8\alpha + 13 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{8 \pm \sqrt{12}}{2} = 4 \pm \sqrt{3} \xrightarrow{\alpha < 3} \alpha = 4 - \sqrt{3}$$



حسابان (۱) - فصل ۳

۹ ۱

می‌دانیم  $f(1) = g(1)$  می‌باشد، پس ابتدا  $g(1)$  را به دست می‌آوریم:

$$g(1) = -1 - 3 + 8 = 4$$

پس تابع  $f(x) = 2 + 2^{b-ax}$  نیز از نقطه  $(1, 4)$  می‌گذرد. از طرفی چون $f^{-1}(10) = -1$  است، پس  $f(-1) = 10$  می‌باشد و این یعنی تابع  $f(x)$  ازنقطه  $(-1, 10)$  نیز می‌گذرد. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} f(1) = 4 \Rightarrow 2 + 2^{b-a} = 4 \Rightarrow 2^{b-a} = 2 \Rightarrow b - a = 1 \\ f(-1) = 10 \Rightarrow 2 + 2^{b+a} = 10 \Rightarrow 2^{b+a} = 8 \Rightarrow b + a = 3 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{+} 2b = 4 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow a = 1$$

بنابراین  $2b - a = 3$  برابر  $4 - 1 = 3$  می‌باشد.

حسابان (۱) - فصل ۱

۱۰ ۴

می‌دانیم  $x^3 + 8 = (x+2)(x^2 - 2x + 4)$  است. بنابراین طرفین معادلهرا در  $x^3 + 8$  ضرب می‌کنیم و داریم:

$$x^2 - 2x + 4 - (x^2 - 9x - 2) = 6x(x+2) \Rightarrow 6x^2 + 5x - 6 = 0$$

چون حاصل ضرب ریشه‌ها منفی است پس یک ریشه مثبت و یک ریشه

منفی دارد و واضح است که ریشه مثبت منجر به هیچ کسری را صفر نمی‌کند،

پس معادله یک جواب مثبت دارد.

حسابان (۲) - فصل ۵

۱۷

ابتدا قدرمطلق را در ضابطه  $f(x)$  را برمی داریم:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{1-x^2} & x \geq 0 \\ \frac{x}{1+x^2} & x < 0 \end{cases}$$

حال مشتق تابع را به دست می آوریم:

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1+x^2}{(1-x^2)^2} & x \geq 0 \\ \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} & x < 0 \end{cases}$$

بنابراین داریم:

$$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2} = 0 \Rightarrow 1-x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$$

$$\xrightarrow{x < 0} x = -1$$

توجه کنید تابع در  $x = 0$  مشتق پذیر است و مشتق آن برابر ۱ است.

حسابان (۲) - فصل ۴

۱۸

شیب نیم‌مماس راست بر منحنی  $f(x) = |\sqrt{4x-3}| \sqrt{ax}$  در نقطه  $x = \frac{3}{4}$  برابر مشتق راست تابع در این نقطه است، پس:

$$x = \left(\frac{3}{4}\right)^+ \Rightarrow f(x) = (\sqrt{4x-3})\sqrt{ax}$$

$$\Rightarrow f'_+(x) = \sqrt{a} \times \frac{3}{4} = 2\sqrt{3a}$$

توجه کنید در مشتق‌گیری با توجه به این‌که  $(\sqrt{4x-3})$  در  $x = \frac{3}{4}$  صفر می‌شود، فقط از عامل صفرکننده مشتق گرفتیم و  $x = \frac{3}{4}$  را در بقیه تابع یعنی  $\sqrt{ax}$  جای‌گذاری کردیم. هم‌چنین شیب نیم‌مماس چپ بر منحنیدر نقطه  $x = \frac{3}{4}$  برابر مشتق چپ تابع  $f(x)$  در  $x = \frac{3}{4}$  می‌باشد، پس:

$$x \rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^- \Rightarrow f(x) = -(\sqrt{4x-3})\sqrt{ax}$$

$$\Rightarrow f'_-(x) = -\sqrt{a} \times \frac{3}{4} = -2\sqrt{3a}$$

حال در صورت سؤال گفته شده اختلاف شیب نیم‌مماس‌ها برابر  $2\sqrt{6}$  است، پس:

$$2\sqrt{3a} - (-2\sqrt{3a}) = 2\sqrt{6} \Rightarrow 4\sqrt{3a} = 2\sqrt{6}$$

$$\xrightarrow{\text{توان } 2} 16 \times 3a = 24 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

حسابان (۲) - فصل ۵

۱۹

می‌دانیم مجموع ریشه‌ها در معادله  $ax^2 + bx + c = 0$  برابر  $S = -\frac{b}{a}$  است، پس:

$$S = \alpha + \beta = \frac{m-2}{m^2-1}$$

حال می‌خواهیم  $S = \frac{m-2}{m^2-1}$  بیش‌ترین مقدار شود، پس:

$$S' = \frac{m^2-1-2m(m-2)}{(m^2-1)^2} = \frac{-m^2+4m-1}{(m^2-1)^2}$$

$$\xrightarrow{S'=0} -m^2+4m-1=0 \Rightarrow m = \frac{-4 \pm \sqrt{12}}{-2} = 2 \pm \sqrt{3}$$

حال جواب‌های معادله را در بازه  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$  به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow 2x = \frac{2\pi - 3\pi}{12} = -\frac{\pi}{12} \Rightarrow x = -\frac{\pi}{24} \\ 2x + \frac{\pi}{4} = \frac{5\pi}{6} \Rightarrow 2x = \frac{10\pi - 3\pi}{12} = \frac{7\pi}{12} \Rightarrow x = \frac{7\pi}{24} \end{cases}$$

بنابراین مجموع جواب‌ها برابر  $\frac{7\pi}{24} + (-\frac{\pi}{24}) = \frac{6\pi}{24} = \frac{\pi}{4}$  است.

حسابان (۲) - فصل ۱

۱۴

با توجه به نمودار  $g$  می‌دانیم  $g(2) = 0$  است، پس:

$$g(f(g(x+2))) = 0 \Rightarrow f(g(x+2)) = 2$$

حال معادله  $f(x) = 2$  را حل می‌کنیم:

$$|\frac{1}{2}x - 1| = 2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x - 1 = 2 \Rightarrow x = 6 \\ \frac{1}{2}x - 1 = -2 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$$

بنابراین  $g(x+2)$  برابر  $-2$  یا  $6$  باید باشد، چون تابع  $g(x)$  اکیداً صعودی است پس برای هر یک از معادله‌های  $g(x+2) = -2$  و  $g(x+2) = 6$  یک جواب به دست می‌آید و در نتیجه مجموعاً دو جواب داریم.

حسابان (۲) - فصل ۳

۱۵

واضح است که  $f(x)$  و  $f^{-1}(x)$  تابع خطی هستند، پس  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)}$  برابر نسبت شیب‌های آن‌ها است که برابر  $\pi$  شده است، از طرفی با توجه به شکل داریم:

$$m_{f^{-1}} = -\frac{\pi}{m} \Rightarrow m_f = -\frac{m}{\pi} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f^{-1}(x)}{f(x)} = \frac{-\frac{\pi}{m}}{-\frac{m}{\pi}} = \pi$$

$$\Rightarrow \frac{\pi^2}{m^2} = \pi \Rightarrow m^2 = \pi \Rightarrow m = \pm\sqrt{\pi}$$

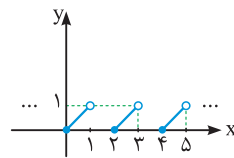
چون  $m$  در قسمت منفی محور  $x$ ها است، پس  $m = -\sqrt{\pi}$  قابل قبول است.

حسابان (۱) - فصل ۵

۱۶

می‌دانیم  $0 \leq x - [x] < 1$  است،پس برای  $[x]$  زوج نمودار  $f(x)$ 

به صورت مقابل است:

حال برای آن‌که تابع  $f(x)$  در  $\mathbb{R}$  پیوسته شود باید مقدار تابع در نقاط فرد برابر ۱ و حد چپ تابع در نقاط زوج برابر صفر شود. پس مثلاً در  $x = 1$  و  $x = 2$  داریم:

$$x = 1 \Rightarrow [x] = 1 \Rightarrow |1 - [1-a]| = 1$$

$$\xrightarrow{a < -1} [1-a] - 1 = 1 \Rightarrow [1-a] = 2 \Rightarrow 2 \leq 1-a < 3$$

$$\Rightarrow 1 \leq -a < 2 \Rightarrow -2 < a \leq -1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = |2 - [2-a]| = 0 \Rightarrow [2-a] - 2 = 0$$

$$x \rightarrow 2^-$$

$$\Rightarrow [2-a] = 2 \Rightarrow 2 \leq 2-a < 3 \Rightarrow 0 \leq -a < 1 \Rightarrow -1 < a \leq 0$$

با توجه به حدود به دست آمده برای  $a$ ، اشتراک آن‌ها تهی می‌شود، پس هیچ مقداری برای  $a$  یافت نمی‌شود. دقت کنید چون  $a < -1$  است، پس  $[x-a] > [x]$  و این یعنی داخل قدرمطلق در ضابطه  $|[x] - [x-a]|$  منفی است.

حال با توجه به نمودار ون، پیشامد مطلوب دارای ۷ عضو می‌باشد، پس  $P(B' | A') = \frac{7}{10} = 0.7$  می‌باشد.

آمار و احتمال - فصل ۳ **۲۳**

با توجه به توضیحات سؤال، برای آن که در دسته دوم اعداد تکراری ظاهر نشود، اعداد دسته اول را ۱، ۳، ۷ و ۹ در نظر می‌گیریم، پس دسته دوم شامل اعداد ۲، ۴، ۶ و ۸ می‌باشد. حال داریم:

$$\begin{cases} \bar{x}_1 = \frac{1+3+7+9}{4} = 5 \\ \sigma_1^2 = \frac{16+4+4+16}{4} = 10 \Rightarrow \sigma_1 = \sqrt{10} \end{cases} \Rightarrow CV_1 = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

$$\begin{cases} \bar{x}_2 = \frac{2+4+6+8}{4} = 5 \\ \sigma_2^2 = \frac{9+1+1+9}{4} = 5 \Rightarrow \sigma_2 = \sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow CV_2 = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

بنابراین نسبت ضریب تغییرات دسته اول به دسته دوم برابر است با:

$$\frac{\frac{\sqrt{10}}{5}}{\frac{\sqrt{5}}{5}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2}$$

آمار و احتمال - فصل ۲ **۲۴**



روش اول به کمک قاعده بیض داریم:

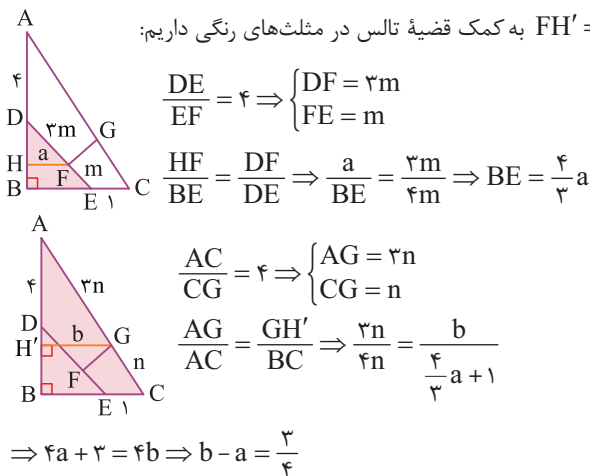
$$P(A) = \frac{\frac{1}{3} \times 1}{\frac{1}{3} \times 0 + \frac{1}{3} \times 1 + \frac{1}{3} \times \frac{2}{10}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{3} + \frac{2}{30}} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{12}{30}} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

روش دوم تعداد مهره‌های کیسه اول و هم‌چنین کیسه دوم را ۱۰ در نظر می‌گیریم. حال چون در سه کیسه تعداد مهره‌ها برابر است و از آن جایی که می‌دانیم مهره خارج شده قرمز است، انگار یک کیسه داریم که به صورت زیر است و داریم:

$$\Rightarrow P = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

هندسه (۱) - فصل ۲ **۲۵**

روش اول ابتدا از F و G بر AB عمود می‌کنیم و با فرض  $FH = a$  و  $FH' = b$  به کمک قضیه تالس در مثلث‌های رنگی داریم:



حال با تعیین علامت  $S'$  ماکزیمم نسبی تابع را پیدا می‌کنیم:

m	$2 - \sqrt{3}$	$2 + \sqrt{3}$
$S'$	-	+
S	↘	↗

max

البته توجه کنید به‌ازای  $m = 2 + \sqrt{3}$  ماکزیمم نسبی تابع به‌دست می‌آید و این تابع ماکزیمم مطلق ندارد زیرا تابع در مثلاً  $m = 1$  به سمت  $+\infty$  میل می‌کند.

توجه پاسخ سازمان سنجش گزینه (۴) بوده !!!

ریاضی (۱) - فصل ۶ **۲۰**

دو نفر خاص را یک دسته در نظر می‌گیریم و داریم:

جایگشت بسته و سه نفر دیگر

$$AB, CDE \Rightarrow \text{تعداد حالات} = 4! \times 2! = 24 \times 2 = 48$$

جایگشت A و B درون بسته

ریاضی (۱) - فصل ۷ **۲۱**

در پرتاب دو تاس، فضای نمونه دارای  $n(S) = 6^2 = 36$  برآمد است. برای آن‌که معادله  $x^2 - mx + n = 0$  دارای دو ریشه حقیقی و متمایز باشد باید دلتای معادله بزرگ‌تر از صفر باشد. پس:

$$\Delta > 0 \Rightarrow (-m)^2 - 4(1)(n) > 0 \Rightarrow m^2 - 4n > 0 \Rightarrow m^2 > 4n$$

بنابراین پیشامد موردنظر به‌صورت زیر است:

$$A = \{(3, 1), (2, 2), (4, 1), (2, 3), (5, 1), (2, 3, 4, 5, 6), (6, 1), (2, 3, 4, 5, 6)\} \Rightarrow n(A) = 17$$

بنابراین احتمال موردنظر برابر  $P(A) = \frac{17}{36}$  است که متأسفانه در گزینه‌ها وجود ندارد.

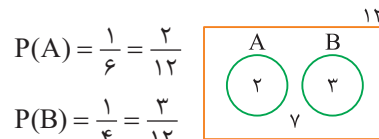
آمار و احتمال - فصل ۲ **۲۲**

روش اول چون پیشامدهای A و B ناسازگارند، پس  $P(A \cap B) = 0$  است و داریم:

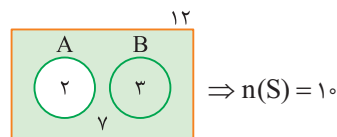
$$P(B' | A') = \frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{P(A \cup B)'}{P(A')} = \frac{1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))}{1 - P(A)}$$

$$\Rightarrow P(B' | A') = \frac{1 - (\frac{1}{6} + \frac{1}{4} - 0)}{1 - \frac{1}{6}} = \frac{1 - \frac{5}{12}}{\frac{5}{6}} = \frac{\frac{7}{12}}{\frac{5}{6}} = \frac{7 \times 6}{5 \times 12} = \frac{7}{10} = 0.7$$

روش دوم نمودار ون پیشامدهای A و B به‌صورت زیر است:



چون در  $P(B' | A')$  پیشامد  $A'$  اتفاق افتاده است، پس فضای نمونه جدید ناحیه رنگی می‌باشد.



با فرض این که طول قطر دایره  $2r$  باشد، به کمک قضیه تالس تعمیم یافته داریم:

$$\frac{10 - 2r}{2r} = \frac{2r}{5} \Rightarrow 10 - 2r = 4r$$

$$\Rightarrow 6r = 10 \Rightarrow r = \frac{5}{3}$$

بنابراین مساحت دایره برابر  $S = \pi \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}\pi$  می‌باشد.

هندسه (۱) - فصل ۳

۲۷

با توجه به صورت سؤال، وقتی یک ضلع کم می‌شود، از تعداد رأس‌ها هم یکی کم می‌شود. پس:

$$\frac{n(n-3)}{2} - \frac{(n-1)(n-4)}{2} = 16$$

$$\xrightarrow{\times 2} n^2 - 3n - (n^2 - 5n + 4) = 32$$

$$\Rightarrow 2n - 4 = 32 \Rightarrow 2n = 36 \Rightarrow n = 18$$

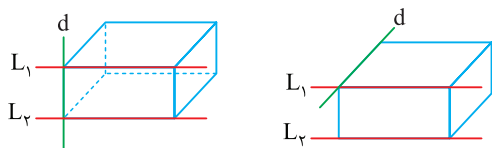
حال وقتی از ۱۸ ضلعی، دو ضلع کم کنیم، ۱۶ ضلعی می‌شود؛ پس:

$$\frac{18 \times 15}{2} - \frac{16 \times 13}{2} = 135 - 104 = 31$$

هندسه (۱) - فصل ۴

۲۸

در فضا، اگر خط  $d$  یکی از دو خط موازی را قطع کند، لزوماً با خط دیگر غیرموازی است.



$d$  با  $L_2$  متقاطع است.

$d$  با  $L_2$  متناظر است.

هندسه (۲) - فصل ۱

۲۹

با توجه به شکل مقابل، در مثلث رنگی داریم:

$$\sin 60^\circ = \frac{4}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4}{BC}$$

$$\Rightarrow BC = \frac{8}{\sqrt{3}} \Rightarrow AD = \frac{8}{\sqrt{3}}$$

از طرفی چون دوزنقه ABCD محیطی است، پس:

$$AB + CD = BC + AD \Rightarrow AB + CD = \frac{8}{\sqrt{3}} + \frac{8}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow AB + CD = \frac{16}{\sqrt{3}}$$

بنابراین مساحت دوزنقه برابر است با:

$$S = \frac{1}{2} (AB + CD) \times h \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times \frac{16}{\sqrt{3}} \times 4 = \frac{32}{\sqrt{3}}$$

حال به طریق مشابه از  $G$  و  $F$  بر  $BC$  عمود می‌کنیم و با فرض  $FM = a'$  و  $CM' = b'$  به کمک قضیه تالس در مثلث‌های رنگی داریم:

$$\frac{m}{4m} = \frac{a'}{BD} \Rightarrow BD = 4a'$$

$$\frac{b'}{4a' + 4} = \frac{n}{4n} \Rightarrow 4a' + 4 = 4b'$$

$$\Rightarrow b' - a' = 1$$

بنابراین طول  $FG$  برابر است با:

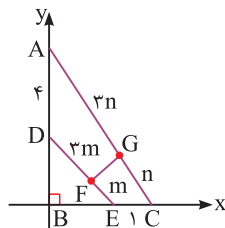
$$FG = \sqrt{(b-a)^2 + (b'-a')^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 1^2}$$

$$= \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4} = 1.25$$

**روش دوم** اگر نقطه  $C$  روی پاره خط  $AB$  به گونه‌ای باشد که  $\frac{AC}{BC} = \frac{m}{n}$ ، آن‌گاه مختصات نقطه  $C$  از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$C = \frac{nA + mB}{n + m}$$

با توجه به رابطه فوق مسأله را به صورت تحلیلی حل می‌کنیم. فرض می‌کنیم  $E(a, 0)$  و  $D(0, b)$  باشند، پس  $A(0, b+4)$  و  $C(a+1, 0)$  خواهند بود. حال داریم:



$$F = \left( \frac{3m \times a + m \times 0}{4m}, \frac{3m \times 0 + m \times b}{4m} \right) = \left( \frac{3}{4}a, \frac{b}{4} \right)$$

$$G = \left( \frac{3n \times (a+1) + n \times 0}{4n}, \frac{3n \times 0 + n \times (b+4)}{4n} \right)$$

$$= \left( \frac{3}{4}a + \frac{3}{4}, \frac{b}{4} + 1 \right)$$

حال طول  $FG$  را به دست می‌آوریم:

$$FG = \sqrt{\left(\frac{3}{4}a + \frac{3}{4} - \frac{3}{4}a\right)^2 + \left(\frac{b}{4} + 1 - \frac{b}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{16} + 1}$$

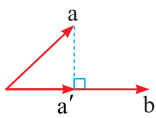
$$= \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4} = 1.25$$

هندسه (۱) - فصل ۲

۲۶

مسأله فوق در صورتی قابل حل است که در صورت سؤال گفته می‌شد طول خط‌چین با قطر دایره برابر است. هر چند که حتی به دایره بودن ناحیه هاشورخورده هم اشاره نشده است. با توجه به شرایط فوق، مسأله را حل می‌کنیم. از نقطه  $D$  بر ضلع  $AB$  عمود می‌کنیم،  $DE$  بر دایره مماس است.

هندسه (۳) - فصل ۳



می‌دانیم اگر بردار  $\vec{a}$  تصویر قائم بردار  $\vec{a}$  بر بردار  $\vec{b}$  باشد، داریم:

$$a' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b} \Rightarrow |a'| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{b}|^2} \Rightarrow |a'| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}| \times |\vec{b}|}{|\vec{b}|^2} = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{b}|}{|\vec{b}|}$$

بنابراین داریم:

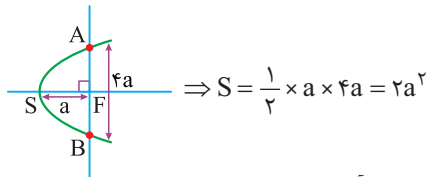
$$\frac{5}{\sqrt{2}} = \frac{|2+0+3a|}{\sqrt{1+0+a^2}} \xrightarrow{\text{توان ۲}} \frac{25}{2} = \frac{4+12a+9a^2}{1+a^2}$$

$$\Rightarrow 25+25a^2 = 4+24a+18a^2 \Rightarrow 7a^2 - 24a + 17 = 0$$

$$\begin{cases} a = 1 \\ a = \frac{17}{7} \end{cases} \Rightarrow \text{اختلاف} = \frac{17}{7} - 1 = \frac{10}{7}$$

هندسه (۳) - فصل ۲

اگر خطی در کانون بر محور تقارن سهمی رسم شود و سهمی را در نقاط A و B قطع کند، آن‌گاه به AB وتر کانونی سهمی می‌گوییم و اندازه آن برابر  $|a|$  می‌باشد. پس:



بنابراین باید مقدار a را به دست آوریم:

$$a = -\frac{-1}{4} = \frac{1}{4} \Rightarrow S = 2\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{8}$$

هندسه (۳) - فصل ۱

ابتدا ماتریس AB را محاسبه می‌کنیم:

$$AB = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x & -1 \\ 1 & 1 & x \\ x & 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & x+1 & x-1 \\ x & -x+2 & x \\ -2-x & -3 & -2x+1 \end{bmatrix}$$

حال ماتریس  $D = ABC$  را به دست می‌آوریم:

$$D = \begin{bmatrix} 2 & x+1 & x-1 \\ x & -x+2 & x \\ -2-x & -3 & -2x+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+5 & x+1 & 0 \\ -2x-7 & -3 & -3 \end{bmatrix}$$

باید مجموع درایه‌های قطر اصلی و قطر فرعی برابر باشند، پس:

$$x+5+0+(-3) = x+1+0+(-2x-7) \Rightarrow x+2 = -x-6$$

$$\Rightarrow 2x = -8 \Rightarrow x = -4$$

هندسه (۳) - فصل ۱

ابتدا دترمینان ماتریس |A| را به دست می‌آوریم:

$$|A| = (1)(8-6) + (3)(3-4) = 2 + (-3) = -1$$

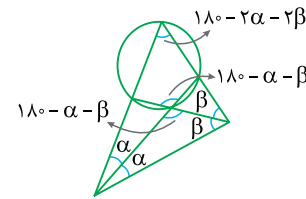
از طرفی دترمینان  $\|A|A|$  برابر  $|A|^4$  می‌باشد، پس:

$$\|A|A| = |A|^4 = (-1)^4 = 1$$

۳۰ ۳

هندسه (۲) - فصل ۱

با توجه به این‌که نیمسازهای B و C رسم شده‌اند زوایا به صورت زیر هستند:



حال چون چهارضلعی داخل دایره محاطی است، پس مجموع زوایای مقابل آن  $180^\circ$  است:

$$(180^\circ - 2\alpha - 2\beta) + (180^\circ - \alpha - \beta) = 180^\circ$$

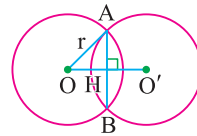
$$\Rightarrow 3\alpha + 3\beta = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 60^\circ$$

بنابراین زاویه A برابر است با:

$$\hat{A} = 180^\circ - 2\alpha - 2\beta = 180^\circ - 2(\alpha + \beta) = 180^\circ - 2(60^\circ) = 60^\circ$$

هندسه (۳) - فصل ۲

با توجه به شکل مقابل طول وتر AB را به دست می‌آوریم:



$$AB = \sqrt{(1-3)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

در صورت سؤال گفته شده  $OO' = 2AB$ ، پس  $OO' = 4\sqrt{2}$  می‌باشد. می‌دانیم AB و  $OO'$  عمودمنصف یکدیگرند، پس  $OH = 2\sqrt{2}$  و  $AH = \sqrt{2}$  بوده و به کمک قضیه فیثاغورس در مثل AHO داریم:

$$OA^2 = OH^2 + AH^2 \Rightarrow r^2 = (2\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2$$

$$\Rightarrow r^2 = 10 \Rightarrow r = \sqrt{10}$$

چون  $OO'$  عمودمنصف AB است، پس معادله آن را می‌نویسیم:

$$H = \frac{A+B}{2} \Rightarrow H(2, 2) \Rightarrow y-3 = 1(x-2) \Rightarrow y = x+1$$

$$m_{AB} = \frac{4-2}{1-3} = -1 \Rightarrow m_{OO'} = 1$$

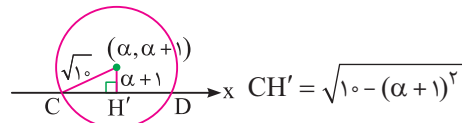
چون مرکز دایره‌های روی خط  $y = x+1$  است فرض می‌کنیم:

$O(\alpha, \alpha+1)$  باشد، پس:

$$OA = \sqrt{10} \Rightarrow \sqrt{(\alpha-1)^2 + (\alpha-3)^2} = \sqrt{10} \Rightarrow 2\alpha^2 - 8\alpha = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \alpha = 4 \end{cases}$$

حال می‌خواهیم طول وتر وتری که یکی از دایره‌ها از محور xها جدا می‌کند، به دست آوریم:



واضح است که به‌ازای  $\alpha = 0$  داریم:

$$CH' = \sqrt{10-1} = \sqrt{9} = 3 \Rightarrow CD = 2 \times 3 = 6$$

دقت کنید به‌ازای  $\alpha = 4$  زیر رادیکال منفی می‌شود و این یعنی یکی از

دایره‌ها با محور xها نقطه مشترکی ندارد.



۳۶ ۳

گسسته - فصل ۱

با توجه به خاصیت  $a \equiv b, n \mid m \Rightarrow a \equiv b \pmod{m}$ ، می‌توان به جای ۵۶ عدد ۷ را در پیمانه قرار داد. دقت کنید اگر می‌خواهید با توجه به این خاصیت، پیمانه را کوچک کنید، باید باقی‌مانده‌های ارائه‌شده در گزینه‌ها هم در پیمانه کوچک‌تر متفاوت باشد.

$$\begin{aligned} 7 &\equiv 0 \pmod{1} & 3 &\equiv 3 \pmod{3} & 5 &\equiv 5 \pmod{5} & 7 &\equiv 7 \pmod{7} \\ 1 & \equiv 1 \pmod{1} & & & & & & \end{aligned}$$

حال داریم:

$$\begin{cases} 24 \equiv 3 \pmod{7} \Rightarrow 24^{23} \equiv 3^{23} \pmod{7} \\ 3^3 \equiv -1 \pmod{7} \xrightarrow{\text{به توان } 7} 3^{21} \equiv -1 \pmod{7} \xrightarrow{\times 3^2} 3^{23} \equiv -9 \equiv -2 \pmod{7} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 24^{23} \equiv -2 \pmod{7} \\ 21 \equiv 0 \pmod{7} \Rightarrow 21^{23} \equiv 0 \pmod{7}, \quad 9 \equiv 2 \pmod{7}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$(24^{23} - 21^{23}) \times 9 \equiv (-2 - 0) \times 2 \equiv -4 \pmod{7}$$

تنها گزینه‌ای که در پیمانه ۷ با ۳ هم‌نهشت می‌شود، عدد ۳ می‌باشد. پس باقی‌مانده تقسیم  $(24^{23} - 21^{23}) \times 9$  بر ۵۶ نیز برابر ۳ است.

گسسته - فصل ۱

۳۷ ۳

می‌دانیم  $a \equiv a \pmod{m}$  است، پس:

$$17x + 18y = 987 \Rightarrow 17x + 18y \equiv 987 \pmod{17} \Rightarrow y \equiv 1 \pmod{17} \Rightarrow y = 17k + 1$$

حال  $y = 17k + 1$  را در معادله جای‌گذاری می‌کنیم تا جواب عمومی به‌دست آید:

$$17x + 18(17k + 1) = 987 \xrightarrow{\div 17} x = -18k + 57$$

به‌ازای  $k = 0, k = 1, k = 2, k = 3$  هر دو مقدار  $x$  و  $y$  عدد طبیعی می‌شوند پس چهار دسته جواب طبیعی دارد.

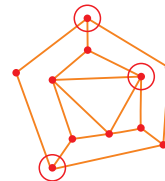
گسسته - فصل ۲

۳۸ ۲

در گراف داده‌شده  $p = 11$  و  $\Delta = 4$  است، پس:

$$\gamma \geq \left\lceil \frac{p}{\Delta + 1} \right\rceil \Rightarrow \gamma \geq \left\lceil \frac{11}{4 + 1} \right\rceil \Rightarrow \gamma \geq 3$$

حال اگر سه رأس مطابق شکل زیر انتخاب کنیم، رئوس گراف احاطه می‌شوند، پس  $\gamma(G) = 3$  می‌باشد.



توجه کنید که مجموعه احاطه‌گر مینیمم لزوماً منحصر به‌فرد نیست و ممکن است شما سه رأس دیگر را برای احاطه‌گری رئوس گراف انتخاب کرده باشید.

گسسته - فصل ۳

۳۹ ۴

ابتدا حالتی که مجموع دو عدد برابر ۴۷ می‌شود را می‌نویسیم:

$$\{12, 35\} \quad \{13, 34\} \quad \{14, 33\} \quad \dots \quad \{23, 24\}$$

تا ۱۲

حال اگر از هر جفت، یک عدد را برداریم، زیر مجموعه دارای ۱۲ عضو است که مجموع هیچ دو عضوی برابر ۴۷ نمی‌شود. چون در صورت سؤال گفته شده زیرمجموعه حداقل دارای ۲۰ عضو است پس زیرمجموعه باید ۷ عضو دیگر داشته باشد تا مجموع هیچ دو عددی ۴۷ نشود. این ۷ عضو عبارت‌اند از:

$$\{36, 37, 38, 39, 40, 41, 42\}$$

بنابراین بیش‌ترین مقدار  $m$  برابر ۴۲ است. واضح است که اگر عضو بیستم را انتخاب کنیم، حتماً یک جفت از ۱۲ جفت اولیه انتخاب می‌شود و مجموع دو عدد برابر ۴۷ است.

گسسته - فصل ۲

۴۰ ۳

برای به‌دست آوردن کم‌ترین مقدار ممکن برای اندازه، کافی است تا می‌توانیم درجات رئوس گراف را برابر ۳ در نظر بگیریم، پس:

$$\frac{8}{3} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{3}{3} \quad \frac{3}{3} \quad \dots \quad \frac{3}{3} \quad \frac{3}{3}$$

اما درجات رئوس گراف نمی‌توانند اعداد بالا باشند، زیرا تعداد رئوس فرد گراف عددی فرد است، پس باید درجه یکی از رأس‌ها را به ۴ تغییر دهیم، پس:

$$8 + 4 + 16 \times 3 = 2q \Rightarrow 2q = 60 \Rightarrow q = 30$$

حال برای به‌دست آوردن بیش‌ترین مقدار ممکن برای اندازه، باید تا می‌توانیم درجات رئوس گراف را ۸ در نظر بگیریم، پس:

$$\frac{8}{8} \quad \frac{8}{8} \quad \frac{8}{8} \quad \frac{8}{8} \quad \dots \quad \frac{8}{8} \quad \frac{3}{8}$$

واضح است که درجات رئوس گراف نمی‌توانند اعداد بالا باشند، زیرا فقط یک رأس فرد در گراف وجود دارد. بنابراین درجات رئوس به‌صورت زیر است و داریم:

$$\frac{8}{8} \quad \frac{8}{8} \quad \frac{8}{8} \quad \frac{8}{8} \quad \dots \quad \frac{8}{8} \quad \frac{7}{8} \quad \frac{3}{8}$$

$$16 \times 8 + 7 + 3 = 2q \Rightarrow 2q = 138 \Rightarrow q = 69$$

بنابراین اختلاف بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار ممکن برای اندازه گراف  $69 - 30 = 39$  می‌باشد.

## فیزیک

پاسخ دی ۱۴۰۱



فیزیک (۱) - فصل ۱

۴۱ ۲

یکاهای کیلوگرم، آمپر و مول به‌ترتیب مربوط به یکاهای جرم، شدت جریان الکتریکی و مقدار ماده است که همگی از کمیت‌های اصلی می‌باشند.

فیزیک (۲) - فصل ۳

۴۲ ۴

مواد فرورمغناطیسی دارای حوزه‌های مغناطیسی هستند و مواد پارامغناطیسی دارای دو قطبی‌های مغناطیسی می‌باشند که به‌صورت نامنظم و کاتوره‌ای قرار گرفته‌اند. این مواد در حضور میدان مغناطیسی خارجی قوی، خاصیت مغناطیسی ضعیف و موقت پیدا می‌کنند.

فیزیک (۲) - فصل ۲

۴۳ ۲

مقاومت نوری، نوعی مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به نور تابیده شده به آن بستگی دارد. به‌طوری که با افزایش شدت نور از مقاومت آن کاسته می‌شود. از مقاومت‌های نوری (LDR) در تجهیزات گوناگونی از جمله چشم‌های الکترونیکی، دزدگیرها، کنترل‌کننده‌های خودکار و چراغ‌های روشنایی خیابان‌ها استفاده می‌شود.



# آزمون‌های پشتیبان دفترچه (۱)

۴ ۵

$$n=99 \Rightarrow a_{99} = \frac{2}{a_{99}} - 1 \Rightarrow \frac{k}{m+1} + 1 = \frac{2}{a_{99}} \Rightarrow \frac{k+m+1}{m+1} = \frac{2}{a_{99}}$$

$$\Rightarrow a_{99} = \frac{2m+2}{k+m+1}$$

$$n=98 \Rightarrow a_{98} = \frac{2}{a_{98}} + 1 \Rightarrow \frac{2m+2}{k+m+1} - 1 = \frac{2}{a_{98}}$$

$$\Rightarrow \frac{2m+2-k-m-1}{k+m+1} = \frac{2}{a_{98}} \Rightarrow a_{98} = \frac{2k+2m+2}{m-k+1}$$

۳ ۶

روند جملات نشان می‌دهد که سه جمله اول مدام تکرار می‌شود. جمله سوم، ششم، نهم و ... و شصت و نهم با هم برابرند (زیرا ۶۹ مضرب ۳ است).

$$a_{69} = a_3 = -1, a_{90} = 4, a_{91} = 2$$

$$a_{91} - a_{69} = 2 - (-1) = 3$$

۱ ۷

دنباله تفاضلات را به دست می‌آوریم.

$$a_n: x-6, y, 18-x-y, y+z-18, 36-y-z, \dots$$

حال دنباله تفاضلات دنباله  $a_n$  را به دست می‌آوریم:

$$b_n: y-x+6, 18-x-2y, 2y+z+x-36, 54-2y-2z, \dots$$

دنباله  $b_n$  باید دنباله ثابت باشد.

$$\begin{cases} y-x+6=18-x-2y \Rightarrow 2y=12 \Rightarrow y=6 \\ 18-x-2y=2y+z+x-36 \xrightarrow{y=6} 2x+z=38 \\ 2y+z+x-36=54-2y-2z \xrightarrow{y=6} x+3z=74 \end{cases}$$

$$-2 \begin{cases} 2x+z=38 \\ x+3z=74 \end{cases} \xrightarrow{+} -5z=-110 \Rightarrow z=22 \Rightarrow x=8$$

به این ترتیب دنباله به صورت زیر خواهد بود.

$$6, 8, 12, 18, 26, 36, 48, 62, \dots \Rightarrow t_8 = 62$$

۱ ۸

$$a_n = n^2 + 4n + 4 + (k+1)n^2 + (2k+3)n - 5$$

$$\Rightarrow a_n = (k+2)n^2 + (2k+7)n - 1$$

چون دنباله خطی است بنابراین باید ضریب  $n^2$  صفر باشد.

$$k+2=0 \Rightarrow k=-2 \Rightarrow a_n = 3n-1$$

$$\Rightarrow b_n = a_n \cdot a_{n+1} = (3n-1)(3(n+1)-1) = (3n-1)(3n+2)$$

$$\frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} + \dots + \frac{1}{b_6} = \frac{1}{2 \times 5} + \frac{1}{5 \times 8} + \frac{1}{8 \times 11} + \dots + \frac{1}{17 \times 20}$$

$$= \frac{1}{3} \left( \frac{5-2}{2 \times 5} + \frac{8-5}{5 \times 8} + \frac{11-8}{8 \times 11} + \dots + \frac{20-17}{17 \times 20} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{17} - \frac{1}{20} \right)$$

$$= \frac{1}{3} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{20} \right) = \frac{1}{3} \left( \frac{9}{20} \right) = \frac{3}{20} = 0.15$$

۲ ۹

$$a_n = 2(n-1)^2 + a(n-1) + 4n+1$$

$$a_n = 2n^2 - 4n + 2 + an^2 - \lambda an + a + 4n + 1$$

$$a_n = (2+16a)n^2 - \lambda an + a + 3$$

حسابان

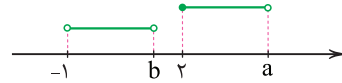
پاسخ آزمون پشتیبان دفترچه (۱)



۲ ۱

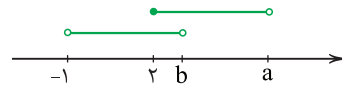
برای این سؤال دو حالت زیر امکان پذیر است.

حالت اول



$$(-1, b) \cap [2, a) = (-1, b) \Rightarrow \begin{cases} c = -1 \\ d = b \end{cases}$$

حالت دوم



$$(-1, b) \cap [2, a) = (-1, 2) \Rightarrow \begin{cases} c = -1 \\ d = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c+d = b-1 \\ c+d = 1 \end{cases}$$

۱ ۲

عدد ۱۰ در بازه مورد نظر است. بنابراین:

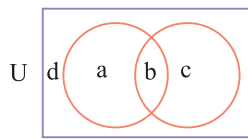
$$\begin{cases} n^2 + 9n > 10 \Rightarrow n^2 + 9n - 10 > 0 \Rightarrow n < -10 \text{ یا } n > 1 \\ \frac{11n-5}{n} < 10 \Rightarrow \frac{11n-5}{n} - 10 < 0 \Rightarrow \frac{11n-5-10n}{n} < 0 \\ \Rightarrow \frac{n-5}{n} < 0 \Rightarrow 0 < n < 5 \end{cases}$$

از اشتراک مجموعه جواب‌های بالا حدود  $n$  به صورت  $(1, 5)$  است. بنابراین فقط شامل اعداد طبیعی ۲، ۳، ۴ می‌باشد. پس فقط سه عدد طبیعی می‌تواند باشد.

۳ ۳

جمعیت خانم‌ها را مجموعه مرجع در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} a+b = \frac{1}{3}n(U) \\ b+c = \frac{1}{4}n(U) \\ d = \frac{2}{3}n(U) \end{cases}$$



$$a+b+c+d = n(U) \Rightarrow \frac{1}{3}n(U) + \frac{1}{4}n(U) - b + \frac{2}{3}n(U) = n(U)$$

$$\xrightarrow{\times 12} 4n(U) + 3n(U) - 4b + 8n(U) = 12n(U)$$

$$\Rightarrow b = \frac{1}{4}n(U) = \frac{1}{4} \times 100 = 25$$

۱۴ درصد خانم‌ها متأهل و دارای تحصیلات دانشگاهی هستند.

۴ ۴

برای دو مجموعه جدا از هم تعداد عضو مشترک برابر صفر است.

$$\begin{cases} \frac{10n(B)+2}{6} = t \Rightarrow n(B) = \frac{6t-2}{10} \\ \frac{3n(A)-1}{2} = t \Rightarrow n(A) = \frac{2t+1}{3} \\ \frac{2n(A \cup B)+3}{3} = t \Rightarrow n(A \cup B) = \frac{3t-3}{2} \end{cases}$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B)$$

$$\Rightarrow \frac{3t-3}{2} = \frac{2t+1}{3} + \frac{3t-1}{5} \xrightarrow{\times 30} 45t-45 = 20t+10+18t-6$$

$$\Rightarrow 7t = 49 \Rightarrow t = 7 \Rightarrow n(A \cup B) = 9$$

$$n(A' \cap B') = n(A \cup B)' = n(U) - n(A \cup B) = 17 - 9 = 8$$

۴ ۱۵

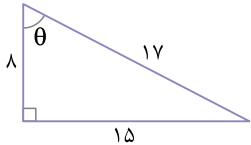
$$\begin{cases} \sin x(2+\cos x) > \tan x(2+\cos x) \\ \cos x(1+\cot^2 x) > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin x > \tan x & (1) \\ \cos x > 0 & (2) \end{cases}$$

در نواحی دوم و چهارم رابطه (۱) و در نواحی اول و چهارم رابطه (۲) برقرار است. پس  $x$  در ناحیه چهارم قرار دارد.

۱ ۱۶

در این شکل دو زاویه  $\theta$  و  $OAB$  با هم برابرند.

$$\sin(\theta) = \sin(\widehat{OAB}) = \frac{|OB|}{|OA|} \Rightarrow |OA| \sin \theta = |OB| = 1$$



شیب خط داده شده  $\frac{15}{8}$  است. پس  $\tan \theta = \frac{15}{8}$  خواهد بود. برای راحتی محاسبه مثلث قائم الزاویه زیر را در نظر می‌گیریم، سه عدد ۸، ۱۵ و ۱۷ اعداد فیثاغورسی هستند.

$$8 \tan \theta + 17 \sin \theta = 8 \times \frac{15}{8} + 17 \times \frac{15}{17} = 30$$

۳ ۱۷

۳ ۱۸

$$4 \sin^2 x + 4 \sin x + 1 = 0 \Rightarrow (2 \sin x + 1)^2 = 0 \Rightarrow \sin x = -\frac{1}{2}$$

چون  $\sin x < 0$  است و  $x$  در ناحیه چهارم قرار ندارد پس در ناحیه سوم قرار دارد.

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \xrightarrow{\cos x < 0} \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{-\frac{1}{2}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \cot x = \sqrt{3}$$

$$A = \frac{-\frac{1}{2} + \sqrt{3}(-\frac{\sqrt{3}}{2})}{\sqrt{3}(-\frac{1}{2} + \sqrt{3})} = \frac{-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}}{1 + 3} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$$

۳ ۱۹

در ربع سوم  $\sin x$  و  $\cos x$  هر دو منفی هستند.

$$\begin{aligned} \sqrt{\sin^2 x + \cos^2 x} + \cos x \sqrt{1 - \sin^2 x} &= \sqrt{1 + \cos x \sqrt{\cos^2 x}} \\ &= \sqrt{1 + \cos |\cos x|} = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \sqrt{\sin^2 x} = |\sin x| = -\sin x \end{aligned}$$

۴ ۲۰

$$\begin{aligned} \tan \alpha + \cot \alpha = 3 &\Rightarrow \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha + 2 \tan \alpha \cot \alpha = 9 \\ \Rightarrow \tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha = 7 &\Rightarrow \tan^4 \alpha + \cot^4 \alpha + 2 \tan^2 \alpha \cot^2 \alpha = 49 \\ \Rightarrow \tan^4 \alpha + \cot^4 \alpha = 47 &\Rightarrow \tan^4 \alpha + \cot^4 \alpha = 47^2 - 2 = 2207 \end{aligned}$$

۱ ۲۱

$$\begin{aligned} (a^2 + 4b^2 - 4ab)^2 (a^2 + 4b^2 + 4ab)^2 &= (a - 2b)^4 (a + 2b)^4 \\ &= (a^2 - 4b^2)^4 = (\sqrt{10} + 3 - 4 \times \frac{1}{4} \sqrt{10} - 3)^4 \\ &= ((\sqrt{10} + 3 - \sqrt{10} - 3))^4 = (\sqrt{10} + 3 + \sqrt{10} - 3 - 2\sqrt{10} - 9)^2 \\ &= (2\sqrt{10} - 2)^2 = 4(\sqrt{10} - 1)^2 = 4(10 + 1 - 2\sqrt{10}) = 4(11 - 2\sqrt{10}) \end{aligned}$$

۲ ۲۲

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{7 + 4\sqrt{(4 + 5 + 4\sqrt{5}) - 4\sqrt{5} - 6}} = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{(2 + \sqrt{3})^2} = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow A - \sqrt{3} = 2 \end{aligned}$$

برای آن که دنباله خطی باشد باید ضریب  $n^2$  را برابر صفر قرار دهیم.

$$2 + 16a = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{8} \Rightarrow a_n = n + \frac{23}{8}$$

$$b_7 = a_7 \Rightarrow 3b + 7 = 7 + \frac{23}{8} \Rightarrow b = \frac{23}{24}$$

$$b + a = \frac{23}{24} - \frac{1}{8} = \frac{23 - 3}{24} = \frac{20}{24} = \frac{5}{6}$$

۱ ۱۰

روش اول

این سه جمله، جملات متوالی دنباله هندسی هستند. بنابراین:

$$(a_1 + 9d)^2 = (a_1 + 2d)(a_1 + 18d)$$

$$\Rightarrow a_1^2 + 18a_1d + 81d^2 = a_1^2 + 20a_1d + 36d^2$$

$$\Rightarrow 2a_1d - 45d^2 = 0 \Rightarrow d(2a_1 - 45d) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d = 0 & \text{غ ق ق} \\ a_1 = \frac{45}{2}d & \rightarrow \frac{45}{2}d + 2d, \frac{45}{2}d + 9d, \frac{45}{2}d + 18d \\ a_1 = \frac{45}{2}d & \end{cases}$$

$$\Rightarrow r = \frac{\frac{63}{2}d}{\frac{49}{2}d} = \frac{63}{49} \Rightarrow r = \frac{9}{7}$$

$$r = \frac{19 - 10}{10 - 3} = \frac{9}{7}$$

روش دوم

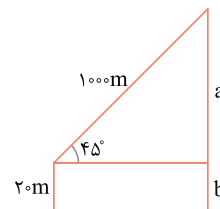
۴ ۱۱

$$S(\triangle ABC) = S(\triangle DCE)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} AC \times BC \times \sin \hat{C} = \frac{1}{2} CD \times CE \times \sin \hat{C} \Rightarrow AC \times 4 = 2 \times 3$$

$$\Rightarrow AC = 1.5$$

۲ ۱۲



$$\sin 45^\circ = \frac{a}{1000} \Rightarrow a = 500\sqrt{2} \approx 700$$

$$\text{ارتفاع از سطح زمین} = a + b = 700 + 20 = 720$$

۴ ۱۳

اعداد ۴۰، ۴۱ و ۹ اعداد فیثاغورسی هستند.

$$AB = 9k, AC = 40k, BC = 41k$$

$$BC = 20/5 \Rightarrow 41k = 20/5 \Rightarrow k = 0/5$$

$$\triangle AHC: \sin \alpha = \frac{AH}{AC} \Rightarrow \frac{9}{41} = \frac{x}{40 \times 0/5} \Rightarrow x = \frac{20 \times 9}{41} = \frac{180}{41}$$

۱ ۱۴

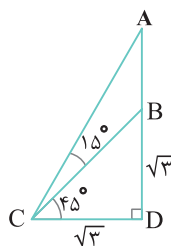
$$\tan 45^\circ = \frac{BD}{CD} \Rightarrow CD = \sqrt{3}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{AD}{CD} \Rightarrow AD = 3$$

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ACD} - S_{\triangle CBD}$$

$$= \frac{3 \times \sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{3}{2}(\sqrt{3} - 1)$$



۳ ۲۸

$$\frac{r^x \times r^{12x}}{r^6 x^2 \times r^8} = r^x \times r^{12x} \times r^{-6x} \times r^{-8} = r^{x^2 - 6x^2 + 12x - 8} = r^{(x-2)^2}$$

حال با توجه به  $x = \sqrt[3]{5} + 2$  داریم:

$$\Rightarrow r^{(\sqrt[3]{5} + 2 - 2)^2} = r^5 = 32$$

۴ ۲۹

$$A = \frac{5\sqrt{5} - 2\sqrt{2}}{7 + \sqrt{10}} - \frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$$

$$= \frac{5\sqrt{5} - 2\sqrt{2}}{7 + \sqrt{10}} \times \frac{7 - \sqrt{10}}{7 - \sqrt{10}} - \frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5} + \sqrt{2}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow A = \frac{35\sqrt{5} - 25\sqrt{2} - 14\sqrt{2} + 4\sqrt{5}}{49 - 10} - \frac{3(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{5 - 2}$$

$$= \frac{39\sqrt{5} - 39\sqrt{2}}{39} - \frac{3(\sqrt{5} + \sqrt{2})}{3}$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{5} - \sqrt{2} = -2\sqrt{2}$$

$$B = \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} + \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{2} + 1)^2} + \sqrt{(\sqrt{2} - 1)^2}$$

$$= |\sqrt{2} + 1| + |\sqrt{2} - 1|$$

$$\Rightarrow B = \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1 = 2\sqrt{2}$$

$$\frac{A+B}{A-B} = \frac{-2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}}{-2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}} = \frac{0}{-4\sqrt{2}} = 0$$

۲ ۳۰

$$(\alpha - \beta)(\alpha^2 + \alpha\beta + \beta^2)(\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2) + \alpha^3\beta^3$$

$$= (\alpha^3 - \beta^3)(\alpha^3 + \beta^3) + \alpha^3\beta^3 = \alpha^6 - \beta^6 + \alpha^3\beta^3$$

$$= 3\sqrt{2} + 4 - 3\sqrt{2} + 4 + \sqrt{(3\sqrt{2} + 4)(3\sqrt{2} - 4)} = 8 + \sqrt{18 - 16} = 8 + \sqrt{2}$$

۱ ۳۱

با توجه به شکل طول قاب برابر  $20 + 4x$  و عرض قاب برابر  $15 + 2x$  خواهد بود.

بنابراین رابطه مساحت قاب را به صورت زیر می توان نوشت:

$$(20 + 4x)(15 + 2x) = 672 \Rightarrow (10 + 2x)(15 + 2x) = 336$$

$$\Rightarrow (2x)^2 + 25(2x) + 150 = 336 \Rightarrow (2x)^2 + 25(2x) - 186 = 0$$

$$\Rightarrow (2x + 31)(2x - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{31}{2} \\ x = 3 \end{cases}$$

غیر قابل قبول  $x = -\frac{31}{2}$

بنابراین طول و عرض قاب بدین صورت به دست می آید:

$$\text{طول قاب} = 20 + 4x = 32$$

$$\Rightarrow \text{محیط قاب} = 2(32 + 21) = 106$$

$$\text{عرض قاب} = 15 + 2x = 21$$

۲ ۳۲

در عبارت  $ax^2 + bx$  برای ایجاد مربع کامل، پس از فاکتورگیری از عدد  $a$ ، باید

عدد  $\frac{b^2}{4a^2}$  به آن افزوده شود تا مربع کامل تشکیل شود. بدیهی است اگر  $a = 1$

باشد عددی که باید به عبارت  $x^2 + bx$  اضافه شود تا مربع کامل ساخته شود  $\frac{b^2}{4}$

خواهد بود.

در عبارت  $x^2 + \sqrt{\frac{2\sqrt{6} + 5}{6}}$  داریم:

$$b = \sqrt{\frac{2\sqrt{6} + 5}{6}} \Rightarrow b^2 = \frac{2\sqrt{6} + 5}{6} = \frac{(\sqrt{3} + \sqrt{2})^2}{6} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{b^2}{4} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2$$

۲ ۲۳

$$\sqrt[6]{11 + 2\sqrt{10}} \times \sqrt[3]{\sqrt{10} - 1} = \sqrt[6]{(\sqrt{10} + 1)^2 \sqrt[3]{\sqrt{10} - 1}}$$

$$= \sqrt[3]{(\sqrt{10} + 1)(\sqrt{10} - 1)}$$

$$= \sqrt[3]{10 - 1} = \sqrt[3]{9} = 11^n \Rightarrow 3^{\frac{2}{3}} = 3^{4n} \Rightarrow n = \frac{1}{6}$$

$$\sqrt{n^{-1}} + 3 = \sqrt{6 + 3} = \sqrt{9} = 3$$

۴ ۲۴

$$(r^3 \times r^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} = (r^{\frac{7}{2}})^{\frac{1}{2}} = r^{\frac{7}{4}} = r^{5A} \Rightarrow \frac{7}{4} = 5A \Rightarrow A = \frac{1}{4}$$

$$(r^2 \times r^{\frac{3}{2}})^{\frac{1}{2}} = (r^{\frac{7}{2}})^{\frac{1}{2}} = r^{\frac{7}{4}} = r^{3B} \Rightarrow \frac{7}{4} = 3B \Rightarrow B = \frac{7}{12}$$

$$\frac{1}{A} + \frac{1}{B} = 3 + \frac{12}{7} = \frac{39}{7}$$

۱ ۲۵

از اتحاد مکعب دو جمله ای استفاده می کنیم.

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 13}{2 - 12x + 6x^2 - x^3} = \frac{x^3 - 6x^2 + 12x - 8 - 5}{2 - (x^3 - 6x^2 + 12x - 8) + 8}$$

$$= \frac{(x - 2)^3 - 5}{2 - (x - 2)^3 - 8} = \frac{(x - 2)^3 - 5}{-(x - 2)^3 - 6}$$

$$\xrightarrow{x = 2 - \sqrt[3]{5}} \frac{(2 - \sqrt[3]{5} - 2)^3 - 5}{-(2 - \sqrt[3]{5} - 2)^3 - 6} = \frac{(-\sqrt[3]{5})^3 - 5}{-(-\sqrt[3]{5})^3 - 6}$$

$$= \frac{-5 - 5}{5 - 6} = \frac{-10}{-1} = 10$$

۴ ۲۶

$$\frac{x + 3}{x - 3} - \frac{x}{x + 3} + \frac{3 - 5x}{x^2 - 9} = \frac{(x + 3)^2 - x(x - 3) + 3 - 5x}{(x - 3)(x + 3)}$$

$$= \frac{x^2 + 6x + 9 - x^2 + 3x - 5x + 3 - 5x}{(x - 3)(x + 3)} = \frac{4x + 12}{(x - 3)(x + 3)}$$

$$= \frac{4(x + 3)}{(x - 3)(x + 3)} = \frac{4}{x - 3}$$

سپس به جای  $x$ ،  $\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3} + 4$  را قرار می دهیم.

$$\frac{4}{\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3} + 4 - 3} = \frac{4}{\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{3} + 1} \times \frac{\sqrt[3]{3} + 1}{\sqrt[3]{3} + 1} = \frac{4(\sqrt[3]{3} + 1)}{4} = \sqrt[3]{3} + 1$$

۴ ۲۷

$$\sqrt{x + 2} + \sqrt{x - 4} = 3$$

دو طرف تساوی را در  $\sqrt{x + 2} - \sqrt{x - 4}$  ضرب می کنیم.

$$\Rightarrow (\sqrt{x + 2} + \sqrt{x - 4})(\sqrt{x + 2} - \sqrt{x - 4})$$

$$= 3(\sqrt{x + 2} - \sqrt{x - 4}) \Rightarrow x + 2 - x + 4 = 3(\sqrt{x + 2} - \sqrt{x - 4})$$

$$\Rightarrow 6 = 3(\sqrt{x + 2} - \sqrt{x - 4}) \Rightarrow \sqrt{x + 2} - \sqrt{x - 4} = 2$$

$$\begin{cases} \sqrt{x + 2} + \sqrt{x - 4} = 3 \\ \sqrt{x + 2} - \sqrt{x - 4} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x + 2} = \frac{5}{2} \\ \sqrt{x - 4} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 3\sqrt{x + 2} - 5\sqrt{x - 4} = 3\left(\frac{5}{2}\right) - 5\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{15}{2} - \frac{5}{2} = 5$$

رأس سهمی را حساب می‌کنیم:

$$x_S = -\frac{k}{2(-1)} = \frac{k}{2} \Rightarrow y_S = -\frac{k^2}{4} + \frac{k^2}{2} + 6 = \frac{k^2 + 24}{4}$$

$$S_{ABCD} = DC \times BC = k \times \left( \frac{k^2 + 24}{4} - 6 \right) = \frac{k^3}{4} = 54$$

$$\Rightarrow k^3 = 4 \times 54 = 8 \times 27 \Rightarrow k = 2 \times 3 = 6$$

$$\text{فاصله نقطه } B \text{ از محور } x \text{ ها} = \frac{k^2 + 24}{4} = \frac{36 + 24}{4} = 15$$

۳ ۳۸

سمت راست ریشه، منفی است بنابراین باید ضریب  $x$  منفی باشد:

$$a + 2 < 0 \Rightarrow a < -2$$

هم‌چنین در  $x = a + 1$  عبارت صفر می‌شود. بنابراین:

$$(a+2)(a+1) + a - 2 = 0 \Rightarrow a^2 + 3a + 2 + a - 2 = 0$$

$$\Rightarrow a^2 + 4a = 0 \Rightarrow a(a+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -4 \end{cases}$$

$a = 0$  قابل قبول نیست زیرا باید ضریب  $x$  منفی باشد.

۴ ۳۹

$$x = 3 \Rightarrow 9 - 33 + b = 0 \Rightarrow b = 24$$

$$x^2 - 11x + 24 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 8 \end{cases} \Rightarrow a = 8$$

$$a + b = 8 + 24 = 32$$

۴ ۴۰

با توجه به این‌که علامت دو طرف ریشه  $x = 6$  تغییر کرده بنابراین  $ax^2 + bx - 12$  باید درجه اول باشد و  $x = -5$  ریشه مخرج است.

$$\frac{-a}{-5} \Rightarrow bx - 12 = 0 \xrightarrow{x=6} 6b - 12 = 0 \Rightarrow b = 2$$

$$\frac{-a}{-5} \Rightarrow 2(-5) + c = 0 \Rightarrow c = 10$$

با توجه به جواب‌های به دست آمده و با توجه به این‌که  $b$  مثبت است باید برای  $x > 6$  حاصل مثبت شود و چون در این‌جا منفی نوشته است. بنابراین جواب ندارد.

۱ ۴۱

$$\begin{cases} a^3 - b^3 = 15 \Rightarrow (a-b)(a^2 + ab + b^2) = 15 \\ a - b = 1 \\ 25 - ab = 20 \Rightarrow ab = 5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 1 \times (a^2 + 5 + b^2) = 15 \Rightarrow a^2 + b^2 = 10$$

$$(a+b)^2 - 3ab = a^2 + 2ab + b^2 - 3ab$$

$$= a^2 + b^2 - ab = 10 - 5 = 5$$

۱ ۴۲

مولفه اول تکراری داریم:

$$a^2 + b^2 + 5 = 4b - 2a \Rightarrow (a^2 + 2a + 1) + (b^2 - 4b + 4) = 0$$

$$\Rightarrow (a+1)^2 + (b-2)^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 2 \end{cases}$$

$$f(2a) + f(2b) = a + b = 1$$

۳ ۳۳

$$\xrightarrow{x=1} 2 \times (-1) \times 4 \times 7 = k \Rightarrow k = -56$$

$$\Rightarrow (x+1)(x-2)(x+3)(x+6) = -56$$

$$\Rightarrow (x^2 + 4x + 3)(x^2 + 4x - 12) = -56 \xrightarrow{x^2 + 4x = t}$$

$$(t+3)(t-12) + 56 = 0 \Rightarrow t^2 - 9t - 36 + 56 = 0 \Rightarrow t^2 - 9t + 20 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 4 \Rightarrow x^2 + 4x = 4 \Rightarrow x^2 + 4x - 4 = 0 \Rightarrow S = -4 \\ t = 5 \Rightarrow x^2 + 4x = 5 \Rightarrow x^2 + 4x - 5 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -5 \end{cases} \end{cases}$$

مجموع ریشه‌های دیگر  $-4 - 5 = -9$

۴ ۳۴

نقطه‌ای از سهمی که از محور تقارن سهمی فاصله برابر دارند دارای عرض‌های یکسان هستند. یعنی اگر سهمی از دو نقطه  $A(m, k)$  و  $B(n, k)$  بگذرد، معادله

محور تقارن سهمی به صورت  $x = \frac{m+n}{2}$  خواهد بود. بنابراین داریم:

$$\text{محور تقارن: } x = -\frac{b}{2a} = \frac{5+(-1)}{2} \Rightarrow -\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow \frac{b}{a} = -4 \Rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{1}{4}$$

۴ ۳۵

می‌دانیم در تابع  $f(x) = ax^2 + bx + c$  طول رأس برابر  $-\frac{b}{2a}$  و عرض رأس برابر

$-\frac{\Delta}{4a}$  یا  $f(-\frac{b}{2a})$  می‌باشد. ابتدا مختصات نقطه رأس در دو سهمی را می‌نویسیم:

برای سهمی  $y = x^2 + 2ax - b$  داریم:

$$\text{طول رأس} = -\frac{2a}{1} = -a \Rightarrow \text{عرض رأس} = a^2 - 2a^2 - b = -a^2 - b$$

برای سهمی  $y = -2x^2 + 4x - 3$  داریم:  $-1 = \text{عرض رأس} \Rightarrow 1 = \text{طول رأس}$

از طرفی می‌دانیم قرینه نقطه  $(m, n)$  نسبت به نیمساز نواحی اول و سوم نقطه  $(n, m)$  خواهد بود. بنابراین داریم:

$$(-a, -a^2 - b) = (-1, 1) \Rightarrow \begin{cases} -a = -1 \Rightarrow a = 1 \\ -a^2 - b = 1 \Rightarrow b = -2 \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{a} = -2$$

۳ ۳۶

ابتدا معادله سهمی رسم شده را می‌نویسیم. با توجه به این‌که در  $x = 1$  و  $x = 5$  سهمی محور طول‌ها را قطع می‌کند، داریم:

$$y = a(x-1)(x-5)$$

از طرفی سهمی از نقطه  $(0, 1)$  می‌گذرد بنابراین:

$$1 = a(0-1)(0-5) \Rightarrow a = \frac{1}{5} \Rightarrow y = \frac{1}{5}(x-1)(x-5)$$

برای یافتن مقادیر  $h$  و  $k$  به روش زیر می‌توان عمل کرد:

$$y = \frac{1}{5}(x-1)(x-5) = \frac{1}{5}(x^2 - 6x + 5) = \frac{1}{5}[(x-3)^2 - 4]$$

$$= \frac{1}{5}(x-3)^2 - \frac{4}{5} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{5} \\ h = 3 \Rightarrow \frac{h}{3} + 5(a+k) = 1 + 5(-\frac{2}{5}) = -2 \\ k = -\frac{4}{5} \end{cases}$$

۳ ۳۷

نقطه  $D$ ، نقطه برخورد سهمی با محور عرض‌هاست.

$$x = 0 \Rightarrow y = 6 \Rightarrow y_D = 6 \Rightarrow DC: y = 6$$



# آزمون‌های پشتیبان دفترچه (۲)

حال تمام واحدها را به واحد اصلی و یا واحدهای هم جنس تبدیل می‌کنیم:

$$x = 4 \times 10^{-9} \times \left( \frac{60 \text{ min}}{10^{-9} \text{ m}} \right)^2 = 4 \times 10^{-9} \times \left( \frac{10^{+3} \text{ m} \times 30 \text{ min}}{10^{-9} \text{ m} \times 60 \text{ min}} \right)^2$$

$$\Rightarrow x = 4 \times 10^{-9} \times (10^{+12} \times 0.5)^2 = 4 \times 10^{-9} \times (10^{+11} \times 0.5)^2$$

$$\Rightarrow x = 4 \times 10^{-9} \times 10^{+22} \times 0.25 = 100 \times 10^{-9} \times 10^{+22} = 10^{+15}$$

۱ ۹

تمام واحدها را به واحد اصلی تبدیل می‌کنیم:

$$x = 1 \text{ ng} \times \frac{1 \text{ g}}{10^9 \text{ ng}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times (1 \text{ km} \times \frac{10^3 \text{ m}}{1 \text{ km}})^3 \times \frac{1}{\left( \frac{1 \mu\text{s} \times 1 \text{ s}}{10^6 \mu\text{s}} \right)^2} \times \frac{1}{\text{m}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{10^{-9} \times 10^{-3} \text{ kg} \times 10^{+9} \text{ m}^3 \times 10^{+12}}{\text{m} \cdot \text{s}^2}$$

$$= \frac{10^{+9} \text{ kg} \cdot \text{m}^3}{\text{m} \cdot \text{s}^2} = 10^{+9} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} \quad (1)$$

$$N = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad (2)$$

از فرمول  $F = ma$  داریم:

$$x = 10^{+9} N \cdot m \quad (3)$$

در نتیجه از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$J = N \cdot m \quad (4)$$

از رابطه  $W = Fd$  داریم:

$$x = 10^{+9} J = 1 \text{ GJ}$$

در نتیجه از روابط (۳) و (۴) داریم:

۲ ۱۰

### بررسی عبارت‌ها

$$\text{الف} \left\{ \begin{array}{l} 12 \frac{\text{mm}^3}{\text{min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^9 \text{ mm}^3} = 2 \times 10^{-10} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \\ 2 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cm}^3} = 2 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^{-10} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} < 2 \times 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{s}} \quad \checkmark$$

$$\text{ب} \left\{ \begin{array}{l} 2000 \frac{\text{g}}{\text{L}} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{1 \text{ L}}{10^3 \text{ cm}^3} = 2 \times 10^{-2} \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} \\ 0.01 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 0.02 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} > 0.01 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^3} \quad \checkmark$$

$$\text{ج} \left\{ \begin{array}{l} 1.5 \frac{\text{mN}}{\text{hm}^2} \times \frac{1 \text{ hm}^2}{10^4 \text{ m}^2} \times \frac{1 \text{ N}}{10^3 \text{ mN}} = 10^{-2} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \\ 1000 \frac{\mu\text{N}}{\text{m}^2} \times \frac{1 \text{ N}}{10^6 \mu\text{N}} = 10^{-3} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 0.01 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} > 0.001 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \quad \checkmark$$

$$\text{د} \left\{ \begin{array}{l} 1/6 \times 10^{-5} \frac{\text{kJ}}{\text{mg}} \times \frac{10^3 \text{ J}}{1 \text{ kJ}} \times \frac{10^3 \text{ mg}}{1 \text{ g}} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} = 1/6 \times 10^4 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \\ 800 \frac{\text{dJ}}{\text{kg}} \times \frac{1 \text{ J}}{10 \text{ dJ}} = 80 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow 16000 \frac{\text{J}}{\text{kg}} > 80 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad \checkmark$$

### فیزیک

#### پاسخ آزمون پشتیبان دفترچه (۲)



۲ ۱

دانشمندان فیزیک برای توصیف و توضیح پدیده‌های مورد بررسی در طبیعت اغلب از قانون، مدل و نظریه فیزیکی استفاده می‌کنند.

۳ ۲

از بین کمیت‌های نام برده شده، تنها برای بیان کمیت جرم از یک عدد و یکای مناسب آن استفاده می‌شود، بنابراین یک کمیت نرده‌ای است.

۳ ۳

با استفاده از روش تبدیل واحد زنجیره‌ای داریم:

$$250 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \times \frac{1 \text{ L}}{1000 \text{ cm}^3} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = \frac{15000}{1000} = 15 \frac{\text{L}}{\text{min}}$$

۳ ۴

می‌دانیم ژول، یکای SI کمیت انرژی است و برحسب یکاهای اصلی به صورت  $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2}$  نمایش داده می‌شود.

۳ ۵

واحدهای عبارت داده شده را می‌نویسیم:

$$\frac{\text{J} \cdot \text{s}}{\left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2} = \frac{\text{J} \cdot \text{s} \cdot \text{s}^2}{\text{m}^2} = \frac{\text{J} \cdot \text{s}^3}{\text{m}^2}$$

از رابطه  $W = Fd$  می‌دانیم که واحد ژول J، معادل نیوتون در متر [N.m] است، پس داریم:

$$\frac{\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^3}{\text{m}^2} = \frac{\text{N} \cdot \text{s}^3}{\text{m}}$$

از رابطه  $F = ma$  مشخص است که واحد نیوتون [N] برابر است با:

$$N = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\frac{\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{s}^3}{\text{m}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}}{\text{m}} = \text{kg} \cdot \text{s}$$

بنابراین:

۳ ۶

با استفاده از روش تبدیل واحد زنجیره‌ای داریم:

$$50 \frac{\text{kg}}{\mu\text{m}^2} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{10^{+12} \mu\text{m}^2}{1 \text{ m}^2} \times \frac{1 \text{ m}^2}{10^6 \text{ mm}^2} = 5 \times 10^{+6} \frac{\text{g}}{\text{mm}^2}$$

۲ ۷

### بررسی عبارت‌ها

الف فشار و حجم، کمیت‌های فرعی نرده‌ای هستند.  $\checkmark$

ب هر میلی لیتر، معادل یک سی سی است.  $\times$

$$10000 \text{ dam}^2 \times \frac{10^2 \text{ m}^2}{1 \text{ dam}^2} \times \frac{1 \text{ هکتار}}{10000 \text{ m}^2} = 10^2 \text{ هکتار} \quad \checkmark$$

ج

$$62 \text{ m}^3 \xrightarrow{\times 10^{+6}} 62 \times 10^{+6} \text{ cm}^3$$

د

سانتی متر مکعب و میلی لیتر معادل یکدیگرند، بنابراین:

$$62 \times 10^{+6} \text{ mL} \xrightarrow{\text{نماد علمی}} 6.2 \times 10^{+7} \text{ mL} \quad \checkmark$$

۱ ۸

در این گونه سوالات به جای، جای خالی X قرار می‌دهیم و معادله را حل می‌کنیم:

$$x = \frac{4 \times 10^{-9} \left( \frac{\text{km}}{\text{h}} \right)^2}{\left( \frac{\text{nm}}{30 \text{ min}} \right)^2}$$



۱۱

دقت اندازه‌گیری کم‌ترین مقداری است که یک وسیله می‌تواند اندازه‌گیری کند. در گزینه (۲)، دقت اندازه‌گیری عدد بیان شده، ۰/۰۱ آمپر است، بنابراین این عدد نمی‌تواند گزارش این اندازه‌گیری باشد.

۱۲

عددی نتیجه حاصل از اندازه‌گیری با استفاده از پیمانهای به حجم  $5 \text{ cm}^3$  است که حاصل تقسیم آن بر عدد  $5 \text{ cm}^3$  یک عدد صحیح شود.

بررسی عبارت‌ها

$$\text{الف) } 10^{-3} \text{ dm}^3 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{dm}^3} \times 10^6 \frac{\text{cm}^3}{\text{m}^3} = 1 \text{ cm}^3 \Rightarrow \frac{1 \text{ cm}^3}{5 \text{ cm}^3} = 0/2 \times$$

$$\text{ب) } 2 \text{ cm}^3 \Rightarrow \frac{2 \text{ cm}^3}{5 \text{ cm}^3} = 0/4 \times$$

$$\text{ج) } 3 \times 10^3 \text{ mm}^3 \times \frac{1 \text{ cm}^3}{10^{+3} \text{ mm}^3} = 3 \text{ cm}^3 \Rightarrow \frac{3 \text{ cm}^3}{5 \text{ cm}^3} = 0/6 \times$$

$$\text{د) } 5 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \times \frac{10^6 \text{ cm}^3}{1 \text{ m}^3} = 5 \text{ cm}^3 \Rightarrow \frac{5 \text{ cm}^3}{5 \text{ cm}^3} = 1 \checkmark$$

۱۳

دقت اندازه‌گیری در ابزارهای رقمی (دیجیتال)، برابر یک واحد از آخرین رقمی است که آن ابزار می‌خواند، بنابراین:  $\frac{\text{دقت اندازه‌گیری ترازوی A}}{\text{دقت اندازه‌گیری ترازوی B}} = \frac{0/01}{0/001} = 10$

۱۴

جرم مخلوط حاصل برابر است با:

$$m_{\text{مخلوط}} = m_1 + m_2 = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 = 200 \times 7 + 600 \times 9 = 6800 \text{ g}$$

در حین مخلوط کردن، ۱۵ درصد از مجموع حجم دو مایع کاهش یافته است، بنابراین:

$$V_{\text{مخلوط}} = \frac{85}{100} (200 + 600) = \frac{85}{100} \times 800 = 680 \text{ cm}^3$$

بنابراین چگالی مخلوط حاصل برابر است با:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} = \frac{6800}{680} = 10 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

۱۵

با ذوب یخ، حجم کاهش یافته است، بنابراین حجم آبی که از ذوب  $m$  گرم یخ به دست می‌آید،  $20 \text{ cm}^3$  کم‌تر از حجم قطعه یخی است که ذوب شده است، بنابراین:

$$V_{\text{یخ}} = V_{\text{آب}} + 20 \Rightarrow \frac{m}{\rho_{\text{یخ}}} = \frac{m}{\rho_{\text{آب}}} + 20$$

$$\Rightarrow \frac{m}{0/9} = \frac{m}{1} + 20 \Rightarrow \frac{10}{9} m = m + 20 \Rightarrow \frac{1}{9} m = 20 \Rightarrow m = 180 \text{ g}$$

جرم یخ ذوب شده  $180 \text{ g}$  است و  $150 \text{ g}$  هم یخ ذوب نشده باقی مانده است، پس حجم قطعه یخ اولیه  $330 \text{ g}$  بوده است.

۱۶

حجم حفره داخل هر جسمی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} \Rightarrow 152 = V_{\text{ظاهری}} - \frac{512}{8}$$

$$\Rightarrow 152 = V_{\text{ظاهری}} - 64 \Rightarrow V_{\text{ظاهری}} = 216 \text{ cm}^3$$

بنابراین شعاع کره به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow 216 = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3 \Rightarrow r^3 = 54 \Rightarrow r = 3\sqrt[3]{2} \text{ cm}$$

۱۷

حجم ظاهری مکعب فلزی برابر است با:  $V_{\text{ظاهری}} = 4^3 = 64 \text{ cm}^3$   
با استفاده از پارامترهای  $m$  و  $\rho$ ، حجم واقعی مکعب فلزی را محاسبه می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V_{\text{واقعی}} = \frac{m}{\rho} = \frac{0/185 \times 10^3}{5} = 37 \text{ cm}^3$$

بنابراین حجم حفره برابر است با:

$$V_{\text{ظاهری}} = V_{\text{واقعی}} + V_{\text{حفره}} \Rightarrow 64 = 37 + V_{\text{حفره}} \Rightarrow V_{\text{حفره}} = 27 \text{ cm}^3$$

بنابراین ضلع مکعب حفره برابر است با:

$$V_{\text{حفره}} = a^3 \Rightarrow 27 = a^3 \Rightarrow a = 3 \text{ cm}$$

سپس با استفاده از روش تبدیل واحد زنجیره‌ای داریم:

$$3 \text{ cm} \times \frac{1 \text{ m}}{10^2 \text{ cm}} \times \frac{10 \text{ dm}}{1 \text{ m}} = 0/3 \text{ dm}$$

۱۸

از روی شکل داده شده در سؤال مشخص است که ارتفاع دو استوانه با یکدیگر برابر و  $r_A = r$  و  $r_B = r'$  است، بنابراین با استفاده از رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho}$$

$$\Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{\rho_B}{\rho_A} \Rightarrow \frac{m_A = \frac{4}{18} m_B}{\rho_A = \frac{2}{25} \rho_B} \Rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{4}{18} \times \frac{25}{2} = \frac{25}{9} \quad (1)$$

از طرفی می‌دانیم که در استوانه  $V = \pi r^2 h$  است، بنابراین:

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{\pi r_A^2 h}{\pi r_B^2 h} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 \quad (2)$$

بنابراین از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\left(\frac{r_A}{r_B}\right)^2 = \frac{25}{9} \Rightarrow \frac{r_A}{r_B} = \frac{5}{3} \Rightarrow r = \frac{5}{3} r'$$

$$\begin{cases} r + r' = \frac{5}{3} r' + r' = \frac{8}{3} r' \\ r - r' = \frac{5}{3} r' - r' = \frac{2}{3} r' \end{cases} \quad \text{بنابراین:}$$

۱۹

اگر بخواهیم مجموعه‌ای از چند ماده در مایع دیگر غوطه‌ور بماند، باید چگالی

مخلوط آن مواد برابر چگالی مایع شود، بنابراین:  $\rho_{\text{مخلوط}} = \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ 

$$\begin{cases} \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}} \\ V = \frac{m}{\rho} \end{cases}$$

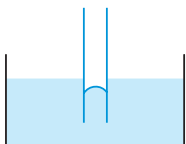
$$\Rightarrow 1 = \frac{280 + m_2}{\frac{280}{0/7} + \frac{m_2}{5}} \Rightarrow 400 + \frac{m_2}{5} = 280 + m_2 \Rightarrow 120 = \frac{4}{5} m_2$$

$$\Rightarrow m_2 = \frac{5 \times 120}{4} = 150 \text{ g}$$

۲۰

با توجه به این‌که قطره‌های مایع به صورت کروی روی سطح شیشه قرار گرفتند، می‌توان نتیجه گرفت که نیروی هم‌چسبی بین مولکول‌های مایع، بیشتر از نیروی دگرچسبی بین مولکول‌های مایع و شیشه است.

بنابراین اگر درون ظرف پر از مایع آن، لوله موئین قرار دهیم، سطح مایع درون لوله به صورت زیر خواهد بود.



بنابراین مجموع ارتفاع مایع در دو قسمت برابر با  $۳۵\text{cm}$  است. حال باید فشار وارد بر کف ظرف از طرف مایع را به دست آوریم:

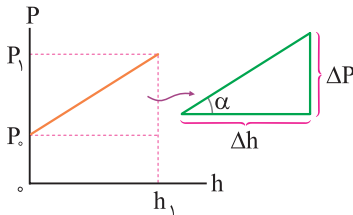
$$P = \rho gh = ۶۰۰۰ \times ۱۰ \times ۳ / ۵ = ۲۱۰۰۰۰ \text{ Pa}$$

$$F = PA = ۲۱۰۰۰۰ \times ۳۰ \times ۱۰^{-۴} = ۶۳۰ \text{ N}$$

در نتیجه:

۲۶

در نمودار  $P-h$  داریم:



$$\tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{\Delta P}{\Delta h} \quad (۱)$$

از طرفی از فرمول اصلی فشار داریم:

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta h} = \rho \times g \quad (۲)$$

بنابراین از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\tan \alpha = \rho \times g$$

بنابراین در نمودار  $P-h$ ، شیب خط بیانگر مقدار  $\rho \times g$  می‌باشد، پس هر چقدر  $\rho$  بیشتر باشد، شیب خط هم بیشتر است.

از طرفی می‌دانیم که هر چقدر مایع در یک ظرف پایین‌تر قرار گیرد، چگالی بیشتری دارد، پس:

$$\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$$

۲۷

با برداشتن درپوش، مایع درون ظرف تا جایی پایین می‌آید (بیرون می‌ریزد) که فشار ناشی از ارتفاع مایع باقی‌مانده در ظرف (فشار ستون مایع) با فشار هوای بیرون که از پایین به ظرف وارد می‌شود، برابر شود، بنابراین:

$$\rho g h' = P_0 \Rightarrow \rho g h' = \rho g h_{\text{مایع}} \Rightarrow h' = h_{\text{مایع}}$$

ارتفاع مایع باقی‌مانده در ظرف

$$\Rightarrow ۶/۸ \times h' = ۱۳/۶ \times ۷۵ \Rightarrow h' = ۱۵ \text{ cm}$$

بنابراین ارتفاع مایع درون ظرف به اندازه  $۱۵\text{cm}$  کاهش پیدا کرده است.

حجم مایع خارج‌شده از ظرف برابر است با:

$$\Delta V = A \Delta h \Rightarrow \Delta V = ۵ \times ۱۰^{-۴} \times ۵۰ \times ۱۰^{-۲} = ۲۵ \times ۱۰^{-۵} \text{ m}^3$$

با توجه به رابطه چگالی می‌توان جرم مایع خارج‌شده از ظرف را به دست آورد:

$$\Delta m = \rho \Delta V \Rightarrow \Delta m = ۶۸۰۰ \times ۲۵ \times ۱۰^{-۵} = ۱/۷ \text{ kg}$$

۲۸

با توجه به رابطه  $\Delta P = \rho g \Delta h$  در نمودار تغییرات فشار بر حسب عمق مایع از سطح آن شیب خط برابر است با:

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow \frac{\Delta P}{\Delta h} = \rho g$$

$$\tan \alpha = \frac{\Delta P}{\Delta h} = \rho g$$

بنابراین:

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{۳ \times ۱۰^۵}{۵۰} = \rho \times ۱۰$$

$$\Rightarrow \frac{۳}{۵} \times ۱۰^۳ = \rho \Rightarrow \rho = ۶۰۰ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

در نتیجه فشار کل وارد بر کف استوانه برابر است با:

$$P = \rho gh + P_0 \Rightarrow P = ۶۰۰ \times ۱۰ \times ۴ + ۱۰^۵$$

$$\Rightarrow P = ۲۴۰۰۰ + ۱۰^۵ = ۱۰۲۴۰۰ \text{ Pa} = ۱۰۲/۴ \text{ kPa}$$

۲۱

ابتدا اختلاف فشار وارد بر سطح بالایی و سطح پایینی مکعب را بر حسب پاسکال محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta P = ۲۰ \text{ cmHg} \Rightarrow \Delta P = ۲۰ \times ۱۳۶۰ = ۲۷۲۰۰ \text{ Pa}$$

بنابراین اختلاف اندازه نیرویی که به سطح بالایی و پایینی مکعب وارد می‌شود، برابر است با:

$$\Delta P = \frac{\Delta F}{A} \Rightarrow \Delta F = \Delta P \times A = ۲۷۲۰۰ \times ۲۵ \times ۱۰^{-۴} = ۶۸ \text{ N}$$

۲۲

ابتدا فشار در هر دو عمق را بر حسب پاسکال به دست می‌آوریم:

$$P_1 = ۷۸ \times ۱۳۶۰ = ۱۰۶۰۸۰ \text{ Pa} \quad P_2 = ۸۰ \times ۱۳۶۰ = ۱۰۸۸۰۰ \text{ Pa}$$

فشار در عمق  $h$  از یک مایع از رابطه  $P = \rho gh + P_0$  به دست می‌آید، بنابراین:

$$\begin{cases} P_1 = \rho gh_1 + P_0 \Rightarrow ۱۰۶۰۸۰ = \rho \times ۱۰ \times ۰/۱ + P_0 \\ P_2 = \rho gh_2 + P_0 \Rightarrow ۱۰۸۸۰۰ = \rho \times ۱۰ \times ۰/۱۵ + P_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۱۰۶۰۸۰ = \rho + P_0 \\ ۱۰۸۸۰۰ = ۱/۵ \rho + P_0 \end{cases}$$

حال طرفین معادله به دست‌آمده را از هم کم می‌کنیم:

$$۱۰۸۸۰۰ - ۱۰۶۰۸۰ = ۱/۵ \rho + P_0 - \rho - P_0 \Rightarrow ۲۷۲۰ = ۰/۵ \rho$$

$$\Rightarrow \rho = ۵۴۴۰ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

با قرار دادن چگالی به دست آمده در یکی از رابطه‌ها می‌توانیم فشار هوا را به دست آوریم.

$$۱۰۶۰۸۰ = ۵۴۴۰ + P_0 \Rightarrow P_0 = ۱۰۰۶۴۰ \text{ Pa} = ۱۰۰/۶۴ \text{ kPa}$$

۲۳

$A$  مساحت سطح مقطع کف ظرف و  $a$  مساحت سطح مقطع دهانه ظرف است. ابتدا افزایش ارتفاع مایع را بر حسب جرم محاسبه می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow m = \rho a \Delta h \Rightarrow \Delta h = \frac{m}{\rho a}$$

افزایش نیروی وارد بر کف ظرف برابر است با:

$$\Delta F = \Delta P \times A \Rightarrow \Delta F = \rho g \Delta h \times A \Rightarrow \Delta F = \rho g \frac{m}{\rho a} \times A = mg \times \frac{A}{a}$$

$$\xrightarrow{A=۱۰a} \Delta F = ۳۲۰ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰ \times ۱۰ = ۳۲ \text{ N}$$

۲۴

فشار کل در عمق  $۲۰$  متری برابر است با:

$$P_1 = \rho gh_1 + P_0 \Rightarrow P_1 = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۲۰ + ۱۰^۵ = ۳ \times ۱۰^۵ \text{ Pa}$$

حال فشار در عمق  $h$  برابر خواهد بود با  $P_2$  که مقدار این فشار،  $\frac{۵}{۳}$  برابر  $P_1$  است، پس:

$$P_2 = \frac{۵}{۳} P_1 = \frac{۵}{۳} \times ۳ \times ۱۰^۵ \Rightarrow P_2 = ۵ \times ۱۰^۵ \text{ Pa}$$

$$P_2 = \rho gh_2 + P_0 \Rightarrow ۵ \times ۱۰^۵ = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times h_2 + ۱۰^۵$$

بنابراین:

$$\Rightarrow ۴ \times ۱۰^۵ = ۱۰^۴ h_2 \Rightarrow h_2 = ۴۰ \text{ m}$$

$$h_2 - h_1 = ۴۰ - ۲۰ = ۲۰ \text{ m}$$

بنابراین:

۲۵

ابتدا حجم قسمت پایین ظرف را محاسبه می‌کنیم:

$$V_1 = A_1 h_1 \Rightarrow V_1 = ۳۰ \times ۲۰ = ۶۰۰۰ \text{ cm}^3$$

با توجه به حجم مایع اضافه‌شده  $V_{\text{مایع}} = ۱۵ \text{ L} = ۱۵۰۰۰ \text{ cm}^3$  مشخص می‌شود که مایع در قسمت بالایی ظرف وارد می‌شود، بنابراین:

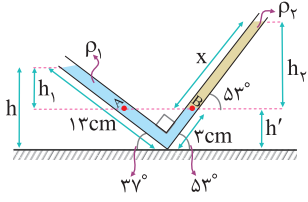
$$V_2 = V_{\text{مایع}} - V_1 = ۱۵۰۰۰ - ۶۰۰۰ = ۹۰۰۰ \text{ cm}^3$$

ارتفاع مایع در قسمت بالایی برابر خواهد بود با:

$$V_2 = A_2 h_2 \Rightarrow ۹۰۰۰ = ۶۰ h_2 \Rightarrow h_2 = \frac{۹۰۰۰}{۶۰} = ۱۵۰ \text{ cm}$$

۲ ۳۳۳

با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز از یک مایع ساکن داریم:



$$\begin{cases} \sin 37^\circ = \frac{h_1}{13} \Rightarrow 0.6 = \frac{h_1}{13} \Rightarrow h_1 = 13 \times 0.6 = 7.8 \text{ cm} \\ \sin 53^\circ = \frac{h_2}{2.4} \Rightarrow 0.8 = \frac{h_2}{2.4} \Rightarrow h_2 = 2.4 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\Rightarrow h_1 = h - h_2 = 7.8 - 2.4 = 5.4 \text{ cm}$$

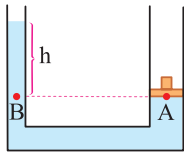
$$P_A = P_B \Rightarrow \rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2 \Rightarrow 1 \times 5.4 = 0.6 \times h_2 \Rightarrow h_2 = 9 \text{ cm}$$

$$\sin 53^\circ = \frac{h_2}{x} \Rightarrow 0.8 = \frac{9}{x} \Rightarrow x = \frac{9}{0.8} = 11.25 \text{ cm}$$

بنابراین:

۲ ۳۳۴

مطابق شکل زیر، با توجه به برابری فشار در نقاط A و B، فشار ایجاد شده توسط پیستون باید برابر فشار ستون نفت در بالای نقطه B باشد، در نتیجه:



$$P_A = P_B \Rightarrow P_{\text{نفت}} = P_{\text{پیستون}}$$

$$\Rightarrow \frac{mg}{A} = \rho g h \Rightarrow \frac{mg}{\pi r^2} = \rho g h$$

$$\Rightarrow \frac{200 \times 10^{-3}}{3 \times 25 \times 10^{-4}} = 800 \times h \Rightarrow h = \frac{2 \times 10^{-1}}{75 \times 10^{-4} \times 800} \Rightarrow h = \frac{1}{3} \text{ m} = \frac{10}{3} \text{ cm}$$

۴ ۳۳۵

به سراغ فرمول فشار مایعات می‌رویم:

$$\begin{cases} P_A = \rho g h_A = \rho \times 1000 \times 144 \times 10^{-2} & (1) \\ \Rightarrow \sin 37^\circ = \frac{h_A}{240} \Rightarrow \frac{6}{10} = \frac{h_A}{240} \\ \Rightarrow h_A = 144 \text{ cm} \end{cases}$$

برای دو نقطه B و C داریم:

$$P_C - P_B = \rho g h = \rho \times 1000 \times 12 \times 10^{-2} & (2)$$

از طرفی داریم:

$$\begin{cases} \sin 53^\circ = \frac{h}{15} \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{h}{15} \Rightarrow h = 12 \text{ cm} \end{cases}$$

با نوشتن یک نسبت با استفاده از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$\frac{P_A}{\Delta P} = \frac{\rho \times 1000 \times 144 \times 10^{-2}}{\rho \times 1000 \times 12 \times 10^{-2}} \Rightarrow \frac{12}{\Delta P} = \frac{144}{12} \Rightarrow \Delta P = 1 \text{ kPa}$$

۲ ۳۳۶

با توجه به نقاط هم‌ترازی خواهیم داشت:

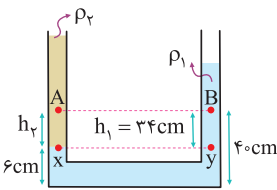
$$P_x = P_y \Rightarrow P_2 + P_A = P_1 + P_B$$

$$\Rightarrow \rho_2 g h_2 + P_A = \rho_1 g h_1 + P_B$$

$$\Rightarrow 1000 \times 10 \times \frac{34}{100} + P_A$$

$$= 1800 \times 10 \times \frac{34}{100} + P_B$$

$$\Rightarrow 3400 + P_A = 6120 + P_B \Rightarrow P_A - P_B = 2720 \text{ Pa} = 2.72 \text{ kPa}$$



۲ ۲۹

اگر اطلاعات مربوط به استوانه را با اندیس (۱) و اطلاعات مربوط به مخروط را با اندیس (۲) نشان دهیم، با توجه به اطلاعات داده‌شده در سؤال داریم:

$$V_1 = V_2 \xrightarrow{V=Ah} A_1 h_1 = \frac{1}{3} A_2 h_2$$

$$\Rightarrow \pi r_1^2 h_1 = \frac{1}{3} \pi r_2^2 h_2 \xrightarrow{r_1=2r_2} (2r_2)^2 h_1 = \frac{1}{3} \times r_2^2 \times h_2$$

$$\Rightarrow 4r_2^2 h_1 = \frac{1}{3} r_2^2 h_2 \Rightarrow h_2 = 12 h_1 \quad (*)$$

بنابراین:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\rho_2 g h_2 + P_0}{\rho_1 g h_1 + P_0} \xrightarrow{\rho_1=\rho_2=\rho} \frac{P_2}{P_1} = \frac{12 \rho g h_1 + P_0}{\rho g h_1 + P_0}$$

$P_1$  از  $P_2$  بزرگ‌تر است، اما  $P_2$  دقیقاً ۱۲ برابر  $P_1$  نیست و مقداری از  $12P_1$  کوچک‌تر است.

۲ ۳۳۰

فشار کل در هر نقطه از رابطه  $P = \rho g h + P_0$  به دست می‌آید، بنابراین اگر فاصله نقطه A تا B را  $h$  در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$P_B = 1/2 P_A \Rightarrow \rho g h_B + P_0 = 1/2 (\rho g h_A + P_0)$$

$$\Rightarrow 1000 \times 10 \times (h + 0.2) + 10^5 = 1/2 \times (1000 \times 10 \times 0.2 + 10^5)$$

$$\Rightarrow 10^4 (h + 0.2) + 10^5 = 24000 + 120000$$

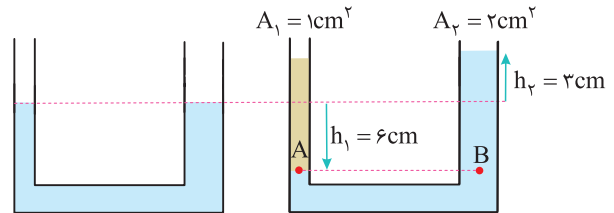
$$\Rightarrow 10^4 (h + 0.2) = 22400 \Rightarrow h + 0.2 = 2.24 \Rightarrow h = 2.04 \text{ m}$$

۱ ۳۳۱

اگر مایع را در شاخه سمت چپ بریزیم، جیوه در شاخه سمت راست بالا می‌آید، بنابراین حجم جیوه جابه‌جا شده در شاخه سمت چپ با حجم جیوه جابه‌جا شده در شاخه سمت راست با یکدیگر برابر هستند، در نتیجه:

$$A_1 h_1 = A_2 h_2$$

$$\Rightarrow 1 \times h_1 = 2 \times 3 \Rightarrow h_1 = 6 \text{ cm}$$



حال با توجه به این‌که فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع برابر است، داریم:

$$P_A = P_B \Rightarrow \frac{mg}{A} = \rho g h \Rightarrow \frac{m \times 10}{10^{-4}} = 13600 \times 10 \times \frac{9}{100}$$

$$\Rightarrow m = 0.1224 \text{ kg} = 122.4 \text{ g}$$

۱ ۳۳۲

می‌دانیم فشار پیمانه‌ای، اختلاف فشار گاز درون مخزن و فشار هوا است و با توجه به این‌که فشار در نقاط A و B با هم برابر هستند، داریم:

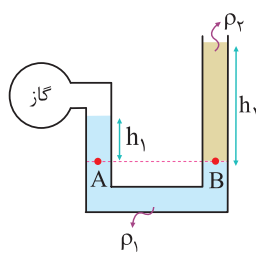
$$P_A = P_B \Rightarrow P_1 + P_{\text{گاز}} = P_0 + P_2$$

$$\Rightarrow P_{\text{گاز}} - P_0 = P_2 - P_1$$

$$\Rightarrow P_{\text{پیمانه‌ای}} = \rho_2 g h_2 - \rho_1 g h_1$$

$$\Rightarrow P_{\text{پیمانه‌ای}} = 1000 \times 10 \times \frac{45}{100} - 1200 \times 10 \times \frac{25}{100}$$

$$\Rightarrow P_{\text{پیمانه‌ای}} = 4500 - 3000 = 1500 \text{ Pa}$$



$$\begin{aligned} & (\text{شمار نوترون های } X - \text{شمار نوترون های } A) = \text{عدد جرمی } X - \text{عدد جرمی } A \\ & (127 - 108) \Rightarrow (\text{شمار پروتون های } X - \text{شمار پروتون های } A) \\ & = (N_A - N_X) + (e) \Rightarrow (N_A - N_X) = 19 - 6 = 13 \end{aligned}$$

۳ ۷۰۹

$$\begin{aligned} & {}_{13}^{27}\text{Al}^{3+} \begin{cases} p=13 \\ e=13-3=10 \Rightarrow |n-e|=4 \Rightarrow a=4 \\ n=27-13=14 \end{cases} \Rightarrow a=2b \\ & {}_{16}^{32}\text{S}^{2-} \begin{cases} p=16 \\ e=16+2=18 \Rightarrow |e-n|=2 \Rightarrow b=2 \\ n=32-16=16 \end{cases} \end{aligned}$$

۴ ۷۱۰

لیتیم دارای دو ایزوتوپ طبیعی ( ${}^6\text{Li}$ ,  ${}^7\text{Li}$ ) و کلر نیز دارای دو ایزوتوپ طبیعی است.  ${}_{17}^{35}\text{Cl}$  و  ${}_{17}^{37}\text{Cl}$  فراوان ترین ایزوتوپ های این دو عنصر هستند.

$$\begin{aligned} \text{LiCl} & \text{ فراوان ترین} = (7-3) + (35-17) = 22 \\ \text{LiCl} & \text{ سنگین ترین} = (7-3) + (37-17) = 24 \end{aligned}$$

۳ ۷۱۱

فرض می کنیم مخلوط ایزوتوپ های عنصر X شامل ۱۰۰ اتم هستند که ۲۴ اتم آن  $X^*$  و ۷۶ اتم باقی مانده، پایدار هستند. پس از گذشت ۳ شبانه روز که معادل ۷۲ است یا ۴ نیم عمر ایزوتوپ  $X^*$  است، شمار اتم های باقی مانده  $X^*$  برابر خواهد بود با:

$$214 \xrightarrow{1/2} 107 \xrightarrow{1/2} 53.5 \xrightarrow{1/2} 26.75 \xrightarrow{1/2} 13.375$$

$$\text{درصد } X^* \text{ در مخلوط باقی مانده} = \frac{13.375}{214} \times 100 \approx 6.25\%$$

۳ ۷۱۲

عبارت های اول و دوم درست هستند.

### بررسی عبارت های نادرست

• نیم عمر رادیو ایزوتوپ  ${}^3\text{H}$  بیشتر از ۱۰ سال است.

• پایداری ایزوتوپ  ${}^4\text{H}$  از هر کدام از ایزوتوپ های  ${}^5\text{H}$  و  ${}^6\text{H}$  کم تر است.

۲ ۷۱۳

به جز عبارت آخر، سایر عبارت ها درست هستند. منظور از عنصر، ماده ای است که تنها از یک نوع اتم تشکیل شده باشد.

۱ ۷۱۴

جدول دوره ای عنصرها شامل ۷ دوره و ۱۸ گروه است و ۱۱۸ عنصر در آن با چیدمانی ویژه در کنار هم قرار داده شده اند.

۲ ۷۱۵

در جدول دوره ای (تناوبی) امروزی، عنصرها براساس افزایش عدد اتمی سازماندهی شده اند.

۲ ۷۱۶

اتم فلئور در ترکیب با فلزها به یون فلئورید تبدیل می شود.

۳ ۷۱۷

جرم اتم به جرم پروتون ها و نوترون های درون هسته آن بستگی دارد که هر کدام معادل ۱ amu است. با توجه به این که جرم الکترون را به تقریب  $\frac{1}{1836}$  جرم پروتون و یا جرم نوترون فرض می کنیم، می توان نوشت:

$$\frac{\text{جرم الکترون ها}}{\text{جرم یون}} = \frac{(x+q) \frac{1}{1836} \text{ amu}}{y \times 1 \text{ amu}} \Rightarrow \frac{x+q}{2000y} = \frac{1}{4400}$$

$$\Rightarrow \frac{x+q}{y} = \frac{1}{2/2} \Rightarrow \frac{y}{x+q} = 2/2$$

شیمی



پاسخ آزمون پشتیبان دفترچه (۲)

۲ ۶۹۹

### بررسی گزینه ها

۱ آخرین تصویری که وویجر ۱ از زمین گرفت، از فاصله تقریبی ۷ میلیارد کیلومتری بود. ۲ وویجرها مأموریت داشتند شناسنامه فیزیکی و شیمیایی سیاره مشتری (بزرگ ترین سیاره سامانه خورشیدی) و سه سیاره زحل، اورانوس و نپتون را تهیه کنند و بفرستند. ۳ با بررسی نوع و مقدار عنصرهای سازنده برخی سیاره های سامانه خورشیدی و مقایسه آن با عنصرهای سازنده خورشید، می توان به درک بهتری از چگونگی تشکیل عنصرها دست یافت. ۴ چهار سیاره ای که وویجرها مأموریت داشتند شناسنامه فیزیکی و شیمیایی آن ها را تهیه کنند، عبارتند از مشتری، زحل، اورانوس و نپتون. در صورتی که چهار سیاره دیگر یعنی تیر، ناهید، زمین و مریخ در فاصله نزدیک تری به خورشید قرار دارند.

۴ ۷۰۰

### بررسی سایر گزینه ها

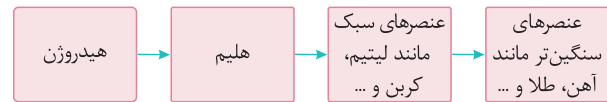
۱ آخرین تصویری که وویجر ۱ از زمین گرفت، از فاصله تقریبی ۷ میلیارد کیلومتری بود. ۲ وویجرها مأموریت داشتند شناسنامه های فیزیکی و شیمیایی مشتری، زحل، اورانوس و نپتون را تهیه کنند و بفرستند. ۳ فضاییهای وویجر ۱ و ۲، هر دو در سال ۱۹۷۷ مأموریت خود را آغاز کردند.

۱ ۷۰۱

فقط عنصر اکسیژن دارای ویژگی مورد نظر است.

۲ ۷۰۲

به شکل زیر توجه کنید:



۲ ۷۰۳

• سحابی ها، مکان های زایش ستاره ها به شمار می آیند.

• سحابی ها برخلاف ستاره ها فاقد شکل معین هستند.

۳ ۷۰۴

عبارت های «ب» و «پ» نادرست هستند. ستاره ها متولد می شوند، رشد می کنند و زمانی می میرند. مرگ ستاره اغلب با یک انفجار بزرگ همراه است.

۱ ۷۰۵

انرژی گرمایی و نور خیره کننده خورشید به دلیل تبدیل هیدروژن به هلیوم در واکنش های هسته ای است.

۴ ۷۰۶

اغلب در یک نمونه طبیعی از عنصری معین، اتم های سازنده جرم یکسانی ندارند.

۱ ۷۰۷

با توجه به بار یون های  $X^{3-}$  و  $D^{2+}$  و با توجه به این که الکترون های این دو یون با هم برابر است، می توان نتیجه گرفت که عدد اتمی  $X$ ، پنج واحد کم تر از عدد اتمی  $D$  است. بنابراین مطابق داده های سؤال، عدد جرمی  $D$ ،  $10+5=15$  واحد بیشتر از عدد جرمی  $X$  است.  $122=137-15=122$  عدد جرمی  $X$  است.

$$A = 3Z - 21 \Rightarrow 122 + 21 = 3Z \Rightarrow Z = 51$$

۲ ۷۰۸

مطابق داده های سؤال می توان نوشت:

$$A = 8 - (-1) - (-1) = \text{شمار پروتون های } X = \text{شمار پروتون های } A$$

$$\Rightarrow 6 = \text{شمار پروتون های } X - \text{شمار پروتون های } A$$

۱ ۷۲۶

کافیست تعداد مول‌های (نسبت جرم به جرم مولی) گونه‌ها را با هم مقایسه کنیم:

$$1 \text{ NO}_2: 3 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{46 \text{ g}} = \frac{3}{46} \text{ mol}$$

$$2 \text{ N}_2\text{O}: 4 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{44 \text{ g}} = \frac{4}{44} \text{ mol}$$

$$3 \text{ CH}_4: 1/5 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{16 \text{ g}} = \frac{3}{32} \text{ mol}$$

$$4 \text{ H}_2\text{O}: 2/5 \text{ g} \times \frac{1 \text{ mol}}{18 \text{ g}} = \frac{5}{36} \text{ mol}$$

عدد  $\frac{3}{46}$  در مقایسه با سایر اعداد کوچک‌تر است.

۳ ۷۲۷

$$MA_2: \frac{M \text{ جرم}}{A \text{ جرم}} = \frac{1(M \text{ مولی})}{2(A \text{ مولی})} \Rightarrow \frac{34/25}{40} = \frac{1 \times 137}{2(A \text{ مولی})}$$

$$\Rightarrow A \text{ جرم مولی} = 80 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$XA_3: \frac{X \text{ جرم}}{A \text{ جرم}} = \frac{1(X \text{ مولی})}{3(A \text{ مولی})} \Rightarrow \frac{6/5}{30} = \frac{1(X \text{ مولی})}{3(80)}$$

$$\Rightarrow X \text{ جرم مولی} = 52 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$\Rightarrow \frac{A \text{ جرم مولی}}{X \text{ جرم مولی}} = 1/54$$

$$\Rightarrow XA_2 \text{ جرم مولی} = 52 + 2(80) = 212 \text{ g.mol}^{-1}$$

۴ ۷۲۸

$$XY_2: \frac{X \text{ جرم}}{Y \text{ جرم}} = \frac{X \text{ مولی}}{2(Y \text{ مولی})} \Rightarrow \frac{11/5}{100-11/5} = \frac{31/2}{3(Y \text{ مولی})}$$

$$\Rightarrow Y \text{ جرم مولی} = 80 \text{ g.mol}^{-1} \Rightarrow Y \text{ جرم اتمی} = 80 \text{ amu}$$

$$80Y \begin{cases} p+n=80 \\ n-p=10 \end{cases} \Rightarrow p=35 \Rightarrow z=35$$

۲ ۷۲۹

گرم HBr مول HBr

$$\begin{bmatrix} 1 & 81 \\ a & 225a^3 \end{bmatrix} \Rightarrow 81 = 225a^2 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} 9 = 15a \Rightarrow a = 0/6$$

$$? \text{ g CO}_2 = 0/6 \text{ atom O} \times \frac{1 \text{ molecule CO}_2}{2 \text{ atom O}}$$

$$\times \frac{1 \text{ mol CO}_2}{6/02 \times 10^{23} \text{ molecule CO}_2}$$

$$\times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 2/2 \times 10^{-23} \text{ g CO}_2$$

۲ ۷۳۰

جرم مولی بنزن ( $C_6H_6$ ) و استون ( $CH_3COCH_3$ ) به ترتیب برابر با ۷۸ و ۵۸ گرم بر مول است. اگر شمار مول‌های استون را با  $a$  نشان دهیم، مطابق داده‌های سؤال، شمار مول‌های بنزن برابر خواهد بود:

$$\frac{\text{شمار اتم‌های C استون}}{\text{شمار اتم‌های C استون}} \times \frac{\text{شمار مول‌های استون}}{2/5} = \frac{\text{شمار مول‌های بنزن}}{\text{شمار اتم‌های C بنزن}}$$

$$= 2/5a \times \frac{3}{6} = 1/25a$$

در ادامه می‌توان نوشت:

$$1/25a(78) - a(58) = 15/8 \Rightarrow 39/5a = 15/8 \Rightarrow a = 0/4$$

$$\text{جرم استون} = 0/4 \times 58 = 23/2 \text{ g}$$

۲ ۷۱۸

هیدروژن دارای سه ایزوتوپ طبیعی ( $^1\text{H}$ ,  $^2\text{H}$ ,  $^3\text{H}$ ) است. با توجه به داده‌های سؤال، فراوانی این ایزوتوپ‌ها به ترتیب برابر ۹۵، ۴ و ۱ است.

$$F_1 + F_2 + F_3 = 100$$

$$F_1 - F_2 = 94 \Rightarrow F_1 = 95, F_2 = 4, F_3 = 1$$

$$F_1 = 23/75 F_2$$

$$\bar{M} = M_1 + \frac{F_1}{100}(M_2 - M_1) + \frac{F_2}{100}(M_3 - M_1)$$

$$\bar{M} = 1 + \frac{4}{100}(2-1) + \frac{1}{100}(3-1) = 1/06 \text{ amu}$$

۲ ۷۱۹

ابتدا جرم مولی میانگین  $I_2$  را به دست می‌آوریم:

$$? \text{ g I}_2 = 1 \text{ mol I}_2 \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ molecule I}_2}{1 \text{ mol I}_2}$$

$$\times \frac{2 \text{ atom I}}{1 \text{ molecule I}_2} \times \frac{50/96 \text{ g I}_2}{2/40 \times 8 \times 10^{23} \text{ atom}} = 254/8 \text{ g I}_2$$

بنابراین جرم اتمی میانگین  $I$  را می‌توان نصف این مقدار (برحسب amu) یعنی معادل  $127/4 \text{ amu}$  در نظر گرفت.

$$\bar{M} = M_1 + \frac{F_1}{100}(M_2 - M_1) \Rightarrow 127/4 = 127 + \frac{F_2}{100}(129 - 127)$$

$$\Rightarrow 0/4 = 0/02 F_2 \Rightarrow F_2 = 20 \Rightarrow F_1 = 100 - 20 = 80 \Rightarrow F_1 - F_2 = 60$$

۳ ۷۲۰

$$\bar{M} = M_1 + \left(\frac{F_1}{100}\right)(M_2 - M_1) + \left(\frac{F_2}{100}\right)(M_3 - M_1)$$

$$73/6 = 70/2 + \frac{F_1}{100}(72/1 - 70/2) + \frac{64}{100}(74/7 - 70/2)$$

$$3/4 = \frac{1/9 F_1 + 4/5(64)}{100} \Rightarrow 340 = 1/9 F_1 + 288 \Rightarrow F_1 = 27/4$$

$$F_1 = 100 - (27/4 + 64) = 8/6$$

۳ ۷۲۱

سنگین‌ترین ایزوتوپ پایدار هیدروژن،  $^3\text{H}$  و پایداریترین ایزوتوپ ساختگی هیدروژن،  $^5\text{H}$  است.

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{(2 \times 3) + (5 \times 1)}{3+1} = 2/75 \text{ amu}$$

۱ ۷۲۲

مطابق داده‌های سؤال،  $X$ ،  $A$  و  $D$  به ترتیب  $^2\text{H}$ ،  $^3\text{H}$  و  $^5\text{H}$  هستند.

$$\text{جرم اتمی میانگین} = \frac{(2 \times 4) + (3 \times 2) + (5 \times 4)}{4+2+4} = \frac{8+6+20}{10} = 3/4 \text{ amu}$$

۳ ۷۲۳

$$\bar{X} = 63 + \frac{6}{100}(65 - 63) = 64/2 \text{ amu}$$

$$\bar{Y} = 79 + \frac{55}{100}(81 - 79) = 80/1 \text{ amu}$$

$$XY_2: (64/2) + 2(80/1) = 224/4 \text{ amu}$$

۳ ۷۲۴

به جز عبارت نخست، سایر عبارات درست هستند.

از مواد پرتوزا در کشاورزی، صنایع نظامی و ... نیز استفاده می‌شود.

۴ ۷۲۵

جرم هر اتم  $^7\text{Li}$  به تقریب  $7 \text{ amu}$  است.

$$7 \text{ amu} \times \frac{1/66 \times 10^{-24} \text{ g}}{1 \text{ amu}} = 1/16 \times 10^{-23} \text{ g}$$

۴ ۷۳۹

فقط عبارت آخر درست است.

## بررسی عبارت‌های نادرست

- رنگ شعله فلز لیتیم و همه ترکیب‌های آن به رنگ سرخ است.
- رنگ نشر شده از شعله فلز مس، فقط باریکه بسیار کوتاهی از گستره طیف مرئی را در برمی‌گیرد.
- نور خورشید، سفید به نظر می‌رسد.

۱ ۷۴۰

رنگ سرخ ایجاد شده در یک شعله می‌تواند نشان‌دهنده وجود عنصر Li در آن باشد.

۲ ۷۴۱

## بررسی عبارت‌های نادرست

ب) با تعیین دقیق طول موج نوارهای رنگی ناحیه‌ی مرئی طیف نشری خطی هیدروژن، می‌توان تصویر دقیقی از انرژی لایه‌های الکترونی و در واقع آرایش الکترونی اتم یافت. ت) مدل اتمی بور فقط توانایی توجیه طیف نشری خطی هیدروژن را داشت و عمر زیادی نداشت.

۱ ۷۴۲

اگرچه مدل بور توانست با موفقیت طیف نشری خطی هیدروژن را توجیه کند، اما توانایی توجیه طیف نشری خطی دیگر عنصرها را نداشت.

۱ ۷۴۳

انرژی همانند ماده در نگاه میکروسکوپی، پیوسته اما در نگاه میکروسکوپی گسسته یا کوانتومی است.

۴ ۷۴۴

در طیف نشری خطی اتم هیدروژن در ناحیه مرئی، شمار خط‌های رنگی در فاصله ۴۰۰ تا ۵۰۰، ۵۰۰ تا ۶۰۰، ۶۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر به ترتیب برابر با ۳، ۰ و ۱ خط است.

۲ ۷۴۵

در طیف نشری خطی اتم هیدروژن در ناحیه مرئی، فاصله میان خطوط پرنرزی، کم‌تر است. یعنی کم‌ترین فاصله میان دو خط (نوار رنگی) متوالی میان  $n=2 \rightarrow n=6$  و  $n=2 \rightarrow n=5$  است.

۴ ۷۴۶

در اتم هیدروژن طول موج نور ناشی از بازگشت الکترون از لایه ۳ به ۲ در مقایسه با لایه ۴ به ۲، بزرگ‌تر است (حذف گزینه‌های ۱ و ۲)

از طرفی چون در طیف نشری خطی اتم هیدروژن، خطوط پرنرزی به هم نزدیک‌ترند، باید به دنبال گزینه‌ای باشیم که تفاوتی بیشتر از ۴۰ با ۴۸۶ نانومتر داشته باشد (حذف گزینه ۳)

۳ ۷۴۷

انتقال‌هایی که به لایه دوم انجام می‌شود، نور مرئی ایجاد می‌کند. در نتیجه انتقال به لایه‌های بالاتر از لایه دوم، پرتویی با انرژی کم‌تر از نور مرئی ایجاد می‌شود:

$$n=6 \rightarrow n=5$$

$$n=6 \rightarrow n=4$$

$$n=6 \rightarrow n=3$$

$$n=5 \rightarrow n=4$$

$$n=5 \rightarrow n=3$$

$$n=4 \rightarrow n=3$$

۳ ۷۴۸

$$X: n+1=6 \begin{cases} 6s \\ 4d \\ 5p \end{cases}$$

۱ ۷۳۱

شمار مول‌های  $CH_4$  و  $C_6H_{14}O_6$  در نمونه a را به ترتیب با x و y نشان می‌دهیم:

$$16x + 180y = 17$$

شمار مول‌های  $CH_4$  و  $C_7H_6O$  در نمونه b را به ترتیب با m و n نشان می‌دهیم:

$$16m + 46n = 14$$

از طرفی مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:

$$(4x + 12y) \times 10^{23} = 1/56 \times 10^{24} \Rightarrow 4x + 12y = 2/6$$

$$(m + 2n) \times 10^{23} = 4/2 \times 10^{23} \Rightarrow m + 2n = 0/7$$

از حل معادله‌های بالا، مقادیر x، y، m و n به ترتیب برابر  $0/5$ ،  $0/3$  و  $0/2$  به دست می‌آید.

$$\frac{a}{b} = \frac{0/5}{0/3} = 1/66$$

۱ ۷۳۲

$$? \text{ atom } ^{204}\text{Pb} = 1/57 \text{ g Pb} \times \frac{1 \text{ mol Pb}}{207/2 \text{ g Pb}} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ atom Pb}}{1 \text{ mol Pb}}$$

$$\times \frac{1/4 \text{ atom } ^{204}\text{Pb}}{100 \text{ atom Pb}} \approx 6/4 \times 10^{19} \text{ atom } ^{204}\text{Pb}$$

۴ ۷۳۳

شمار اتم‌های موجود در یک گرم منیزیم برابر است با:

$$? \text{ atom Mg} = 1 \text{ g Mg} \times \frac{1 \text{ mol Mg}}{24 \text{ g Mg}} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ atom Mg}}{1 \text{ mol Mg}}$$

$$\approx 2/50 \times 10^{22} \text{ atom Mg}$$

مطابق شکل داده شده ارتفاع کلی برابر است با:

$$2r = 2/5 \times 10^{22} \times 2 \times 160 \times 10^{-12} \text{ m}$$

$$\approx 8 \times 10^{12} \text{ m} \approx 8 \times 10^9 \text{ km}$$

۱ ۷۳۴

فرمول شیمیایی اتانول به صورت  $C_2H_5OH$  است.

$$? \text{ atom} = 1 \text{ drop} \times \frac{3 \text{ mL}}{60 \text{ drop}} \times \frac{0/92 \text{ g}}{1 \text{ mL}} \times \frac{1 \text{ mol}}{46 \text{ g}}$$

$$\times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ molecule}}{1 \text{ mol}} \times \frac{9 \text{ atom}}{1 \text{ molecule}} = 5/4 \times 10^{21} \text{ atom}$$

۳ ۷۳۵

• طول موج پرتوهای ایکس بین  $0/01$  تا  $1$  نانومتر است (حذف گزینه‌های ۲ و ۴)• طول موج پرتوهای فرابنفش کم‌تر از  $400$  نانومتر است (حذف گزینه ۱)

۴ ۷۳۶

از تکنسیم ( $^{99}_{43}\text{Tc}$ ) برای تصویربرداری غده تیروئید استفاده می‌شود.

۳ ۷۳۷

• به جدول زیر توجه کنید:

سرخ	زرد	سبز
لیتیم نیترات	سدیم نیترات	مس (II) نیترات
لیتیم کلرید	سدیم کلرید	مس (II) کلرید
لیتیم سولفات	سدیم سولفات	مس (II) سولفات
فلز لیتیم	فلز سدیم	فلز مس

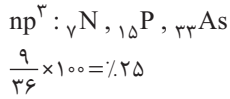
• از لامپ نئون در ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای ایجاد نوشته‌های نورانی سرخ‌فام استفاده می‌شود.

۱ ۷۳۸

به شکل ۱۷ کتاب درسی شیمی دهم (فصل ۱) مراجعه کنید.



آزمون پشتیبان دفترچه (۲)



۴ ۷۵۵

هر چهار عبارت پیشنهاد شده دربارهٔ عنصر M درست هستند. با توجه به داده‌های سؤال عدد اتمی و عدد جرمی عنصر M به ترتیب ۷۶ و ۱۹۰ است.

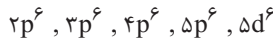
بررسی عبارت‌ها

عنصرهای بالای و هم‌گروه با M دارای اعداد اتمی ۲۶ و ۴۴ هستند.

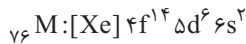
برای یون  $M^{2+}$  می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} n = 190 - 76 = 114 \\ e = 76 - 2 = 74 \end{cases} \Rightarrow n - e = 114 - 74 = 40$$

در آرایش الکترونی اتم M، ۵ زیرلایهٔ ۶ الکترونی وجود دارد:



آرایش الکترونی فشردهٔ اتم M به صورت زیر است:



۴ ۷۵۶

هر چهار عبارت پیشنهاد شده درست هستند.

بررسی عبارت‌ها

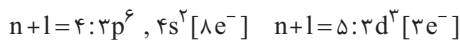
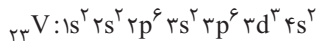
وانادیم کاتیون‌های  $V^{2+}$  و  $V^{3+}$  تشکیل داده و عدد اکسایش آن در ترکیبات، ۲، ۳، ۴ و ۵ است.

وانادیم جزو فلزهای دستهٔ d دورهٔ چهارم بوده و تنها عنصر با نماد تک‌حرفی در این مجموعه است.

یون  $V^{2+}(aq)$  بنفش است:

$${}_{23}V^{2+} \begin{cases} p = 23 \\ e = 23 - 2 = 21 \Rightarrow n - e = 28 - 21 = 7 \\ n = 51 - 23 = 28 \end{cases}$$

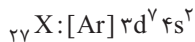
آرایش الکترونی اتم  $V$  به صورت زیر است:



$\frac{\Delta}{3} = 2/66$

۲ ۷۵۷

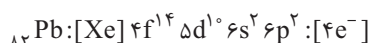
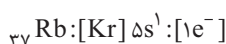
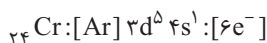
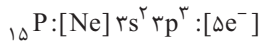
$${}_{59}X^{2+} \begin{cases} n - e = 7 \\ n + p = 59 \Rightarrow n = 32, e = 25, p = 27 \\ p - e = 2 \end{cases}$$



مجموع n و l الکترون‌های ظرفیت  $= 2(\underbrace{4+0}_{4s}) + 7(\underbrace{3+2}_{3d}) = 43$

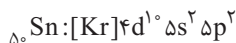
۲ ۷۵۸

آرایش الکترونی اتم هر چهار عنصر و شمار الکترون‌های ظرفیتی اتم آن‌ها در زیر آمده است:



۳ ۷۵۹

آرایش الکترونی اتم Sn به صورت زیر است:



اتم Sn دارای ۴ الکترون ظرفیتی است و در گروه ۱۴ جدول جای دارد.

با توجه به ترتیب پرشدن زیرلایه‌ها که به صورت  $6s \rightarrow 5p \rightarrow 4d$  می‌باشد، اتم X دارای ۱۰ الکترون در زیرلایهٔ ۴d و در نتیجه ۵ الکترون در زیرلایهٔ 5p است و آرایش الکترونی آن به  $5p^5$  ختم می‌شود. عدد اتمی X یک واحد کم‌تر از گاز نجیب دورهٔ پنجم ( $Xe$ ) بوده و برابر با ۵۳ است.

$$A: n+1 = \begin{cases} 5s \\ 3d \\ 4p \end{cases}$$

با توجه به ترتیب پر شدن زیر لایه‌ها که به صورت  $3d \rightarrow 4p \rightarrow 5s$  می‌باشد، اتم A دارای ۱۰ الکترون در زیرلایهٔ 3d، ۶ الکترون در زیرلایهٔ 4p و ۲ الکترون در زیرلایهٔ 5s بوده و آرایش الکترونی آن به  $5s^2$  ختم می‌شود. اگر A جزو عنصرهای دستهٔ s باشد، عدد اتمی آن برابر ۳۸ ولی اگر جزو عنصرهای دستهٔ d باشد، حداکثر عدد اتمی آن برابر با ۴۸ است.

$53 - 48 = 5$ : حداقل تفاوت عدد اتمی A و X

۴ ۷۴۹

حداکثر شمار زیرلایه‌ها در لایه‌ی الکترونی n ام برابر با n و حداکثر شمار الکترون‌های آن لایه برابر با  $2n^2$  است.

۲ ۷۵۰

در مدل کوانتومی اتم به هر نوع زیرلایه یک عدد کوانتومی نسبت می‌دهند. این عدد کوانتومی با نماد l نشان داده‌شده و عدد کوانتومی فرعی نامیده می‌شود. مقادیر مجاز و معین آن به صورت زیر است:

$l = 0, 1, \dots, n-1$

۲ ۷۵۱

عدد اتمی A و X به صورت زیر به دست می‌آید:

$49 - 5 = 44 = [18 - 13] - [\text{عدد اتمی گاز نجیب دوره ۵}] = \text{عدد اتمی A}$

$76 - 10 = 66 = [18 - 8] - [\text{عدد اتمی گاز نجیب دوره ۶}] = \text{عدد اتمی X}$

بنابراین تفاوت عدد اتمی آن‌ها برابر است با:

$76 - 49 = 27$

۳ ۷۵۲

بررسی گزینه‌ها

۱ این مجموعه شامل ۸ عنصر با عدد اتمی ۲۹ تا ۳۶ است. این مجموعه شامل ۱۰ عنصر  $Ca$ ،  $Ge$  و ۳۳ و ۸ عنصر دستهٔ d (همه به جز  $Cr$  و  $Cu$ ) است. ۳ این مجموعه شامل ۱۲ عنصر است؛ ۴ عنصر از دستهٔ p ( $As$  تا  $Kr$ ) و ۸ عنصر از دستهٔ d (همه به جز  $Sc$  و  $Ti$ ). ۴ این مجموعه شامل ۶ عنصر دستهٔ p است.

۱ ۷۵۳

$Al_4(SO_4)_3$  شمار اتم‌ها:  $\frac{1}{342g} \times \frac{17N_A \text{ atom}}{1 \text{ mol}} = 0.85N_A \text{ atom}$

بنابراین مطابق داده‌های سؤال، شمار اتم‌های موجود در نمونهٔ فلز M برابر است با:

$6 \times 0.85N_A = 5.1N_A \text{ atom}$

$M \times \frac{N_A \text{ atom}}{1 \text{ mol M}} \times \frac{45/9g M}{0.51N_A \text{ atom}} = 90g$

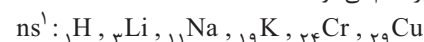
$90 \text{ amu} = \text{جرم اتمی M} \Rightarrow M = 90$

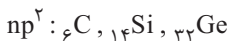
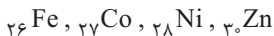
$\begin{cases} p+n=90 \\ n=1/25p \end{cases} \Rightarrow p=40, n=50$

بنابراین عدد اتمی فلز M برابر با ۴۰ بوده و با توجه به تفاوت عدد اتمی آن با گاز نجیب  $Kr$ ، فلز M متعلق به گروه چهارم جدول دوره‌ای است.

۲ ۷۵۴

در مجموع چهار دورهٔ نخست جدول تناوبی، ۳۶ عنصر وجود دارد که آرایش الکترونی اتم ۹ عنصر به زیرلایهٔ نیمه‌پر ختم می‌شود:



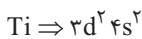
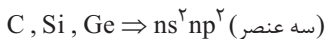
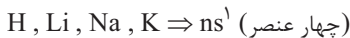


۳ ۷۶۸

- ۱۰ عنصر در جدول دوره‌ای وجود دارد که اتم آن‌ها دارای ۱۰ الکترون با  $l=2$  (زیرلایه  $3d^1$ ) است. این ۱۰ عنصر از  ${}_{29}\text{Cu}$  تا  ${}_{38}\text{Sr}$  را شامل می‌شود.
- ۱۲ عنصر در جدول دوره‌ای وجود دارد که آرایش الکترونی اتم آن‌ها به  $4s$  ختم می‌شود. این ۱۰ عنصر از  ${}_{19}\text{K}$  تا  ${}_{30}\text{Zn}$  را شامل می‌شود.

۲ ۷۶۹

- در مجموع چهار دوره نخست جدول دوره‌ای، ۳۶ عنصر وجود دارد.
- در لایه ظرفیت اتم تمامی عنصرها به جز عنصرهای زیر (۱۰ عنصر) فقط یک زیرلایه دوالکترونی وجود دارد:

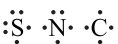


درصد مورد نظر برابر است:

$$\frac{(36-10)}{36} \times 100 \approx 72.22\%$$

۳ ۷۷۰

- با توجه به فرمول مولکولی اکسیدهای  $\text{CO}_2$ ،  $\text{NO}_2$  و  $\text{SO}_2$  سه آرایش الکترون - نقطه‌ای اول را می‌توان به عنصر X نسبت داد.



۲ ۷۷۱

عبارت‌های (ب) و (پ) نادرست هستند.

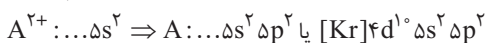
$${}_{89}\text{M}: \begin{cases} p+n=89 \\ n-e=n-p=11 \end{cases} \Rightarrow 2n=100 \Rightarrow n=50 \Rightarrow p=50-11=39$$

آرایش الکترونی اتم  ${}_{39}\text{M}$  به صورت زیر است:

اتم M با از دست دادن ۳ الکترون و تشکیل کاتیون  $\text{M}^{3+}$  به آرایش هشتایی می‌رسد.

بررسی عبارت‌ها

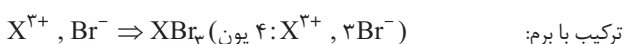
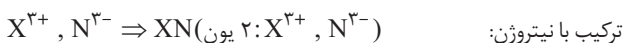
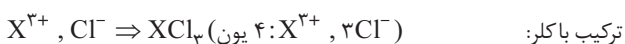
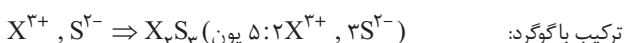
- فرمول اکسید اتم M به صورت  $\text{M}_p\text{O}_q$  و فرمول کلرید آن به صورت  $\text{MCl}_p$  است و به ترتیب ۵ و ۴ یون دارند. مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های سه زیرلایه  $3d$ ،  $4p$  و  $5s$  برابر ۵ است. از آن‌جا که این سه زیرلایه به ترتیب ۱، ۶ و ۲ الکترون دارند، مجموع الکترون‌های آن‌ها برابر ۱۸ الکترون است که کم‌تر از نصف الکترون‌های اتم M است:



عدد اتمی A برابر  $50 = 2+2+10+36$  است. تفاوت عدد اتمی M و A برابر ۱۱ است و بین آن‌ها ۱۰ عنصر دیگر در جدول وجود دارد. یون  $\text{M}^{3+}$  مانند  $\text{Br}^-$  دارای ۳۶ الکترون (۳۶ Kr) است.

۲ ۷۷۲

آرایش الکترونی اتم  ${}_{39}\text{X}$  به صورت  $[\text{Kr}]4d^1 5s^2$  است و کاتیون  $\text{X}^{3+}$  تولید می‌کند.



- شماره‌ی گروه عنصرهای دسته p با تعداد الکترون‌های ظرفیت آن‌ها برابر نیست.
- درواقع در عنصرهای دسته d، رقم یکان شماره گروه برابر با شمار الکترون‌های ظرفیتی است.

۲ ۷۶۰

در بین ۵۰ عنصری که در مجموعه مورد نظر قرار دارند، ۲۰ عنصر (از عدد اتمی ۲۷ تا ۳۰)، از عدد اتمی ۳۹ تا ۴۸ و از عدد اتمی (۷۱ تا ۷۶) جزو عنصرهای دسته d جدول دوره‌ای محسوب می‌شوند.

۳ ۷۶۱

عدد ۲۸ مجموع اعداد کوانتومی اصلی و فرعی الکترون‌های اتمی را نشان می‌دهد که آرایش الکترونی آن به  $3d^4 4s^2$  ختم می‌شود:

$$4(3+2) + 2(4+0) = 28$$

چنین آرایش الکترونی وجود ندارد و باید آرایش الکترونی  $3d^5 4s^1$  را به جای آن در نظر گرفت.

۱ ۷۶۲

عنصر  ${}_{26}\text{A}$  جزو دسته f و  ${}_{24}\text{X}$  جزو دسته d بوده و شماره گروه آن‌ها به ترتیب برابر ۳ و ۶ می‌باشد.

۴ ۷۶۳

بررسی سایر گزینه‌ها

- نخستین عنصری که در آرایش الکترونی اتم آن، ۷ زیرلایه به طور کامل از الکترون پر شده است، متعلق به دسته d است. نخستین عنصری که در آرایش الکترونی اتم آن، ۱۸ زیرلایه از الکترون اشغال شده است، متعلق به دسته d است.
- نخستین عنصری که در آرایش الکترونی اتم آن، ۶ زیرلایه از الکترون اشغال شده است، متعلق به دسته s است.

۳ ۷۶۴

عبارت‌های اول و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست

- پس از ساخت  $\text{Te}$ ، دانشمندان موفق شدند ۲۵ عنصر دیگر را بسازند.
- جرم اتمی میانگین کربن در جدول دوره‌ای برابر با  $12/01 \text{ amu}$  است.

۳ ۷۶۵

عبارت‌های اول و آخر درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست

- پروتون را با نماد  ${}^1_1\text{p}$  نشان می‌دهند.
- فراوانی منیزیم در سیاره زمین، بیشتر از فراوانی فلز آلومینیم است.

۳ ۷۶۶

نخستین عنصر گروه چهاردهم در دوره دوم جدول جای دارد که همان C است. برای پیدا کردن a کافیست مجموع اعداد اتمی گازهای نجیب دوره‌های دوم تا هفتم را محاسبه کرده و به تعداد گاز نجیب، چهار واحد کم کنیم:

$$a = 10 + 18 + 36 + 54 + 86 + 118 - 6(4) = 298$$

نخستین عنصر گروه چهارم در دوره چهارم جدول جای دارد که همان  ${}_{44}\text{Ti}$  است. برای پیدا کردن b کافیست مجموع اعداد اتمی گازهای نجیب دوره‌های چهارم تا هفتم را محاسبه کرده و به تعداد گاز نجیب، ۱۴ واحد کم کنیم:

$$b = 36 + 54 + 86 + 118 - 4(14) = 238$$

$$298 - 238 = 60$$

بنابراین تفاوت a و b برابر است با:

۲ ۷۶۷

در مجموع چهار دوره نخست جدول دوره‌ای آرایش الکترونی اتم ۱۵ عنصر به زیرلایه دوالکترونی ختم می‌شود:

