بخش اول: قانون کولن و نیروی الکتریکی وارد بر ذرات باردار

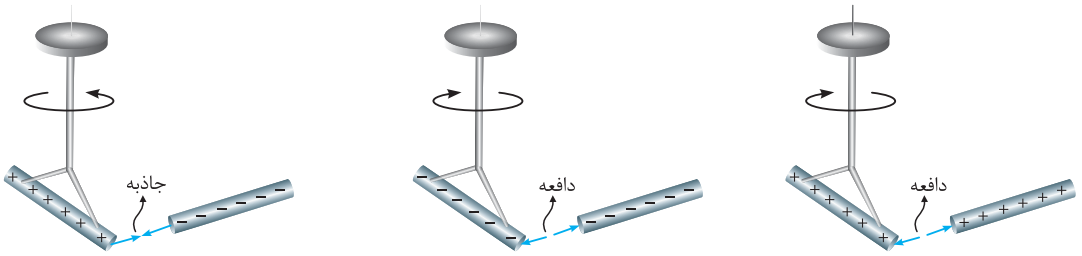
۱- آشنایی با مفهوم بار الکتریکی
۲- آشنایی اولیه با قانون کولن
۳- تماس کره‌های مشابه باردار به یک‌دیگر و تحلیل نیروی بین آن‌ها
۴- مروری بر خواص بردارها (پیش‌نیاز بسیار مهم در مسائل این فصل)
۵- بررسی قانون کولن برای بیش از دو ذرهٔ باردار
۶- صفر شدن نیروی الکتریکی وارد بر ذرات باردار

زیرشاخه‌های بخش اول A

1-A آشنایی با مفهوم بار الکتریکی

از آذرخش گرفته تا درخشش یک لامپ کوچیک، از آن‌چه اتم‌ها را به شکل مولکول به هم وصل میکنه تا پیام‌های عصبی تو دستگاه اعصاب و ...، باور کنید همگی منشأ الکتریکی دارن ... ما تو این فصل به مطالعهٔ بارها تو حالت سکون می‌پردازیم که به اون الکتریسیتهٔ ساکن میگن. اول کار هم می‌خوایم یه ذره کلیات در موردش یاد بگیریم ...

در کتاب علوم تجربی پایهٔ هشتم مشاهده کردید که وقتی دو جسم با یک‌دیگر مالش داده می‌شوند، معمولاً هر دوی آن‌ها دارای بار الکتریکی می‌شوند و به یک‌دیگر نیرو وارد می‌کنند.



تذکر ۱: از این تجربه‌ها نتیجه می‌گیریم که دو نوع بار الکتریکی وجود دارد. این دو نوع بار الکتریکی توسط دانشمند آمریکایی بنیامین فرانکلین، بار مثبت و بار منفی نام‌گذاری شد. او می‌توانست آن‌ها را هر چیز دیگری نیز بنامد، اما استفاده از علامت‌های جبری به جای نام‌های دیگر این مزیت را دارد که وقتی در یک جسم از این دو نوع بار به مقدار مساوی وجود داشته باشد، جمع جبری بارهای جسم صفر می‌شود که به معنی **خنثی بودن** آن جسم است.

تذکر ۲: نیروی بین بارهای الکتریکی در بین بارهای **همنام** از نوع **دافعه** و در حالت **ناهم‌نام** از نوع **جاذبه** است.

تذکر ۳: یکای بار الکتریکی در SI، کولن (C) می‌باشد. یک کولن مقدار بار بزرگی است و معمولاً از یکاهای فرعی نانوکولن (nC) و میکروکولن (μC) در محاسبات استفاده می‌شود.

بررسی بیشتر بار الکتریکی و اصل پایستگی بار الکتریکی

به‌طور کلی، وقتی دو جسم خنثی به یک‌دیگر مالش داده می‌شوند، تعدادی الکترون از یکی از آن‌ها به دیگری منتقل می‌شود. در طی انجام این کار جسمی که الکترون از دست می‌دهد، دارای بار الکتریکی **مثبت** و جسمی که الکترون اضافی دریافت می‌کند، دارای بار الکتریکی **منفی** می‌شود (نوع باری که دو جسم بر اثر مالش پیدا می‌کنند، به جنس آن‌ها بستگی دارد.). در رابطه با این موضوع، می‌توان به نکات مهم و کاربردی زیر اشاره کرد:

۱) افزایش تعداد الکترون‌ها در یک جسم، بار جسم را منفی کرده و کاهش تعداد الکترون‌ها بار آن را مثبت می‌کند.

۲) اگر به یک جسم خنثی n الکترون داده شود و اندازهٔ بار الکتریکی هر الکترون را e در نظر بگیریم (*باید برونید* $e=1/6\times10^{-19}C$ *هست*)، بار الکتریکی خالص جسم در حالت جدید برابر است با:

$$q=-ne \quad (n=0,1,2,...)$$

از سوی دیگر اگر n الکترون از جسمی گرفته شود، بار الکتریکی خالص جسم در حالت جدید برابر است با:

$$q=+ne$$

۳) با توجه به رابطهٔ $q=\pm ne$، بار الکتریکی هر جسم مضرب صحیحی از یک مقدار پایه است که آن مقدار پایه، اندازهٔ بار یک الکترون است.

$$q=\underbrace{\pm n}_{\text{مضرب صحیح}}\underbrace{e}_{\text{مقدار پایه}}$$

۴) این موضوع یعنی حاصل $\frac{q}{e}$ برای یک جسم، نمی‌تواند هر مقداری داشته باشد و حاصل آن باید حتماً یک عدد صحیح باشد. این موضوع اصطلاحاً یعنی بار الکتریکی **کوانتیده (یا دانه‌ای)** می‌باشد.

بررسی دقیق‌تر انتقال بار به روش مالش

در مورد بحث مالش دو جسم به یک‌دیگر و انتقال الکترون در بین آن‌ها، نکات زیر حائز اهمیت است:

۱ در تجربه‌هایی مانند مالش اجسام به یک‌دیگر، الکترون‌ها تولید نمی‌شوند و یا از بین نمی‌روند، بلکه صرفاً از جسمی به جسم دیگر منتقل می‌شوند.

۲ به‌دست آوردن یا از دست دادن الکترون دو جسم در تماس با یک‌دیگر را می‌توان براساس جدولی موسوم به **سری الکتریسیتهٔ مالشی** (سری تریبوالکتریک؛ Tribos در یونانی به معنای مالش است) مشخص کرد. در این جدول مواد پایین‌تر، الکترون‌خواهی بیشتری دارند؛ یعنی اگر دو ماده در این جدول در تماس با یک‌دیگر قرار گیرند، الکترون‌ها از مادهٔ بالاتر جدول به ماده‌ای که پایین‌تر قرار دارد، منتقل می‌شود. مثلاً اگر تفلون با نایلون مالش یابد، الکترون‌ها از نایلون به تفلون منتقل می‌شوند. کاربرد بیشتر این جدول را روی آن نشان داده‌ایم:

سری الکتریسیتهٔ مالشی

انتهای مثبت سری
موی انسان
شیشه
نایلون
پشم
موی گربه
سُرب
ابریشم
آلومینیم
پوست انسان
کاغذ
چوب
پارچهٔ کتان
کهربا
برنج، نقره
پلاستیک، پلی‌اتیلن
لاستیک
تفلون
انتهای منفی سری

اگر میلهٔ شیشه‌ای به پارچهٔ ابریشمی مالیده شود، میلهٔ شیشه‌ای بار مثبت پیدا کرده و پارچهٔ ابریشمی بار منفی پیدا می‌کند.

اگر میلهٔ پلاستیکی به پارچهٔ پشمی مالیده شود، میلهٔ پلاستیکی بار منفی پیدا می‌کند.

کتاب درسی تو پاورقیش به ما قول داده از سری تریبوالکتریک سؤالی که فرم حفظی داشته باشه، نده. توصیهٔ ما اینه که دو موردی که روی شکل نشون دادیم رو حتماً حفظ باشید ...

۳ در فرایند مالش به دو اصل بسیار مهم می‌رسیم، نخستین آن‌ها **اصل پایستگی بار** است که بیان می‌دارد: مجموع جبری همهٔ بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی (*یعنی با بیرون از فورش مبادلهٔ بار الکتریکی نداره و تنها هستش*) ثابت است، یعنی بار می‌تواند از جسمی به جسم دیگر منتقل شود، ولی هرگز امکان تولید یا نابودی یک بار خالص وجود ندارد. هیچ شاهد تجربی در نقض این اصل وجود ندارد و دومین اصل، کوانتیده بودن بار است.

۴ در یک اتم خنثی، تعداد الکترون‌ها برابر با تعداد پروتون‌های هسته است و بنابراین جمع جبری همهٔ بارها (بار خالص) دقیقاً برابر با صفر است.

$\overset{A}{Z}X \rightarrow$ Z عدد اتمی یا همان تعداد پروتون‌های هسته است.

۵ اگر در اثر یونیزاسیون، الکترون از اتم جدا کنیم، تعداد پروتون‌های هسته ثابت مانده ولی تعداد الکترون‌های آن کم می‌شود و دیگر بار خالص اتم صفر نیست.

تو ادامهٔ کار با حل چند تا تمرین توپ و قشنگ، روی این بحث مسلط‌تر میشیم ...

تمرین ۱: از یک قطعهٔ خنثی، چند الکترون گرفته شود تا بار الکتریکی آن به یک میلی‌کولن برسد؟ ($e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}\,C$)

۱) $۶/۲۵ \times ۱۰^{۱۳}$ ۲) $۶/۲۵ \times ۱۰^{۱۵}$ ۳) $۶/۲۵ \times ۱۰^{۱۶}$ ۴) $۶/۲۵ \times ۱۰^{۱۸}$

پاسخ: با توجه به رابطهٔ $q = \pm ne$، برای محاسبهٔ تعداد الکترون‌های گرفته شده از جسم برای رسیدن به بار $+1mC$ می‌توان نوشت:

$$q = +1mC = 10^{-3}\,C \;,\; e = 1/6 \times 10^{-19}\,C \;,\; n = ?$$

$$q = +ne \Rightarrow 10^{-3} = n \times 1/6 \times 10^{-19} \Rightarrow n = \frac{10^{-3}}{1/6 \times 10^{-19}} = 0/625 \times 10^{+16} = 6/25 \times 10^{15}$$ (گزینهٔ ۲)

تمرین ۲: جسم A در اثر مالش با جسم B دارای بار الکتریکی شده است. بار الکتریکی جسم B برحسب کولن کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟ (اندازهٔ بار الکتریکی یک الکترون برابر $1/6 \times 10^{-19}$ کولن است.)

۱) -2×10^{-19} ۲) 2×10^{19}

۳) -8×10^{-10} ۴) 8×10^{-10}

سری الکتریسیتهٔ مالشی
انتهای مثبت سری
A
B
انتهای منفی سری

پاسخ: در جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی داده‌شده، جسم A به سر مثبت سری نزدیک‌تر است، بنابراین در اثر مالش دو جسم A و B با یک‌دیگر، بار الکتریکی جسم A مثبت و بار الکتریکی جسم B منفی می‌شود، پس دو گزینهٔ (۲) و (۴) نادرست است. از طرفی با توجه به رابطهٔ $q = \pm ne$، بار الکتریکی یک جسم، مضرب صحیحی از بار پایه می‌باشد:

$$q = ne \Rightarrow n = \frac{q}{e}$$

حال به بررسی گزینه‌های (۱) و (۳) می‌پردازیم:

۳) $n = \frac{q}{e} = \frac{8 \times 10^{-10}}{1/6 \times 10^{-19}} = 5 \times 10^{9}$ ← ✓ عدد صحیح است.

۱) $n = \frac{q}{e} = \frac{2 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} = 1/25$ ← ✗ عدد صحیح نمی‌باشد.

بنابراین فقط در گزینهٔ (۳)، یک عدد صحیح به دست آمده و جواب سؤال می‌باشد.

تمرین ۳: عدد اتمی اورانیم $Z = 92$ است. بار الکتریکی هستهٔ اتم اورانیم چه‌قدر است؟ اتم اورانیم چه مقدار بار الکتریکی منفی در اثر حضور الکترون‌ها دارد؟ بار الکتریکی اتم اورانیم در حالت خنثی چه‌قدر است؟ (کتاب درسی)

پاسخ: در مورد این تمرین خوب، می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

۱- $Z = 92$ در هستهٔ اورانیم، یعنی تعداد ۹۲ پروتون در هسته موجود است و بار الکتریکی هستهٔ اتم اورانیم $Z = 92$ برابر است با:

$$q = +ne = +92 \times (1/6 \times 10^{-19}) = +147/2 \times 10^{-19} = +1/472 \times 10^{-17}\,C$$

۲- در حالت خنثی، تعداد الکترون‌های هسته و پروتون‌های هسته با هم برابر است و می‌توان گفت بار منفی ناشی از الکترون‌ها نیز برابر $-1/472 \times 10^{-17}\,C$ می‌باشد.

۳- در مجموع اتم اورانیم خنثی بوده و بار کلی آن صفر است.

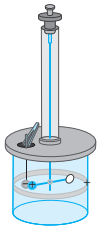
2-A آشنایی اولیه با قانون کولن

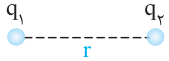
مشاهدات فیزیکی نشان می‌دهد که دو ذرهٔ باردار بر یک‌دیگر نیرو وارد می‌کنند، به گونه‌ای که اگر بار الکتریکی دو ذره هم‌نام (هر دو مثبت و یا هر دو منفی) باشد، آن‌ها یک‌دیگر را دفع کرده و اگر بار دو ذره ناهم‌نام (یکی مثبت و دیگری منفی) باشد، آن‌ها یک‌دیگر را جذب می‌کنند.

هالا سؤال اینه که نیروی الکتریکی بین دو جسم باردار به چه عواملی بستگی داره و اندازهٔ این نیروها رو از چه رابطه‌ای میشه حساب کرد؟ شارل آگوستین کولن، با قانون کولن جواب اینو داده ... دستش درد نکنه، بریم ببینیم چی میگه!!

قانون کولن

با توجه به این قانون، اندازهٔ نیروی الکتریکی (ربایشی یا رانشی) بین دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 که در فاصلهٔ r از یک‌دیگر قرار دارند، با **حاصل‌ضرب اندازهٔ بار دو ذره** نسبت **مستقیم** و با **مجذور فاصلهٔ آن‌ها** از هم نسبت **عکس** دارد و با کمک رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:





$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F \propto \frac{1}{r^2} & \text{(نیرو با مجذور فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی، رابطهٔ معکوس دارد.)} \\ F \propto |q_1||q_2| & \text{(نیرو رابطهٔ مستقیم با حاصل‌ضرب اندازهٔ دو بار الکتریکی دارد.)} \end{cases}$$

دقت کنید که در این رابطه برای محاسبهٔ مقدار F، علامت بارهای q_1 و q_2 را در نظر نمی‌گیریم و در واقع اندازه‌های این دو بار $|q_1|$ و $|q_2|$ را در رابطه وارد می‌کنیم.

نکات مهم و کاربردی:

۱) در این رابطه، k ثابت الکتروستاتیکی یا ثابت کولن نام دارد و یکای آن در سیستم SI عبارت است از:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow[\text{در یک طرف رابطه}]{\text{تنها کردن } k} k=\frac{Fr^2}{|q_1||q_2|}\equiv\frac{N.m^2}{C^2},\ k\simeq 9\times10^9\frac{N.m^2}{C^2}$$

۲) ارتباط بین ثابت کولن (k) و ثابت مهم دیگری به نام **ضریب گذردهی الکتریکی خلأ (ε_0)** به‌صورت مقابل است:

$$k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

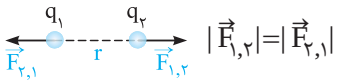
بنابراین یکای ε_0 معکوس یکای k بوده و معادل با $\frac{C^2}{N.m^2}$ است. بنابراین:

$$\varepsilon_0=8/85\times10^{-12}C^2/N.m^2$$

۳) اگر اندازهٔ بارهای q_1 و q_2 و یا فاصلهٔ r در مسائل تغییر کند، در مقایسهٔ اندازهٔ نیروی کولنی در دو حالت (بعد از تغییر و قبل از تغییر) می‌توان نوشت:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow\frac{F'}{F}=\frac{|q_1'||q_2'|}{|q_1||q_2|}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2$$

۴) همان‌طور که در سال‌های قبل مشاهده کردید، مطابق قانون سوم نیوتون، هر عملی را عکس‌العملی است مساوی و در خلاف جهت آن، بنابراین نیرویی که بار q_1 بر بار q_2 وارد می‌کند، با نیرویی که بار q_2 بر بار q_1 وارد می‌کند، هم‌اندازه، هم‌راستا و در خلاف جهت یک‌دیگر است.



$$|\vec{F}_{1,2}|=|\vec{F}_{2,1}|$$

از همین الان یاد بگیریم $\vec{F}_{1,2}$ یعنی نیرویی که ذرهٔ (۱) به (۲) وارد میکنه و برعکسش. هواستون باشه این نیروها از نوع بردار هستن و تو بردار هم اندازه مهمه و هم جهت. درسته $\vec{F}_{1,2}$ و $\vec{F}_{2,1}$ هم‌اندازه هستن ولی یه نگاه ساده بندازید میفهمید خلاف جهت همن ... درستش اینه که بگیم:

$$\vec{F}_{1,2}=-\vec{F}_{2,1}\ ,\ |\vec{F}_{1,2}|=|\vec{F}_{2,1}|\ \text{یا}\ F_{1,2}=F_{2,1}$$

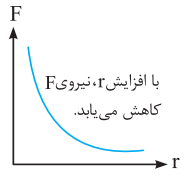
اگه نمیدونید، بدونید که اومدن قدرمطلق و یا برداشتن علامت بردار از بالای F، دوتا قراردادیه که تو فیزیک اندازهٔ بردار رو بهتون نشون میده ...

۵) با توجه به قانون دوم نیوتون $(F=ma)$ در علوم، اگر دو بار الکتریکی دو گلولهٔ کوچک در نظر گرفته شوند و فقط تحت اثر نیروی کولنی که به یک‌دیگر وارد می‌کنند، شتاب بگیرند، در مقایسهٔ شتاب آن‌ها می‌توان گفت:

$$F_{2,1}=F_{1,2}\Rightarrow m_1a_1=m_2a_2\Rightarrow\frac{a_1}{a_2}=\frac{m_2}{m_1}$$ *(یعنی شتاب با جرم گلوله‌ها رابطهٔ عکس داره!)*

۶) نمودار نیروی بین دو ذرهٔ باردار برحسب فاصلهٔ بین آن‌ها به‌صورت مقابل است:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow F\propto\frac{1}{r^2}$$



در ادامه با حل چند تمرین، بر روی نکات ارائه‌شده در این قسمت مسلط‌تر می‌شویم:

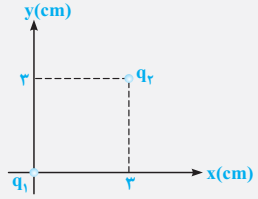
تمرین ۴: در هستهٔ اتم هلیم، دو پروتون به فاصلهٔ تقریبی $r=2\times10^{-15}m$ از هم قرار دارند. بزرگی نیرویی که پروتون‌ها بر هم وارد می‌کنند، برابر چند نیوتون است؟ $(k=9\times10^9N.m^2/C^2\ ,\ e=1/6\times10^{-19}C)$

پاسخ: با استفاده از قانون کولن، برای محاسبهٔ نیروی الکتریکی بین دو پروتون می‌توان نوشت:

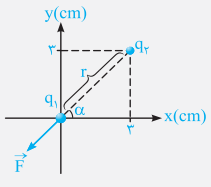
$$F=k\frac{|q_p||q_p|}{r^2}=(9\times10^9)\frac{(1/6\times10^{-19})\times(1/6\times10^{-19})}{(2\times10^{-15})^2}=57/6N$$

نیرویی که حساب کردیم از جنس دافعه هست و پروتونای تو هسته فیلی از هم بدشون میاد ... حالا تو سال بعد ایشالا یادتون میدیم کی میاد نمیذاره این پروتونا از هم جدا شن☺

تمرین ۵: در شکل مقابل، مقدار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 و شکل برداری آن در SI را به دست آورید.
$(q_1=q_2=2\mu C\ ,\ k=9\times10^9\ N.m^2/C^2)$



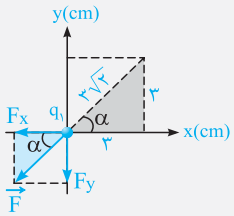
پاسخ: ابتدا با توجه به شکل، فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی و سپس بزرگی نیروی الکتریکی که بار q_2 بر q_1 وارد می‌کند را به‌دست می‌آوریم، توجه شود که چون دو بار هم‌علامت با یک‌دیگر هستند، یک‌دیگر را دفع می‌کنند (یکاها به SI باید تبدیل شود):

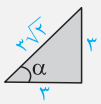


$$\text{با توجه به رابطهٔ فیثاغورث}\Rightarrow r=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}\ cm=3\sqrt{2}\times10^{-2}m$$

$$F=\frac{k|q_1||q_2|}{r^2}=\frac{9\times10^9\times2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{(3\sqrt{2}\times10^{-2})^2}=20N$$

در ادامه باید بتوانیم با یک عملیات ساده *(که در این فصل به شدت به اون نیازمندیم)*، مؤلفه‌های نیروی $\vec{F}$ را در راستای محورهای مختصات با کمک مثلث آبی و البته مقادیر $\sin\alpha$ و $\cos\alpha$ از روی مثلث خاکستری به‌دست آوریم:





(مثلث خاکستری)

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin\alpha = \dfrac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \dfrac{3}{3\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos\alpha = \dfrac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \dfrac{3}{3\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

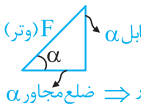
تحلیل مثلث آبی :

$$\begin{cases} \sin\alpha = \dfrac{|F_y|}{|\vec{F}|} \Rightarrow |F_y| = |\vec{F}|\sin\alpha \Rightarrow |F_y| = 20\times\dfrac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}\,N \\ \cos\alpha = \dfrac{|F_x|}{|\vec{F}|} \Rightarrow |F_x| = |\vec{F}|\cos\alpha \Rightarrow |F_x| = 20\times\dfrac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}\,N \end{cases}$$

از سوی دیگر باید توجه شود که چون هر دو مؤلفهٔ F_x و F_y در خلاف جهت محورهای x و y هستند، ضرایب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ هر دو منفی بوده و در نهایت داریم:

$$\vec{F} = -10\sqrt{2}\,\vec{i} - 10\sqrt{2}\,\vec{j}$$

اگه میخوای تو این‌جور سؤالا سه سوت جواب بدی، همش با فورت تکرار کن ضلع مقابل α میشه وتر در $\sin\alpha$، ضلع مجاورشم میشه وتر در $\cos\alpha$ ...



تمرین ۶: دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصلهٔ d یک‌دیگر را با نیروی F جذب می‌کنند. بارهای $-q_1$ و $+2q_2$ در فاصلهٔ $2d$ بر یک‌دیگر چه نیرویی وارد می‌کنند؟

۱) $\frac{1}{2}F$، جاذبه ۲) $2F$، جاذبه ۳) $2F$، دافعه ۴) $\frac{1}{2}F$، دافعه

پاسخ: با توجه به جذب شدن بارهای q_1 و q_2، در ابتدای کار می‌فهمیم که این دو بار ناهم‌نام هستند، با توجه به این موضوع بارهای $-q_1$ و $+2q_2$ لزوماً هم‌نام هستند و یک‌دیگر را دفع می‌کنند (چرا؟). از طرفی با توجه به رابطهٔ زیر داریم:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{\text{مقایسهٔ دو حالت}} \frac{F'}{F} = \frac{|q_2'||q_1'|}{|q_2||q_1|}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{|2q_2|\times|q_1|}{|q_2||q_1|}\times\left(\frac{d}{2d}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow F' = \frac{1}{2}F$$

(گزینهٔ ۴)

بررسی یک موضوع پرکاربرد

در تعداد زیادی از تست‌های کنکور و سؤالات امتحانات نهایی در این قسمت، تغییرات بار الکتریکی یا فاصله را برحسب درصد در صورت سؤال مطرح می‌کنند. برای حل این‌گونه سؤالات، کافیست عبارت درصدی را به‌صورت کسری بازنویسی کنید. به‌طور مثال اگر بار الکتریکی یک ذره ۲۵ درصد افزایش یافته باشد، می‌توان نوشت:

$$q' = q + \frac{25}{100}q = q + \frac{1}{4}q = \frac{5}{4}q$$

یا به عنوان مثال دیگر اگر فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی ۲۰ درصد کاهش یابد، می‌توان نوشت:

$$d' = d - \frac{20}{100}d = d - \frac{1}{5}d = \frac{4}{5}d$$

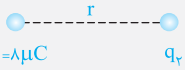
با حل تمرین بعد، موضوع مطرح‌شده را بهتر درک می‌کنید.

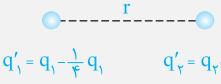
تمرین ۷: دو بار الکتریکی هم‌نام $q_1 = 8\mu C$ و q_2 در فاصلهٔ r، نیروی F را بر هم وارد می‌کنند. اگر ۲۵ درصد از بار q_1 را برداشته و به q_2 اضافه کنیم، بدون تغییر فاصلهٔ بارها از یک‌دیگر، نیروی متقابل بین آن‌ها ۵۰ درصد افزایش می‌یابد. مقدار اولیهٔ q_2 چند میکروکولن است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴ (سراسری ریاضی ۸۹)

پاسخ: کافیست دو شکل خوب، متناسب با شرایط مسئله رسم کنید. با توجه به این‌که هر دو بار مثبت هستند، با بررسی تغییرات بار (اضافه کردن ۲۵ درصد یا $\frac{1}{4}$ بار q_1 به q_2) در دو حالت داریم:

حالت اولیه :



حالت ثانویه: 

$$\Rightarrow \begin{cases} q'_۱ = q_۱ - \frac{۲۵}{۱۰۰}q_۱ = q_۱ - \frac{۱}{۴}q_۱ = \frac{۳}{۴}q_۱ = \frac{۳}{۴}\times ۸ = ۶\,\mu C \\ q'_۲ = q_۲ + (\frac{۱}{۴}\times ۸) = q_۲ + ۲ \end{cases}$$

$$\begin{cases} (۱): F = \frac{k|q_۱||q_۲|}{r^۲} = \frac{k(۸q_۲)}{r^۲} \\ (۲): F' = \frac{k|q'_۱||q'_۲|}{r'^۲} = \frac{k\times ۶\times(q_۲+۲)}{r^۲} = \frac{k(۶q_۲+۱۲)}{r^۲} \end{cases}$$

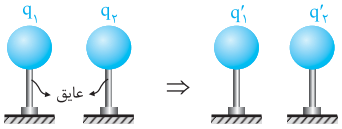
حال با توجه به این‌که نیرو در حالت ثانویه ۵۰ درصد افزایش پیدا کرده است، می‌توان نوشت:

$$F' = F + \frac{۵۰}{۱۰۰}F = \frac{۱۵۰}{۱۰۰}F = \frac{۳}{۲}F \Rightarrow \frac{k(۶q_۲+۱۲)}{r^۲} = \frac{۳}{۲}\frac{k(۸q_۲)}{r^۲} \Rightarrow ۶q_۲+۱۲ = \frac{۳}{۲}\times ۸q_۲ = ۱۲q_۲ \Rightarrow ۶q_۲ = ۱۲ \Rightarrow q_۲ = ۲\,\mu C$$ (گزینهٔ ۲)

3-A تماس کره‌های مشابه باردار به یک‌دیگر و تحلیل نیروی بین آن‌ها

یه مدل خیلی معروف از سؤالای قانون کولن، مربوط به وقتی میشه که چند تا کره رو به هم میزنن و نیروی بینشون رو بررسی میکنن. خیلی سؤالای باحالیه. بریم ببینیم چه‌جوری حلشون کنیم ...

برای شروع بحث، دو کرهٔ رسانای کوچک و مشابه با قطر یکسان که دارای بارهای $q_۱$ و $q_۲$ می‌باشند را در نظر بگیرید.



می‌توان نشان داد که اگر این دو کره را به یک‌دیگر متصل کرده و سپس از هم جدا کنیم، پس از جدا کردن، بار هر دو کره با یک‌دیگر یکسان و برابر $\frac{q_۱+q_۲}{۲}$ می‌شود (البته با این فرض که تبادل بار الکتریکی فقط بین دو کره انجام می‌شود).

$$q'_۱ = q'_۲ = \frac{q_۱+q_۲}{۲}$$

تذکر: به عنوان یک موضوع جالب توجه کنید که اگر بار کره‌ها قبل از تماس به یک‌دیگر q و $-q$ باشد، بعد از تماس آن‌ها به هم، بار هر یک برابر صفر خواهد شد.

$$q'_۱ = q'_۲ = \frac{q_۱+q_۲}{۲} = \frac{q+(-q)}{۲} = ۰$$

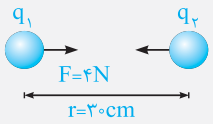
در ادامه با حل یک مثال خوب، این موضوع را بهتر یاد می‌گیریم.

تمرین ۸: دو گلولهٔ فلزی کوچک و مشابه که دارای بار الکتریکی می‌باشند، در فاصلهٔ ۳۰ سانتی‌متری، نیروی جاذبهٔ ۴ نیوتون بر یک‌دیگر وارد می‌کنند. اگر این دو گلوله را به هم تماس دهیم، بار الکتریکی هر کدام $+۳\,\mu C$ خواهد شد. بار اولیهٔ گلوله‌ها برحسب میکروکولن کدام است؟ $(k = ۹\times ۱۰^۹\ N.m^۲/C^۲)$ (سراسری ریاضی ۹۴)

۱) ۱۲ و ۶−　　۲) ۱۰ و ۴−

۳) ۹ و ۳−　　۴) ۸ و ۲−

پاسخ: در شروع حل باید دقت شود که دو کره در ابتدا یک‌دیگر را جذب می‌کنند و این یعنی بارهای آن‌ها ناهم‌نام بوده‌اند. در ادامه با توجه به اطلاعات سؤال، حاصل‌ضرب $|q_۱q_۲|$ برابر است با:



$$F = \frac{k|q_۱||q_۲|}{r^۲} \Rightarrow ۴ = \frac{۹\times ۱۰^۹|q_۱||q_۲|}{(۳۰\times ۱۰^{-۲})^۲} \Rightarrow |q_۱q_۲| = ۴\times ۱۰^{-۱۱}C^۲ = ۴۰\,(\mu C)^۲ \quad (۱)$$

در $۱۰^{۱۲}$ ضرب کرده‌ایم.

برای تبدیل $C^۲$ به $(\mu C)^۲$، کافیه که به $۱۰^{-۱۲}$ ناقابل ضرب کنی $(۱۰^{-۶})^۲$ ...

از طرفی پس از تماس دو کره، به‌دلیل مشابه بودن کره‌ها، بار هریک از آن‌ها برابر $\frac{q_۱+q_۲}{۲}$ می‌شود که برابر $+۳\,\mu C$ است.

$$\text{بار هر کره پس از تماس} = \frac{q_۱+q_۲}{۲} = +۳\,\mu C \Rightarrow q_۱+q_۲ = +۶\,\mu C \quad (۲)$$

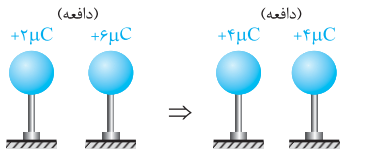
در بین گزینه‌ها، تنها گزینهٔ (۲) در هر دو معادله‌های (۱) و (۲) صدق می‌کند.

دقت: نیازی نبود معادلهٔ (۲) را به‌دست آوریم، از روی معادلهٔ (۱) به تنهایی نیز می‌توان گزینهٔ صحیح را انتخاب کرد.

بررسی نوع نیروی جاذبه یا دافعهٔ بین دو کره قبل و بعد از تماس به یک‌دیگر

در ادامهٔ بحث انجام‌شده، فرض کنید که دو کرهٔ کوچک مشابه با بارهای q_1 و q_2 را که در فاصلهٔ r از یک‌دیگر قرار دارند، به یک‌دیگر متصل کرده و پس از تبادل بار الکتریکی، مجدداً در همان فاصلهٔ r قرار داده‌ایم. حال می‌خواهیم به بررسی نیروی بین این دو کره پس از تماس بپردازیم که در مورد آن می‌توان به حالت‌های زیر اشاره کرد:

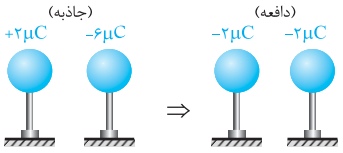
حالت اول: اگر بار دو کره هم‌نام و غیر هم‌اندازه باشد، نیروی بین کره‌ها قبل و بعد از تماس دافعه بوده و اندازهٔ نیروی بین دو کره بعد از تماس به یک‌دیگر بیشتر می‌شود. این موضوع را با یک مثال عددی ساده نشان داده‌ایم:



$$q'_1 = q'_2 = \frac{۲+۶}{۲} = ۴\,\mu C$$

$$F \propto |q_1||q_2| \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{۴\times۴}{۲\times۶} = \frac{۱۶}{۱۲} > ۱ \Rightarrow F_2 > F_1$$

حالت دوم: اگر بار دو کره ناهم‌نام و غیر هم‌اندازه باشد، نیروی بین دو کره قبل از تماس جاذبه و بعد از تماس دافعه است. به عنوان مثال، به شکل مقابل توجه کنید:



$$q'_1 = q'_2 = \frac{۲+(-۶)}{۲} = -۲\,\mu C$$

$$F \propto |q_1||q_2| \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{۲\times۲}{۲\times۶} = \frac{۴}{۱۲} < ۱ \Rightarrow F_2 < F_1$$

دقت کنید اگر بار اولیهٔ کره‌ها $-۱\mu C$ و $+۱۱\mu C$ بود، اندازهٔ نیروی بین کره‌ها پس از تماس، افزایش می‌یافت (چرا؟). بنابراین در این حالت نمی‌توان اندازهٔ نیروی بین کره‌ها را در حالت کلی قبل و پس از تماس، مقایسه کرد.

حالت سوم: اگر بار دو کره ناهم‌نام و هم‌اندازه باشد، بار هر یک از کره‌ها و نیروی بین دو کره بعد از تماس دادن آن‌ها به یک‌دیگر صفر می‌شود، بنابراین اندازهٔ نیروی بین دو کره کاهش می‌یابد.

حالت چهارم: اگر بار دو کرهٔ مشابه، کاملاً یکسان باشد (هم‌اندازه و هم‌علامت)، بار دو کره، قبل و بعد از تماس به یک‌دیگر یکسان بوده و در نتیجه نیروی بین دو کره تغییر نمی‌کند (خودتان این موضوع را بررسی کنید).

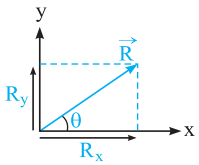
نکته: اگر به جای دو کرهٔ مشابه، چند کرهٔ رسانای کاملاً مشابه را به یک‌دیگر متصل کنیم، بار تمامی آن‌ها بعد از تماس به یک‌دیگر با هم یکسان شده و برابر می‌شود با:

به‌طور مثال برای سه کره : $q'_1 = q'_2 = q'_3 = \frac{q_1+q_2+q_3}{۳}$

4-A مروری بر خواص بردارها (پیش‌نیاز بسیار مهم در مسائل این فصل)

این فصل خیلی نیاز به برایندگیری بردارها تو حالت‌های هم‌راستا و عمود بر هم داره ... تو ادامه یه مرور سریع روی این موضوع داشته باشیم ...

همان‌طور که در ابتدای کار نشان دادیم، هر بردار دارای دو مؤلفهٔ افقی و قائم می‌باشد و می‌توان آن را به‌صورت بردارهای یکه به‌صورت زیر نشان داد:



$$\vec{R} = R_x\,\vec{i} + R_y\,\vec{j}$$

$$\begin{cases} \text{مؤلفهٔ افقی}: R_x = R\cos\theta \\ \text{مؤلفهٔ عمودی}: R_y = R\sin\theta \end{cases}$$

تو ذهنت بگو، وتر در کسینوس میشه مجاور، وتر در سینوس میشه مقابل ... هی تکرار کن، باشه!!

تذکر: برعکس موضوع انجام‌شده، با داشتن مؤلفه‌های افقی و عمودی یک بردار نیز به‌سادگی می‌توان اندازهٔ آن بردار و زاویهٔ آن را با افق یافت. به‌طور مثال در شکل فوق داریم:

$$\begin{cases} \vec{R}\text{ اندازهٔ بردار}: R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} \\ \theta\text{ محاسبهٔ زاویهٔ}: \tan\theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{R_y}{R_x} \end{cases}$$

جمع بردارها با کمک بردارهای یکه

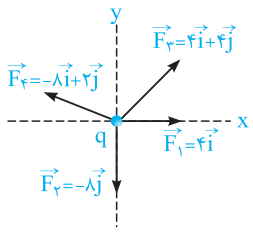
جمع دو بردار $\vec{A} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j}$ و $\vec{B} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j}$ به‌صورت مقابل است:

$$\vec{A} + \vec{B} = (a_1 + b_1)\vec{i} + (a_2 + b_2)\vec{j}$$

در این حالت، پس از رسم بردار $\vec{A} + \vec{B}$، به سادگی می‌توان زاویهٔ آن با افق را نیز پیدا کرد:

$$\tan\theta = \frac{\text{ضریب } \vec{j}}{\text{ضریب } \vec{i}}$$

برای درک بهتر، فرض کنید بر ذرهٔ الکتریکی مقابل نیروهای نشان داده شده وارد شده است. برایند نیروهای وارد بر این ذرهٔ باردار برابر است با:



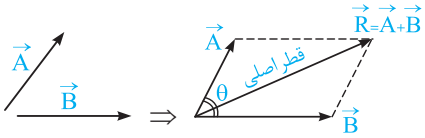
$$\vec{F}_T=\vec{F}_۱+\vec{F}_۲+\vec{F}_۳+\vec{F}_۴=(۴\vec{i}+۰\vec{j})+(۰\vec{i}-۸\vec{j})+(۴\vec{i}+۴\vec{j})+(-۸\vec{i}+۲\vec{j})$$

$$F_T=\underbrace{(۴+۰+۴+(-۸))}_{\text{مجموع ضرایب در راستای افق}}\vec{i}+\underbrace{(۰+(-۸)+۴+۲)}_{\text{مجموع ضرایب در راستای قائم}}\vec{j}=۰\vec{i}-۲\vec{j}$$

این موضوع یعنی بردار برایند اولاً مؤلفهٔ افقی نداره و ثانیاً مؤلفهٔ قائمش در خلاف جهت y میشه، چون منفیه ...

برایند دو بردار به روش متوازی‌الاضلاع

دو بردار $\vec{A}$ و $\vec{B}$ را مطابق شکل مقابل درنظر بگیرید:



برای به‌دست آوردن برایند **دو بردار** *(بیشتر از دو تا نه)* می‌توان به گونه‌ای دیگر نیز عمل کرد. در این روش که به **روش متوازی‌الاضلاع** معروف است، دو بردار را به‌گونه‌ای رسم می‌کنیم که ابتدای آن‌ها از یک نقطه باشند، سپس متوازی‌الاضلاعی رسم می‌کنیم که دو ضلع آن بردارهای $\vec{A}$ و $\vec{B}$ باشد. در این حالت، قطری از متوازی‌الاضلاع که از نقطهٔ شروع دو بردار آغاز می‌شود، معادل برایند دو بردار می‌باشد (منظور قطر اصلی است).

دقت: در کتاب درسی برایندگیری برای نیروهای در یک راستا و یا نیروهای عمود بر هم مدنظر می‌باشد. دو حالت زیر برای تکمیل اطلاعات دانش‌آموزان علاقه‌مند آورده شده است و مدنظر کتاب درسی نمی‌باشد.

۱) اگر زاویهٔ بین دو بردار برابر θ باشد، اندازهٔ برایند آن‌ها برابر است با:

$$|\vec{R}|=\sqrt{A^۲+B^۲+۲AB\cos\theta}$$

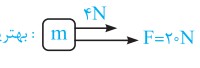
۲) اگر اندازهٔ دو بردار با هم برابر باشد، اندازهٔ بردار برایند از رابطهٔ ساده شدهٔ روبه‌رو به‌دست می‌آید:

$$|\vec{R}|=۲A\cos\left(\frac{\theta}{۲}\right)$$

نکات بسیار کاربردی در برایندگیری دو بردار

به‌طور کلی زمانی‌که دو بردار هم‌جهت باشند $(\theta=۰)$، اندازهٔ برایند آن‌ها حداکثر است و از جمع اندازه‌های دو بردار به‌دست می‌آید و زمانی‌که مختلف‌الجهت باشند $(\theta=۱۸۰^\circ)$ اندازهٔ برایند آن‌ها حداقل است و از تفاضل اندازه‌های دو بردار به‌دست می‌آید.

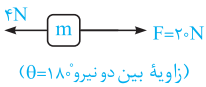
مثال‌هایی برای درک بهتر:

بهترین روش برای انتقال جسم: 

$\equiv$

(بیشترین برایند دو نیروی ۴N و ۲۰N)

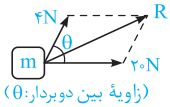
(زاویهٔ بین دو نیرو $\theta=۰$)

بدترین روش برای انتقال جسم: 

$\equiv$

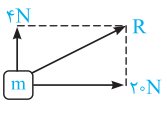
(کم‌ترین برایند دو نیروی ۴N و ۲۰N)

(زاویهٔ بین دو نیرو $\theta=۱۸۰^\circ$)

حالت بینابین: 

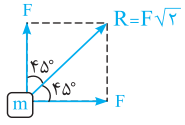
$\equiv$ $۱۶N<R<۲۴N$

(زاویهٔ بین دوبردار: θ)



$\equiv$ $R=\sqrt{۲۰^۲+۴^۲}$ (برایند برابر قطر مستطیل است.)

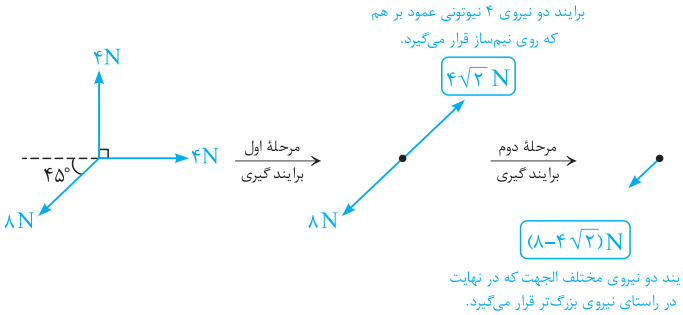
(دو بردار عمود برهم)



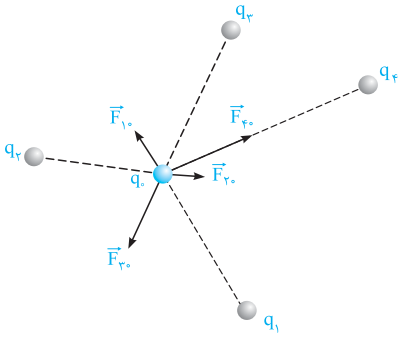
(دو بردار عمود برهم و هم‌اندازه)

۵ تا حالت خاص مطرح شده، تو کل این کتاب خیلی کاربرد داره ... خیلی خوب اینا رو درک کنید تا بتونید ازش تو تستا استفاده کنید.

به عنوان مثال در شکل زیر با کمک ایده‌های مطرح شده، برایند نیروها را یافته‌ایم:



5-A بررسی قانون کولن برای بیش از دو ذرهٔ باردار



تا این‌جای کار قانون کولن را برای دو ذرهٔ باردار یاد گرفتیم، حالا سؤال اینه که اگه ذره‌ها چندتا باشه چی؟! ... برای جواب دادن به این موضوع باید حسابی برایندگیری بلد باشید ...

در حالت کلی اگر تعدادی ذرهٔ باردار در یک ناحیه از فضا قرار داشته باشند، نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره، برایند نیروهایی است که هریک از ذره‌های دیگر در غیاب سایر ذره‌ها، بر آن ذره وارد می‌کند (این موضوع، اصل برهم‌نهی نیروهای الکتروستاتیکی نام دارد).

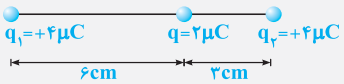
به عبارت دیگر، وقتی چند ذرهٔ باردار را در یک راستا و یا در یک صفحه قرار داده و از ما می‌خواهند برایند نیروهای وارد بر یکی از ذرات را محاسبه کنیم، برای رسیدن به این منظور گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: نیروهای وارد بر آن ذره از طرف ذره‌های باردار دیگر را رسم کرده و اندازهٔ هر یک از این نیروها را با کمک رابطهٔ $F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$ محاسبه می‌کنیم. یادآوری می‌شود که بارهای هم‌نام، یک‌دیگر را دفع کرده و بارهای ناهم‌نام، یک‌دیگر را جذب می‌کنند.

گام دوم: برایند بردارهای رسم شده را با کمک خواص بردارها محاسبه می‌کنیم.

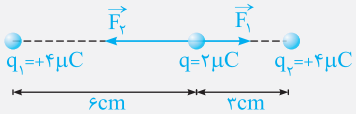
در ادامه با حل چندین سؤال متنوع، بر روی این سبک از سؤالات که همواره پای ثابت سؤالات کنکور و امتحانی می‌باشد، مسلط خواهیم شد.

تمرین ۹: در شکل روبه‌رو، برایند نیروهای وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای $q = ۲\mu C$ برابر ..... نیوتون و به سمت ..... است. $(\frac{۱}{۴\pi\varepsilon_۰} = ۹\times۱۰^۹ SI)$



۱) ۱۰۰، چپ ۲) ۱۰۰، راست ۳) ۶۰، چپ ۴) ۶۰، راست

پاسخ: ابتدا جهت نیروهایی را که هر یک از دو ذرهٔ باردار q_1 و q_2 بر بار q وارد می‌کنند *(برحسب هم‌نام یا ناهم‌نام بودنشان)* به‌دست می‌آوریم:



$$\Rightarrow \begin{cases} (\vec{F}_1) \text{ بار } q \text{ را دفع می‌کند} \Rightarrow q_1 \text{ به سمت راست است.} \Rightarrow \vec{F}_1 \\ (\vec{F}_2) \text{ بار } q \text{ را دفع می‌کند} \Rightarrow q_2 \text{ به سمت چپ است.} \Rightarrow \vec{F}_2 \end{cases}$$

در ادامه مقدار $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ را با کمک قانون کولن به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} (\text{دافعه}): F_1 = \frac{k|q||q_1|}{r^2} = \frac{۹\times۱۰^۹ \times ۲\times۱۰^{-۶} \times ۴\times۱۰^{-۶}}{(۶\times۱۰^{-۲})^۲} = ۲۰N \\ (\text{دافعه}): F_2 = \frac{k|q||q_2|}{r^2} = \frac{۹\times۱۰^۹ \times ۲\times۱۰^{-۶} \times ۴\times۱۰^{-۶}}{(۳\times۱۰^{-۲})^۲} = ۸۰N \end{cases}$$

در نهایت با برایندگیری از نیروهای در خلاف جهت F_1 و F_2، به سادگی نیروی برایند به‌دست می‌آید (نیروها اثر هم‌دیگر را تضعیف می‌کنند):

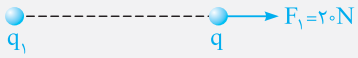
$$F_T = F_2 - F_1 = ۸۰ - ۲۰ = ۶۰N$$

با توجه به بزرگ‌تر بودن نیروی F_2، جهت نیروی برایند نیز به سمت چپ می‌باشد و گزینهٔ (۳) صحیح است. دقت شود که این موضوع یعنی نیروی وارد بر این ذره برابر $-۶۰\vec{i}$ است.

تمرین ۱۰: در سؤال قبل، اگر بار الکتریکی q_2 حذف شود، برایند نیروهای وارد بر بار الکتریکی نقطه‌ای q برابر ..... نیوتون شده و تغییر جهت .....

۱) ۸۰، نمی‌دهد ۲) ۲۰، می‌دهد ۳) ۱۰۰، می‌دهد ۴) ۲۰، نمی‌دهد

پاسخ: در سؤال قبل، با حذف بار الکتریکی q_2، تنها نیرویی که بر بار q وارد می‌شود، ناشی از نیروی دافعهٔ بار q_1 بر آن می‌باشد. با توجه به پاسخ سؤال قبل، این نیرو برابر $F_1 = 20N$ و به سمت راست می‌باشد.

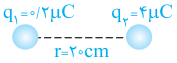


بنابراین برایند نیروهای وارد بر بار q برابر $20N$ شده و نسبت به حالت قبل تغییر جهت می‌دهد (به سمت راست می‌شود) و گزینهٔ (۲) صحیح است.

بررسی دو نکتهٔ مهارتی

فیلی از بچه‌ها هی میپرسن رمز موفقیت تو سریع‌تر شدن حل سؤالای قانون کولن چیه؟ دوتاشو همین الان میگیم ...

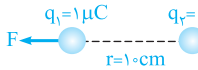
۱) در محاسبات رابطهٔ $F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$، ترجیحاً اعداد به‌صورت ممیزدار نوشته نشود، زیرا این موضوع کمی ساده کردن اعداد را سخت می‌کند.



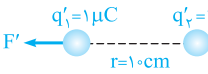
$$F = 9\times10^9 \times \frac{(2\times10^{-7})(4\times10^{-6})}{(2\times10^{-1})^2}$$ شکل مناسب

$$F = 9\times10^9 \times \frac{(0/2\times10^{-6})(4\times10^{-6})}{(0/2)^2}$$ شکل نامناسب

۲) در محاسبات کمی باهوش عمل کنیم. به‌طور مثال اگر در دو حالت زیر، نیرو در حالت (۱) را برابر ۰/۹ نیوتون به‌دست می‌آوریم، در حالت دوم تنها یکی از بارها دو برابر شده است و نیرو دو برابر حالت اول است، یعنی ۱/۸ نیوتون و نیازی به انجام محاسبات جدید نیست.

حالت اول : 

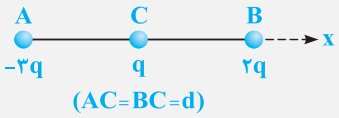
$F = 9\times10^9 \frac{(1\times10^{-6})(1\times10^{-6})}{(1\times10^{-1})^2} = 0/9N$

حالت دوم : 

$F' = 2F = 1/8N$

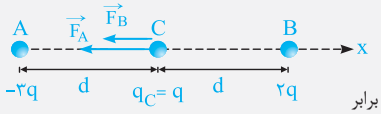
حالا بریم از این دوتا نکتهٔ مهارتیمون کلی استفاده کنیم ...

تمرین ۱۱: فرض کنید دو بار q در فاصلهٔ d، بر یک‌دیگر نیروی $10N$ را وارد می‌کنند. در شکل مقابل، بردار نیروی خالص وارد بر بار q کدام است؟



۱) $+50\vec{i}$ ۲) $-50\vec{i}$
۳) $+40\vec{i}$ ۴) $-40\vec{i}$

پاسخ: فرض می‌کنیم اندازهٔ نیرویی که دو بار q در فاصلهٔ d بر یک‌دیگر وارد می‌کنند، برابر F باشد، در این صورت چون دو بار q و $-3q$ ناهم‌نام هستند، نیروی بین آن‌ها جاذبه بوده و برابر است با:



$$\text{نیروی بین A و C (جاذبه)} : (\text{برابر ۳})F = \frac{k|q_A||q|}{d^2} \Rightarrow F_A = 3F \xrightarrow{F=10N} F_A = 30N \Rightarrow \vec{F}_A = -30\vec{i}$$

از سوی دیگر نیروی بین دو بار هم‌نام q و $2q$ دافعه بوده و برابر است با:

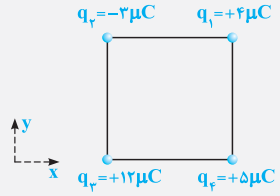
$$\text{نیروی بین B و C (دافعه)} : (\text{برابر ۲})F = \frac{k|q_B|q}{d^2} \Rightarrow F_B = 2F \xrightarrow{F=10N} F_B = 20N \Rightarrow \vec{F}_B = -20\vec{i}$$

در نهایت با برایندگیری از نیروهای هم‌جهت به‌دست آمده، داریم:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_A + \vec{F}_B \Rightarrow \vec{F}_T = -50\vec{i}$$ (گزینهٔ ۲)

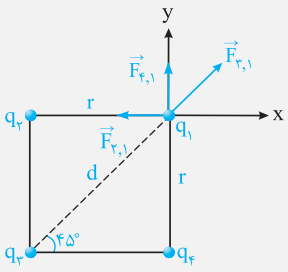
تمرین بعدی یه کم سنگین‌تر از کتاب درسیه، ولی تو امتحانا و کنکورای سخت سر و کلش پیدا میشه ...

تمرین ۱۲: مطابق شکل، چهار بار الکتریکی در رأس‌های مربعی به ضلع $6cm$ قرار دارند. بردار نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار الکتریکی q_1 در SI کدام است؟ $(k = 9\times10^9\ N.m^2/C^2 ,\ \sqrt{2} \simeq 1/4)$



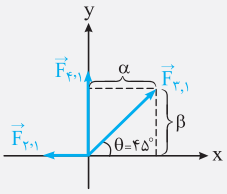
۱) $-12\vec{i} + 92\vec{j}$ ۲) $12\vec{i} + 92\vec{j}$
۳) $-42\vec{i} + 60\vec{j}$ ۴) $42\vec{i} + 60\vec{j}$

پاسخ: برای شروع حل، مطابق شکل نیروهای وارد بر بار q_1 را رسم کرده و اندازهٔ هر یک را به‌دست می‌آوریم:



$$\begin{cases} F_{2,1}=\dfrac{k|q_1||q_2|}{r^2}=\dfrac{9\times10^9\times(4\times10^{-6})\times(3\times10^{-6})}{(6\times10^{-2})^2}=30\,N \\ F_{3,1}=\dfrac{k|q_1||q_3|}{d^2}=\dfrac{9\times10^9\times(4\times10^{-6})\times(12\times10^{-6})}{(6\sqrt{2}\times10^{-2})^2}=60\,N \\ F_{4,1}=\dfrac{k|q_1||q_4|}{r^2}=\dfrac{9\times10^9\times(4\times10^{-6})\times(5\times10^{-6})}{(6\times10^{-2})^2}=50\,N \end{cases}$$

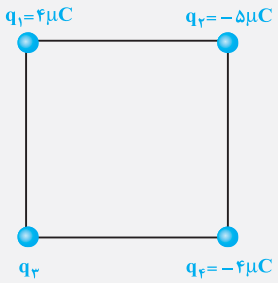
در ادامه با رسم نیروها بر روی محورهای مختصات و با تجزیهٔ بردار $\vec{F}_{3,1}$ در راستای محورهای x و y داریم (توجه شود که $\frac{\sqrt{2}}{2}\simeq 0/7$ می‌باشد):

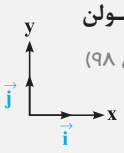


$$\begin{cases} \vec{F}_{2,1}=-30\,\vec{i}+0\,\vec{j} \\ \vec{F}_{3,1}=\alpha\,\vec{i}+\beta\,\vec{j} \\ \vec{F}_{4,1}=0\,\vec{i}+50\,\vec{j} \end{cases} \quad \begin{matrix} \alpha=F_{3,1}\cos\theta=60\cos45^\circ\simeq 42N \\ \beta=F_{3,1}\sin\theta=60\sin45^\circ\simeq 42N \end{matrix} \Rightarrow \vec{F}_{3,1}\simeq 42\,\vec{i}+42\,\vec{j}$$

(گزینهٔ ۲) نیروی برایند: $\vec{F}_T=\vec{F}_{2,1}+\vec{F}_{3,1}+\vec{F}_{4,1}\Rightarrow \vec{F}_T=(-30+42+0)\,\vec{i}+(0+42+50)\,\vec{j}\Rightarrow \vec{F}_T=12\,\vec{i}+92\,\vec{j}$

تمرین ۱۳: **چهار ذرهٔ باردار مطابق شکل در رأس‌های یک مربع به ضلع ۲۰cm قرار دارند. اگر نیروی الکتریکی خالص وارد بر q_2 در SI به صورت $\vec{F}=-9\,\vec{i}$ باشد، q_3 چند میکروکولن است؟ $(k=9\times10^9\,N.m^2/C^2)$** (سراسری ریاضی ۹۸)

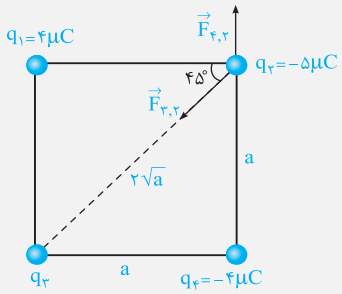




۱) $-8\sqrt{2}$ ۲) -4

۳) 4 ۴) $8\sqrt{2}$

پاسخ: برای این که نیروی خالص وارد بر بار q_2 برابر $\vec{F}=-9\,\vec{i}$ باشد، باید برایند نیروهای وارد بر بار q_2 از طرف بارهای دیگر، در راستای قائم برابر صفر باشد. این موضوع یعنی مؤلفه‌ای از نیروی $\vec{F}_{3,2}$ که در راستای قائم است، باید نیروی $\vec{F}_{4,2}$ را خنثی کند.

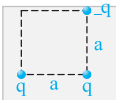


$$\sum F_y=0\Rightarrow F_{3,2}\sin45^\circ=F_{4,2}\Rightarrow \frac{kq_3q_2}{(\sqrt{2}a)^2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{kq_4q_2}{a^2}$$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}q_3=|q_4|=4\mu C\Rightarrow |q_3|=\frac{16}{\sqrt{2}}=8\sqrt{2}\,\mu C\xrightarrow{q_3>0} q_3=8\sqrt{2}\,\mu C$$

(گزینهٔ ۴)

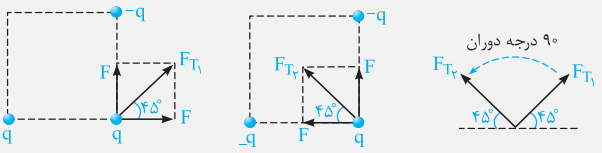
تمرین ۱۴: **سه ذرهٔ باردار، مطابق شکل در گوشه‌های یک مربع قرار دارند. اگر ذرهٔ سمت چپ پایینی به جای q، بار $-q$ داشته باشد، جهت نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار سمت راست پایینی نسبت به حالت فعلی:** (برگرفته از کتاب درسی)



۱) ۹۰ درجه ساعتگرد می‌چرخد. ۲) ۹۰ درجه پادساعتگرد می‌چرخد.

۳) ۴۵ درجه ساعتگرد می‌چرخد. ۴) ۴۵ درجه پادساعتگرد می‌چرخد.

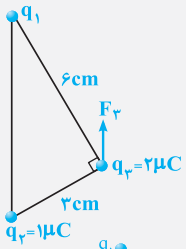
پاسخ: با سؤال جالب و مفهومی روبه‌رو شده‌ایم. برای پاسخ به این سؤال، اگر نیروی بین دو بار q در فاصلهٔ a را F فرض کنیم، در دو حالت برایند نیروهای وارد بر ذرهٔ مورد نظر (سمت راست و پایین) به صورت مقابل است:



همان‌طور که مشاهده می‌کنید، برایند نیروهای وارد بر ذرهٔ مورد نظر ۹۰ درجه پادساعتگرد دوران خواهد کرد و گزینهٔ (۲) صحیح است.

حالا می‌خوایم یه سؤال توپ و قشنگ که مربوط به کنکور ۹۶ تجربی میشه، براتون حل کنیم. خوب به ایدهٔ استفاده شده در حلش دقت کنید ...

تمرین ۱۵: در شکل مقابل، سه بار نقطه‌ای در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای ثابت شده‌اند. اگر F_3 برایند نیروهای الکتریکی وارد بر بار q_3 موازی خط واصل q_1 و q_2 باشد، F_3 چند نیوتون است؟ $(k = 9\times10^9\ N.m^2/C^2)$ (سراسری تجربی ۹۶)

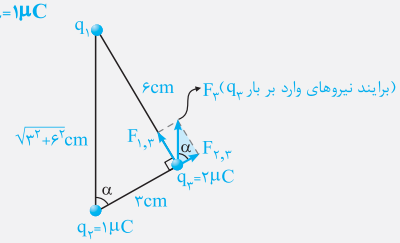


۱) $8\sqrt{5}$
۲) $12\sqrt{5}$
۳) $16\sqrt{5}$
۴) $20\sqrt{5}$

پاسخ: برای حل این سؤال، کافیست به دو مورد زیر توجه کنید:

۱- به ذرهٔ q_3، نیروهای عمود بر هم $\vec{F}_{1,3}$ و $\vec{F}_{2,3}$ وارد می‌شود که برایند آن‌ها F_3 را تشکیل می‌دهد.

۲- مقدار $\cos\alpha$ هم از روی مثلث آبی و هم از روی مثلث شکل اصلی سؤال قابل محاسبه است و رمز موفقیت در حل این سؤال، تساوی این دو مقدار است.



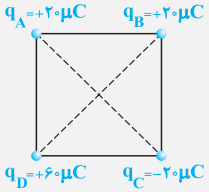
$$(1):\ \text{مثلث بزرگ سمت چپ}:\ \cos\alpha=\frac{۳}{\sqrt{۳^۲+۶^۲}}=\frac{۳}{۳\sqrt{۵}}=\frac{۱}{\sqrt{۵}}$$

$$\begin{cases}\text{مثلث آبی}:\ \cos\alpha=\dfrac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}=\dfrac{F_{2,3}}{F_3}\\ F_{2,3}=\dfrac{k|q_2||q_3|}{r^2}=\dfrac{۹\times۱۰^۹\times۲\times۱\times۱۰^{-۱۲}}{(۳\times۱۰^{-۲})^۲}=۲۰\,N\end{cases}\Rightarrow\cos\alpha=\frac{F_{2,3}}{F_3}=\frac{۲۰}{F_3}\quad(2)$$

$$(1)=(2)\xrightarrow{\text{پاسخ نهایی}}\frac{۱}{\sqrt{۵}}=\frac{۲۰}{F_3}\Rightarrow F_3=۲۰\sqrt{۵}\,N$$ (گزینهٔ ۴)

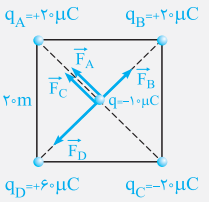
چون مقدار q_1 رو نداشتیم، نمیشد $F_{1,3}$ رو درآورد و بعدش مقدار نیروی برایند F_3 رو پیدا کرد و مجبور شدیم یه کلکی سوار کنیم ...

تمرین ۱۶: در چهار رأس یک مربع به ضلع ۲۰ سانتی‌متر، مطابق شکل بارهای نقطه‌ای قرار داده‌ایم. اگر یک بار $-۱۰\mu C$ را در مرکز مربع قرار دهیم، نیروی وارد بر آن چند نیوتون و در کدام جهت خواهد بود؟ (سراسری ریاضی ۸۲ خارج از کشور)



۱) $۱۸۰\sqrt{۲}$، به سمت چپ
۲) $۱۸۰\sqrt{۲}$، به سمت بالا
۳) $۲۷۰\sqrt{۲}$، به سمت بالا
۴) $۲۷۰\sqrt{۲}$، به سمت چپ

پاسخ: مطابق شکل، نیروهای وارد بر ذرهٔ q در مرکز مربع را رسم می‌کنیم. اندازهٔ قطر مربع $۲۰\sqrt{۲}\ cm$ می‌باشد، در نتیجه فاصلهٔ بار q در مرکز مربع با هریک از بارهای موجود بر روی رئوس مربع، نصف اندازهٔ قطر مربع $\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)$ بوده و برابر $۱۰\sqrt{۲}\ cm$ می‌باشد.

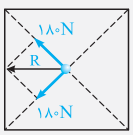


$$\begin{cases}F_B=\dfrac{k|q_B||q|}{r^2}=\dfrac{۹\times۱۰^۹\times(۲۰\times۱۰^{-۶})\times(۱۰\times۱۰^{-۶})}{(۱۰\sqrt{۲}\times۱۰^{-۲})^۲}=۹۰\,N\\ F_D=\dfrac{k|q_D||q|}{r^2}\xrightarrow{|q_D|=۳|q_B|}F_D=۳F_B=۲۷۰\,N\end{cases}\Rightarrow\vec{F}_D,\vec{F}_B\Rightarrow R_{B,D}=F_D-F_B=۲۷۰-۹۰=۱۸۰\,N$$ (در جهت نیروی $\vec{F}_D$)

$$F_A=\frac{k|q_A||q|}{r^2}\xrightarrow{|q_A|=|q_C|=|q_B|}F_A=F_B=F_C=۹۰\,N$$

از طرفی برایند دو نیروی $\vec{F}_A$ و $\vec{F}_C$ نیز برابر است با:

$$R_{A,C}=F_A+F_C=۹۰+۹۰=۱۸۰\,N$$ (در جهت این دو نیرو)

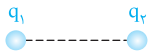


$$R=۲\times۱۸۰\times\cos\frac{۹۰^\circ}{۲}=۱۸۰\sqrt{۲}$$ (به سمت چپ)

دقت: همان‌طور که مشاهده کردید با کمی تیزهوشی، به جای محاسبهٔ چهار نیرو، فقط یک نیرو را حساب کردیم و مابقی نیروها را با توجه به آن به‌دست آوردیم.

6-A صفر شدن نیروی الکتریکی وارد بر ذرات باردار

دو ذرهٔ باردار و مثبت q_1 و q_2 که در جای خود ثابت فرض شده‌اند را در نظر بگیرید:



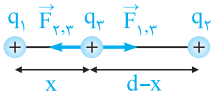
سؤالی که در بسیاری از تست‌های کنکور و سؤالات امتحانی مطرح می‌شود آن است که بار q_3 را در چه مکانی قرار دهیم تا نیروی الکتریکی برایند وارد بر آن، از طرف بارهای q_1 و q_2 صفر شود. اگر هر سه بار q_1، q_2 و q_3 مثبت باشند، تحلیل این موضوع به‌صورت گام به گام ارائه شده در زیر انجام می‌شود:

گام اول: در خارج از فاصلهٔ بین دو بار، نیروی الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار از طرف بارهای مثبت نشان داده شده هم‌جهت است و امکان ندارد برایند آن‌ها صفر شود، بنابراین ذرهٔ q_3 در خارج از فاصلهٔ بین دو بار به تعادل نمی‌رسد.

$$|\vec{F}_T| = F_{1,3} + F_{2,3} \neq 0$$

گام دوم: برای به‌تعادل رسیدن ذرهٔ q_3، این ذره باید در فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی و نزدیک به بار با مقدار کوچک‌تر قرار گیرد.

به عبارت دیگر نیروهای وارد شده بر بار q_3 از طرف دو بار دیگر باید برابر و در خلاف جهت یک‌دیگر باشند.



$$F_T = 0 \Rightarrow F_{1,3} = F_{2,3}$$

$$\frac{k|q_1||q_3|}{x^2} = \frac{k|q_2||q_3|}{(d-x)^2} \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(d-x)^2}$$

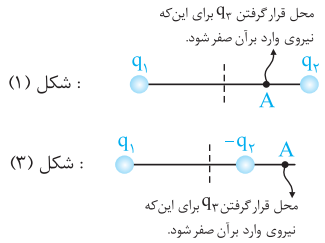
همان‌طور که مشاهده می‌کنید، مقدار و علامت بار q_3، تأثیری در به تعادل رسیدن آن ندارد که این موضوع خود، موضوع بسیار جالبی است.

یک نتیجهٔ کاربردی

رمز موفقیت تو این قسمت اینه که نکته‌ای که یادتون میدیم رو با گوشت و پوستتون هم بفهمید و هم به ذهن بسپرید ...

اگر دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 در فاصلهٔ d از یک‌دیگر قرار بگیرند و بخواهیم ذرهٔ باردار Q توسط این دو بار به تعادل برسد، اگر دو بار نقطه‌ای هم‌نام باشند، این ذره باید در فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی قرار گیرد و اگر ناهم‌نام باشند، باید در خارج از فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی قرار گیرد و باید توجه شود که این ذره را باید همواره نزدیک به بار با اندازهٔ کوچک‌تر قرار دهیم.

با توجه به نتیجهٔ به‌دست آمده، به‌طور مثال در هریک از شکل‌های زیر، اگر دو بار q_1 و q_2، هم‌نام و $|q_1| > |q_2|$ در نظر گرفته شوند، بار سوم را باید در نقطهٔ A قرار دهیم تا امکان صفر شدن نیروی وارد بر آن وجود داشته باشد (توصیه می‌شود که در هریک از شکل‌ها، محل نقطهٔ A و دلیل صفر شدن برایند نیروهای وارد بر بار q_3 را تحلیل کنید).

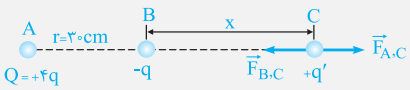


در ادامه برای یادگیری و تسلط بیشتر بر روی مفاهیم ارائه شده، به تمرین‌های زیر توجه کنید:

تمرین ۱۷: **دو بار الکتریکی $-q$ و $Q = +4q$ در دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ $AB = 30cm$ از هم قرار دارند. بار $+q'$ را در چه فاصله‌ای برحسب سانتی‌متر از بار Q قرار دهیم تا به حال تعادل قرار گیرد؟** (سراسری قبل از ۸۰)

۱) ۱۵ ۲) ۳۰ ۳) ۴۵ ۴) ۶۰

پاسخ: با توجه به این‌که بار $-q$ مقدار کوچک‌تری نسبت به $Q = +4q$ دارد، پس بار سوم برای تعادل باید نزدیک به بار $-q$ باشد و چون بارها ناهم‌نام هستند، بار سوم باید خارج از فاصلهٔ بین دو بار قرار گیرد. در ادامه اگر فاصلهٔ بار $+q'$ تا بار $-q$ را x درنظر بگیریم، مقدار x به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:



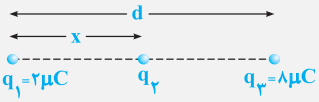
$$\text{بررسی تعادل برای بار } +q' : \sum F = 0 \Rightarrow F_{A,C} = F_{B,C} \Rightarrow \frac{k|4q||q'|}{(30+x)^2} = \frac{k|q||q'|}{x^2} \Rightarrow \frac{4}{(30+x)^2} = \frac{1}{x^2}$$

$$\Rightarrow 4x^2 = (30+x)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} 2x = 30 + x \Rightarrow x = 30cm$$

در نهایت باید گفت فاصلهٔ بار Q تا بار $+q'$، برابر $60cm$ است $(30 + x = 30 + 30)$ و گزینهٔ (۴) صحیح می‌باشد.

همون‌طور که دیدید، مقدار و علامت بار q'، در به تعادل رسیدن اون نقشی نداره و به عنوان مثال اگر اندازهٔ بار q' دو برابر بشه هم، مجدداً در محل به‌دست آمده تعادل براش برقراره ... واقعاً جالب نیست؟!

تمرین ۱۸: سه بار نقطه‌ای مطابق شکل زیر قرار دارند. برایند نیروهای الکتروستاتیکی وارد بر هریک از بارها صفر است. بار $q_۲$ چند میکروکولن است؟ (سراسری تجربی ۸۹ خارج از کشور)

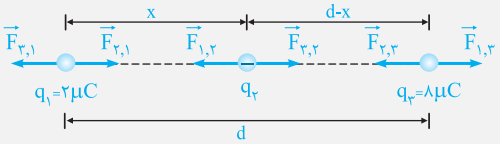


۱) $-\frac{۲}{۹}$ ۲) $+\frac{۲}{۹}$ ۳) $-\frac{۸}{۹}$ ۴) $+\frac{۸}{۹}$

پاسخ: گام اول: با توجه به این‌که برایند نیروهای الکتروستاتیکی وارد بر بار $q_۳$ صفر است، نتیجه می‌گیریم بار $q_۲$ منفی است، زیرا اگر $q_۱$ و $q_۲$ هر دو مثبت باشند، هر دو $q_۳$ را دفع کرده و امکان ندارد برایند نیروهای وارد بر آن صفر شود.

$F_T = F_{۱,۳} + F_{۲,۳} \neq ۰$ (تعادل ندارد)

گام دوم: در ادامه نیروهای وارد بر بارها را مشخص می‌کنیم و با توجه به این‌که همهٔ بارها متعادل‌اند، تلاش می‌کنیم $q_۲$ را محاسبه کنیم:



کنترل صفر شدن برایند نیروهای وارد بر $q_۲$: $F_{۱,۲} = F_{۳,۲} \Rightarrow k\frac{۲|q_۲|}{x^۲} = k\frac{۸|q_۲|}{(d-x)^۲} \Rightarrow ۴x^۲ = (d-x)^۲ \Rightarrow ۲x = d - x \Rightarrow x = \frac{d}{۳}$

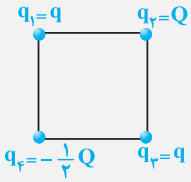
کنترل صفر شدن برایند نیروهای وارد بر $q_۱$: $F_{۲,۱} = F_{۳,۱} \Rightarrow k\frac{۲|q_۲|}{x^۲} = k\frac{۸\times ۲}{d^۲} \Rightarrow |q_۲| = \frac{۸}{۹}\mu C \xrightarrow{q_۲<۰} q_۲ = -\frac{۸}{۹}\mu C$ (گزینهٔ ۳)

$x = \frac{d}{۳}$

دقت: در رابطهٔ $F = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r^۲}$ اندازهٔ بارها یعنی $|q_۱|$ و $|q_۲|$ را قرار می‌دهیم و علامت بارها را وارد نمی‌کنیم.

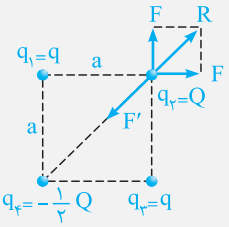
تو ادامهٔ کار، یه تست خوب دیگه (مال کنکور ۹۶) از بحث صفر شدن برایند نیروهای الکتریکی وارد بر یه ذره تو حالتی که بارها روی یه خط قرار ندارن بررسی می‌کنیم. تو این‌جور سؤالا برای تعادل، کل نیروها بالاخره یه‌جوری باید همدیگه رو خنثی کنن ...

تمرین ۱۹: چهار ذرهٔ باردار در رأس‌های یک مربع قرار دارند. برایند نیروهای الکتریکی وارد بر ذرهٔ باردار $q_۲$ صفر است. $\frac{Q}{q}$ کدام است؟ (سراسری ریاضی ۹۶)



۱) $۲\sqrt{۲}$ ۲) $۴\sqrt{۲}$ ۳) $-۲\sqrt{۲}$ ۴) $-۴\sqrt{۲}$

پاسخ: ابتدا دقت شود که بارهای $q_۲$ و $q_۴$ مختلف‌العلامت هستند و یک‌دیگر را جذب می‌کنند. با توجه به این موضوع بارهای $q_۲ = Q$ و $q_۱ = q$ باید حتماً هم‌علامت باشند تا یک‌دیگر را دفع کنند و در نهایت برایند نیروی حاصل از $q_۱$ و $q_۳$ یعنی R نیروی F' را خنثی کند و $q_۲$ متعادل شود. در ادامه به صورت زیر عمل می‌کنیم:



$R = \sqrt{F^۲ + F^۲} = F\sqrt{۲}$

$F_{T_۲} = ۰ \Rightarrow F' = R \Rightarrow \frac{k\times|Q|\times|-\frac{۱}{۲}Q|}{(a\sqrt{۲})^۲} = \frac{k|q||Q|}{a^۲}\times\sqrt{۲}$

$\Rightarrow \frac{|Q|}{|q|} = ۴\sqrt{۲} \Rightarrow \frac{Q}{q} = ۴\sqrt{۲}$ (گزینهٔ ۲)

الان دیگه وقتشه شما خودتون رو نشون بدید، به خاطر همین به شما توصیه می‌کنیم که تستای ۱ تا ۵۴ از فاز کسب مهارت و تستای ۱۰۹ تا ۱۳۵ از فاز کنکور رو بزنید ...

در تست‌های این فاز که به صورت میکروطبقه‌بندی ارائه‌شده است، اولاً به‌خوبی می‌توانید بر روی درسنامه‌ها مسلط شوید و ثانیاً مهارت‌های زیادی را در هنگام تست‌زنی کسب کنید. این موضوع سبب می‌شود به بهترین شکل خود را برای تست‌های فاز دوم آماده کنید.

فاز اول
تست‌های کسب مهارت

آشنایی با مفهوم بار الکتریکی

تو شروع کار این فصل، می‌خوایم سؤالایی رو براتون بیاریم که شما رو با مفهوم پایه‌ای بار الکتریکی آشنا بکنه ...

۱- یک میلهٔ پلاستیکی خنثی را با یک پارچهٔ پشمی مالش داده و باردار کرده‌ایم. بار الکتریکی این میله:

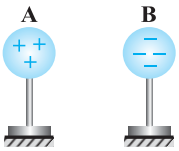
۱) مقداری منفی بوده و مضرب صحیحی از یک بار الکتریکی پایه است.

۲) مقداری منفی بوده و مضرب صحیحی از یک کولن است.

۳) مقداری مثبت بوده و مضرب صحیحی از یک بار الکتریکی پایه است.

۴) مقداری مثبت بوده و مضرب صحیحی از یک کولن است.

۲- مطابق شکل زیر، دو کرهٔ A و B بر روی پایه‌های عایق قرار گرفته و بار آن‌ها به‌ترتیب برابر $۸۰\times۱۰^{-۹}C$ و $-۴/۸\times۱۰^{-۷}C$ می‌باشد. در مورد این دو جسم، کدام‌یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟ (اندازهٔ بار الکتریکی هر الکترون $۱/۶\times۱۰^{-۱۹}$ کولن می‌باشد.)



۱) به جسم A تعداد ۵×۱۰^{۱۱} پروتون و به جسم B تعداد ۳×۱۰^{۱۲} الکترون داده‌ایم.

۲) از جسم A تعداد ۵×۱۰^{۱۱} الکترون و از جسم B تعداد ۳×۱۰^{۱۱} پروتون گرفته‌ایم.

۳) از جسم A تعداد ۵×۱۰^{۱۱} الکترون گرفته‌ایم و به جسم B تعداد ۳×۱۰^{۱۲} الکترون داده‌ایم.

۴) از جسم A تعداد ۸×۱۰^{۱۱} الکترون گرفته‌ایم و به جسم B تعداد ۴۸×۱۰^{۱۱} الکترون داده‌ایم.

۳- یک میلهٔ شیشه‌ای به وسیلهٔ مالش با یک پارچهٔ ابریشمی، دارای بار الکتریکی شده است. این میله چند کولن الکتریسیته می‌تواند داشته باشد؟ (بار الکتریکی هر الکترون $۱/۶\times۱۰^{-۱۹}$ کولن می‌باشد، هم‌چنین در سری تریبوالکتریک، شیشه بالاتر از ابریشم قرار دارد.)

۱) $+۲\times۱۰^{-۱۹}$ ۲) -۲×۱۰^{-۱۹}

۳) $+۸\times۱۰^{-۱۹}$ ۴) -۸×۱۰^{-۱۹}

۴- جسمی دارای بار اولیهٔ q_0 می‌باشد. اگر این جسم ۵×۱۰^{۱۵} الکترون از دست بدهد، بار آن قرینهٔ حالت اول می‌شود. بار اولیهٔ این جسم، چند میکروکولن بوده است؟ $(e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$

۱) -۴۰۰ ۲) ۴۰۰ ۳) ۸۰۰ ۴) -۸۰۰

۵- جسم خنثی A را به جسم خنثی B مالش داده و دو جسم تنها با یک‌دیگر در تماس بوده‌اند. کدام‌یک از حالت‌های زیر، اصل پایستگی بار الکتریکی را نقض می‌کند؟

۱) حالتی که در آن جسم A دارای بار $+۲\mu C$ و جسم B دارای بار $-۲\mu C$ شود.

۲) حالتی که در آن جسم A دارای بار $-۲\mu C$ و جسم B دارای بار $+۲\mu C$ شود.

۳) حالتی که در آن جسم A دارای بار $-۲\mu C$ و جسم B نیز دارای بار $-۲\mu C$ شود.

۴) حالتی که در آن جسم A و جسم B در پایان آزمایش خنثی باقی بمانند.

۶- بار الکتریکی مثبت هستهٔ یک اتم خنثی برابر Q است، بنابراین ..... (سراسری قبل از ۸۰)

۱) تعداد الکترون‌ها Q است.

۲) تعداد الکترون‌ها $\frac{Q}{e}$ است.

۳) تعداد نوترون‌ها Q است.

۴) تعداد نوترون‌ها $\frac{Q}{e}$ است.

۷- در یک اتم دو بار مثبت $(X^{۲+})$، اندازهٔ بار الکتریکی الکترون‌های آن برابر $۴/۸\times۱۰^{-۱۸}C$ می‌باشد. تعداد پروتون‌های این اتم کدام است؟ (اندازهٔ بار الکتریکی یک الکترون برابر $۱/۶\times۱۰^{-۱۹}$ کولن می‌باشد.)

۱) ۳۰ ۲) ۲۸ ۳) ۳۲ ۴) ۳۶

۸- در شکل مقابل، جدول سری الکتریسیتهٔ مالشی نشان داده شده است. اگر جسم **A** را به جسم **B** و جسم **C** را به جسم **D** مالش دهیم، کدام‌یک از اظهارنظرهای زیر در رابطه با آن‌ها صحیح است؟ (تألیفی)

انتهای مثبت سری
A
B
C
D
انتهای منفی سری

۱) دو جسم A و C همدیگر را دفع می‌کنند.

۲) دو جسم B و D همدیگر را جذب می‌کنند.

۳) دو جسم A و D همدیگر را دفع می‌کنند.

۴) دو جسم B و C همدیگر را دفع می‌کنند.

۹- پس از مالش دو جسم **A** و **B** بر یک‌دیگر، بار الکتریکی جسم **B** مثبت می‌شود. پس از مالش دو جسم **C** و **D** بر یک‌دیگر، جسم **C** جسم **B** را دفع می‌کند. محل قرارگیری این اجسام در سری الکتریسیتهٔ مالشی، به کدام صورت می‌تواند باشد؟ (تألیفی)

۱)

انتهای مثبت سری
A
B
C
D
انتهای منفی سری

۲)

انتهای مثبت سری
C
B
A
D
انتهای منفی سری

۳)

انتهای مثبت سری
B
A
D
C
انتهای منفی سری

۴)

انتهای مثبت سری
D
A
B
C
انتهای منفی سری

۱۰- یک میلهٔ شیشه‌ای خنثی را توسط یک پارچهٔ پشمی مالش می‌دهیم، سپس یک جسم نایلونی را توسط همان پارچهٔ پشمی مالش می‌دهیم. اگر بار نهایی میلهٔ شیشه‌ای، جسم نایلونی و پارچهٔ پشمی به ترتیب q_A، q_B و q_C باشد، با توجه به سری الکتریسیتهٔ مالشی، کدام گزینه الزاماً درست است؟

انتهای مثبت سری
شیشه
نایلون
پشم
انتهای منفی سری

۱) $q_A = q_B$

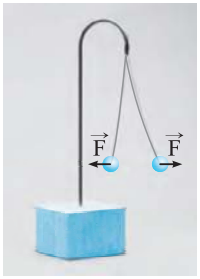
۲) $q_C = q_A + q_B$

۳) $q_C = -q_A$

۴) $-q_C = q_A + q_B$

آشنایی اولیه با قانون کولن

حالا می‌خوایم بریم سراغ قانون کولن و یه سری سؤالای مقدماتی از اصل فرمول براتون بیاریم ...



۱۱- با توجه به قانون کولن، اندازهٔ نیرویی که دو گلولهٔ باردار نشان داده شده بر یک‌دیگر وارد می‌کنند، با ..... متناسب و با ..... نسبت عکس دارد. (کتاب درسی)

۱) اندازهٔ بار هر یک از آن‌ها ـ مجذور فاصلهٔ بین آن‌ها

۲) اندازهٔ بار هر یک از آن‌ها ـ فاصلهٔ بین آن‌ها

۳) مجذور اندازهٔ بار هر یک از آن‌ها ـ فاصلهٔ بین آن‌ها

۴) مجذور اندازهٔ بار هر یک از آن‌ها ـ مجذور فاصلهٔ آن‌ها

۱۲- یکای **k** (ثابت کولن) و ε_0 (ضریب گذردهی الکتریکی در خلأ) در **SI** به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) $\frac{N.m^2}{C^2}$ ، $\frac{C^2}{N.m^2}$

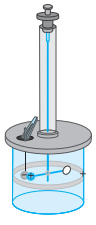
۲) $\frac{N.m}{C}$ ، $\frac{C}{N.m}$

۳) $\frac{C^2}{N.m^2}$ ، $\frac{N.m^2}{C^2}$

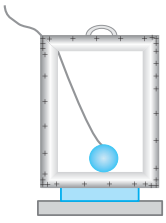
۴) $\frac{C^2}{N.m}$ ، $\frac{N.m}{C^2}$

۱۳- به کمک کدام‌یک از وسایل زیر، کولن توانست عامل‌های مؤثر بر نیروی الکتریکی بین دو ذرهٔ باردار را شناسایی کند؟ (کتاب درسی)

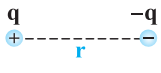
۱)

۲) 

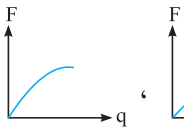
۳)

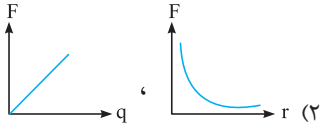
۴) 

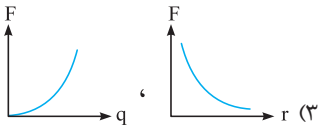
۱۴- در شکل زیر، دو بار الکتریکی هم‌اندازه و ناهم‌نام نشان داده شده است. کدام‌یک از نمودارهای زیر، تغییرات نیروی کولنی بین دو بار الکتریکی را برحسب فاصلهٔ بین آن‌ها و برحسب اندازهٔ بار الکتریکی q به درستی نشان می‌دهد؟

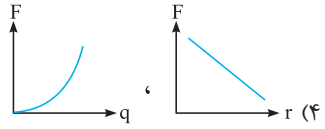


(دوقطبی الکتریکی)

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

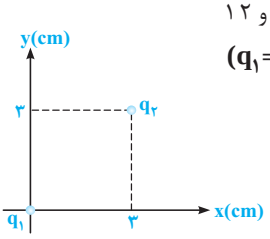
۱۵- بار الکتریکی ۵ میکروکولنی را در چند سانتی‌متری از یک بار ۴ میکروکولنی قرار دهیم تا بر آن نیروی ۱۸ نیوتون را وارد کند؟ (سراسری قبل از ۸۰)

۱) ۱ ۲) ۳/۱۴ ۳) ۹ ۴) ۱۰

۱۶- دو ذرهٔ باردار با بارهای مثبت در فاصلهٔ ۳۰cm از یک‌دیگر با نیروی الکتریکی ۵N یک‌دیگر را می‌رانند. اگر مجموع بار دو ذره ۱۵ میکروکولن باشد، بار هر یک از این ذره‌ها چند میکروکولن است؟ $(k = 9\times10^9\ N.m^2/C^2)$

۱) ۷ و ۸ ۲) ۶ و ۹ ۳) ۵ و ۱۰ ۴) ۳ و ۱۲

۱۷- در شکل مقابل، بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 در SI کدام است؟ $(q_1=-q_2=2\mu C\ ,\ k=9\times10^9\ N.m^2/C^2)$



۱) $\vec{F}=10\sqrt{2}\,\vec{i}+10\sqrt{2}\,\vec{j}$

۲) $\vec{F}=-10\sqrt{2}\,\vec{i}-10\sqrt{2}\,\vec{j}$

۳) $\vec{F}=-20\sqrt{2}\,\vec{i}-20\sqrt{2}\,\vec{j}$

۴) $\vec{F}=20\sqrt{2}\,\vec{i}+20\sqrt{2}\,\vec{j}$

۱۸- دو بار نقطه‌ای q و 2q به فاصلهٔ d از یک‌دیگر بر روی محور x قرار دارند. اگر بار q بر بار 2q نیروی $\vec{F}=+10\vec{i}$ را در SI وارد کند، بار 2q بر بار q چه نیرویی وارد خواهد کرد؟

۱) $\vec{F}'=+20\vec{i}$ ۲) $\vec{F}'=+10\vec{i}$ ۳) $\vec{F}'=-20\vec{i}$ ۴) $\vec{F}'=-10\vec{i}$

۱۹- در شکل روبه‌رو، دو گوی مشابه و کوچک به جرم ۰/۹gr و با بار یکسان مثبت q در فاصلهٔ ۱cm از هم قرار دارند، به‌طوری که گوی بالایی به حالت معلق مانده است. تعداد الکترون‌های کنده‌شده از هر گوی چه‌قدر است؟ $(g=10N/kg\ ,\ e=1/6\times10^{-19}C)$ (کتاب درسی)

۱) $6/25\times10^{14}$ ۲) $6/25\times10^{10}$ ۳) $2/25\times10^{12}$ ۴) $2/25\times10^{14}$

۲۰- ذرهٔ A به جرم m و بار الکتریکی q و ذرهٔ B به جرم 2m و بار الکتریکی 2q در نزدیکی هم قرار دارند. اگر تنها نیروی وارد بر این ذره‌ها، نیروی الکتریکی متقابل آن‌ها باشد و تحت آن نیروها ذرات شتاب بگیرند، بزرگی شتاب ذرهٔ A چند برابر بزرگی شتاب ذرهٔ B خواهد شد؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

بررسی تأثیر اندازهٔ بارها و فاصلهٔ بین دو بار بر نیروی کولنی

تو ادامهٔ کار، بریم ببینیم تغییر پارامترهای مختلف، چه‌جوری باعث تغییر نیروی کولنی میشه. تو این قسمت، چیزای جالبی یاد می‌گیرید ...

۲۱- در مدل بور برای اتم هیدروژن، فاصله الکترون از پروتون هسته در حالت پایه برابر a و در هستهٔ اتم هلیم دو پروتون به فاصلهٔ تقریبی $2\times10^{-4}a$ از هم قرار دارند. اندازهٔ نیرویی که پروتون‌ها در هستهٔ اتم هلیم بر هم وارد می‌کنند، چند برابر نیروی بین الکترون و پروتون در هستهٔ اتم هیدروژن است؟ (برگرفته از کتاب درسی)

۱) 5×10^6 ۲) 5×10^7 ۳) $2/5\times10^6$ ۴) $2/5\times10^7$

۲۲- دو بار الکتریکی همنام و مساوی به فاصلهٔ d از یک‌دیگر قرار گرفته‌اند و با نیروی F یک‌دیگر را می‌رانند. این دو بار را در چه فاصله‌ای از یک‌دیگر باید قرار داد تا نیروی کولنی بین آن‌ها ۵۰ درصد کاهش یابد؟

۱) $\frac{d\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) $d\sqrt{۲}$ ۳) $\frac{d}{۲}$ ۴) $۲d$

۲۳- دو بار الکتریکی نقطه‌ای در فاصلهٔ معین بر هم نیرو وارد می‌کنند. اگر اندازهٔ یکی از بارها دو برابر شود، فاصلهٔ بین دو بار را چند برابر کنیم تا نیروی کولنی بین آن‌ها تغییر نکند؟

۱) $\sqrt{۲}$ برابر ۲) $\frac{۱}{۲}$ برابر ۳) ۲ برابر ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ برابر

۲۴- فرض می‌کنیم دو بار مثبت Q که در یک فاصلهٔ معین قرار دارند نیرویی برابر F به یک‌دیگر وارد می‌کنند. چند درصد یکی را برداشته به دیگری اضافه کنیم تا در همان فاصله نیروی بین آن‌ها برابر $\frac{۱۵}{۱۶}F$ گردد؟ (سراسری قبل از ۸۰)

۱) ۱۵ ۲) ۱۶ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

۲۵- دو بار الکتریکی نقطه‌ای هم‌مقدار و ناهم‌نام، در فاصلهٔ r بر یک‌دیگر نیروی F را وارد می‌کنند. اگر ۲۰ درصد یکی از بارها را کم کرده و آن را بر دیگری بیفزاییم، فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی را چند برابر کنیم تا نیروی کولنی بین آن‌ها تغییر نکند؟

۱) $\frac{۵}{۴}$ ۲) $\frac{۴}{۵}$ ۳) $\frac{۴}{۲۵}$ ۴) $\frac{۱۶}{۲۵}$

۲۶- دو کرهٔ کوچک با بار الکتریکی مثبت با مقادیر $q_۱$ و $q_۲$ در فاصلهٔ r از هم ثابت شده‌اند و یک‌دیگر را با نیرویی به بزرگی $F_۱$ می‌رانند. اگر ۵۰ درصد از بار $q_۱$ را برداریم و به بار $q_۲$ اضافه کنیم، در همان فاصله، مقدار نیرویی که دو ذره به یک‌دیگر وارد می‌کنند، $F_۲$ می‌شود. در کدام حالت، $F_۲ > F_۱$ است؟

۱) $q_۱ < \sqrt{۲}q_۲$ ۲) $q_۱ > \sqrt{۲}q_۲$ ۳) $q_۱ < ۲q_۲$ ۴) $q_۱ > ۲q_۲$

نحوهٔ توزیع بار الکتریکی بین دو کرهٔ مشابه با تماس با یک‌دیگر و بررسی نیروی کولنی بین آن‌ها

حالا بریم سراغ بحث اتصال دو کره به هم و تحلیل نیروی کولنی بین اونا. تستای این زیرشاخه هم، تو سال‌های اخیر پرتکرار بوده. راستی می‌دونید ایدهٔ اصلی حل این‌جور سؤالا چیه؟!

۲۷- دو گوی فلزی مشابه روی پایه‌های عایق قرار دارند. بار الکتریکی یکی از گوی‌ها $-۴\mu C$ و بار دیگری $+۶\mu C$ است. اگر دو گوی را به هم تماس دهیم، بار الکتریکی هر گوی ..... میکروکولن می‌شود و برای رسیدن به تعادل الکتروستاتیکی، ..... الکترون از یکی به دیگری منتقل شده است. $(e = ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} C)$

۱) $۳/۱۲۵ \times ۱۰^{۱۳}$، ۵ ۲) $۶/۲۵ \times ۱۰^{۱۲}$، ۱ ۳) $۳/۱۲۵ \times ۱۰^{۱۳}$، ۱ ۴) $۶/۲۵ \times ۱۰^{۱۲}$، ۵

۲۸- دو گوی رسانای کوچک و با شعاع‌های برابر با بارهای $q_۱ = ۴nC$ و $q_۲ = -۶nC$ را با هم تماس می‌دهیم و سپس تا فاصلهٔ $r = ۳۰cm$ از هم دور می‌کنیم. نیروی برهم‌کنش الکتریکی بین دو گوی در حالت جدید: $(k = ۹ \times ۱۰^۹ N.m^۲ / C^۲)$ (کتاب درسی)

۱) ۱۰۰ نانونیوتون و از نوع رانشی است. ۲) ۴۰۰ نانونیوتون و از نوع رایشی است.
۳) ۴۰۰ نانونیوتون و از نوع رانشی است. ۴) ۱۰۰ نانونیوتون و از نوع رایشی است.

۲۹- دو کرهٔ رسانای کوچک باردار با شعاع‌های برابر، قبل از تماس با هم، یک‌دیگر را جذب و بعد از تماس با هم، یک‌دیگر را دفع می‌کنند. کدام گزینه در مورد بار اولیهٔ این دو کره درست است؟

۱) بار دو کره هم‌نام و هم‌اندازه است. ۲) بار دو کره ناهم‌نام بوده و هم‌اندازه نیست.
۳) بار دو کره هم‌نام بوده و هم‌اندازه نیست. ۴) بار دو کره ناهم‌نام و هم‌اندازه است.

۳۰- دو کرهٔ فلزی که روی پایه‌های عایقی قرار دارند، دارای بار الکتریکی هستند. اندازهٔ نیروی الکتریکی بین این دو کره با فاصلهٔ d برابر F است. اگر آن دو را به هم تماس داده و دوباره در همان فاصله قرار دهیم، اندازهٔ نیرو F' می‌شود. کدام رابطه بین F و F' برقرار است؟

۱) $F > F'$ ۲) $F < F'$ (سراسری قبل از ۸۰)
۳) $F = F'$ ۴) بسته به شرایط، هر کدام ممکن است صحیح باشد.

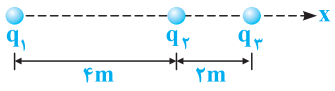
۳۱- در سؤال قبل، اگر قبل از تماس دادن دو کره به یک‌دیگر، بار الکتریکی آن‌ها هم‌نام و نامساوی باشند، آن‌گاه کدام رابطه بین F و F' برقرار است؟

۱) $F > F'$ ۲) $F' > F$ ۳) $F = F'$ ۴) با توجه به شرایط، هر یک از سه گزینه ممکن است صحیح باشد.

محاسبهٔ نیروی کولنی بین چند بار الکتریکی واقع در یک راستا

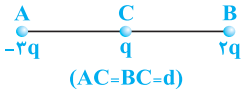
حالا می‌خوایم بریم روی برایند نیروهای وارد بر یک ذره، تو حالتی که بارهای الکتریکی روی یه راستا هستن، کار کنیم. بعضی سؤالا، ایده‌هاشون خیلی قشنگ و جدیده ...

۳۲- مطابق شکل روبه‌رو، سه ذره با بارهای الکتریکی $q_1 = +2/5\mu C$، $q_2 = -1\mu C$ و $q_3 = +4\mu C$ بر روی محور x ثابت شده‌اند. بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_3 در SI کدام است؟ $(k = 9\times10^9 N.m^2/C^2)$ (سراسری قبل از ۸۰)



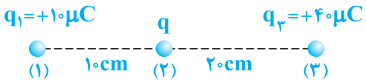
۱) $-6/5\times10^{-3}\vec{i}$ ۲) $7/5\times10^{-3}\vec{i}$ ۳) $10/5\times10^{-3}\vec{i}$ ۴) $-11/5\times10^{3}\vec{i}$

۳۳- دو بار q در فاصلهٔ d بر یک‌دیگر نیروی F را وارد می‌کنند. در شکل روبه‌رو، نیروی وارد بر بار q کدام است؟



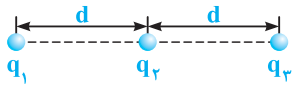
۱) $5F$ به طرف راست ۲) $5F$ به طرف چپ ۳) $4F$ به طرف چپ ۴) $4F$ به طرف راست

۳۴- در شکل مقابل، بار q چند میکروکولن باشد تا بزرگی برایند نیروهای وارد بر بارهای (۱) و (۳) برابر باشند؟ $(k = 9\times10^9 N.m^2/C^2)$



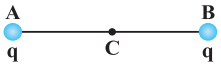
۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) هر مقدار دلخواهی می‌تواند باشد.

۳۵- در شکل مقابل، سه بار نقطه‌ای روی سه نقطه بر روی یک خط راست ثابت شده‌اند. اگر بار q_3، بار q_2 را با نیروی الکتریکی F دفع کند و بزرگی برایند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر $\frac{F}{2}$ و به‌سمت چپ باشد، نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ کدام است؟



۱) $\frac{1}{6}$ ۲) $-\frac{1}{6}$ ۳) -6 ۴) 6

۳۶- مطابق شکل، بارهای الکتریکی همنام و هم‌اندازهٔ q در نقاط A و B ثابت شده‌اند. اگر بار الکتریکی q_0 بر روی عمودمنصف پاره‌خط AB، از فاصلهٔ خیلی دور تا نقطهٔ C جابه‌جا شود، بزرگی نیروی خالص وارد شده بر آن، چگونه تغییر می‌کند؟

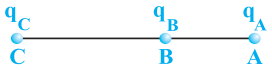


۱) ابتدا کاهش، سپس افزایش می‌یابد. ۲) ابتدا افزایش، سپس کاهش می‌یابد.
۳) همواره افزایش می‌یابد. ۴) همواره کاهش می‌یابد.

صفر شدن برایند نیروهای وارد بر بار آزمون، هنگامی که ذرات در یک راستا قرار دارند

تو بارهای واقع در یک راستا، برایند نیروها هم ممکنه صفر بشه. تو ادامه این موضوع رو بررسی خواهیم کرد ...

۳۷- در نقاط A، B و C به‌ترتیب بارهای الکتریکی q_A، q_B و q_C مطابق شکل زیر قرار دارند. اگر نیروی وارد بر بار q_C صفر باشد، کدام بارها الزاماً غیرهم‌نام‌اند؟



۱) q_C, q_A ۲) q_B, q_A ۳) q_C, q_B ۴) ممکن است هر سه بار هم‌نام باشند.

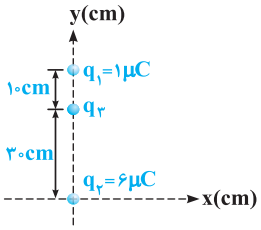
۳۸- دو بار الکتریکی $-q$ و $Q = +4q$ در دو نقطهٔ A و B به فاصلهٔ $AB = 30cm$ از هم قرار دارند. بار $+q'$ را در چه فاصله‌ای برحسب سانتی‌متر از بار Q قرار دهیم تا به حال تعادل قرار گیرد؟ (سراسری قبل از ۸۰)

۱) ۱۵ ۲) ۳۰ ۳) ۴۵ ۴) ۶۰

۳۹- در تست قبل، بار $-2q'$ را در چه فاصله‌ای برحسب سانتی‌متر از بار Q قرار دهیم تا به حال تعادل قرار گیرد؟

۱) ۱۵ ۲) ۳۰ ۳) ۴۵ ۴) ۶۰

۴۰- در شکل روبه‌رو سه ذرهٔ الکتریکی نشان داده شده، بر روی محور y قرار گرفته‌اند. بار الکتریکی $q_۲$ را چند میکروکولن و چگونه تغییر دهیم تا بار الکتریکی $q_۳$ متعادل شود؟ (از وزن بارها صرف‌نظر شود.)



۱) $۳\mu C$ به آن بیافزاییم.
۲) $۳\mu C$ از آن کم کنیم.
۳) $۴\mu C$ به آن بیافزاییم.
۴) در وضعیت فعلی بار $q_۳$ متعادل است.

۴۱- در شکل زیر، دو بار الکتریکی نشان داده شده، فاصلهٔ یکسانی از مبدأ دارند. در کدام ناحیه اگر یک پروتون قرار گیرد، ممکن است نیرویی در جهت محور x به آن وارد شود؟

۱) فقط (۴)
۲) (۴) و (۲)
۳) (۴)، (۳) و (۲)
۴) (۱) و (۴)

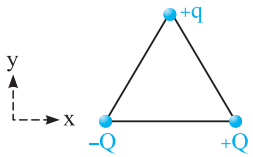
۴۲- دو بار الکتریکی $q_۱ = +۴\mu C$ و $q_۲ = -۱۶\mu C$ در فاصلهٔ $۶۰cm$ از یک‌دیگر قرار دارند. اگر بار الکتریکی $q_۳$ را در فاصلهٔ d از بار $q_۱$ قرار دهیم، هر سه بار نقطه‌ای به تعادل می‌رسند. به ترتیب از راست به چپ $q_۳$ چند میکروکولن و d چند سانتی‌متر است؟

۱) ۶۰ ،+۱۶
۲) ۶۰ ،-۱۶
۳) ۱۲۰ ،+۱۶
۴) ۱۲۰ ،-۱۶

برایند نیروی کولنی برای چند بار نقطه‌ای واقع در صفحه

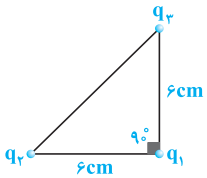
تو ادامهٔ کار، بارها رو از حالت هم‌امتداد خارج می‌کنیم و می‌بریم تو حالت‌های مثلثی، مستطیلی و ... . اصول محاسبهٔ برایند نیروها تو این حالت هم، عین حالت هم امتداره.

۴۳- سه بار نقطه‌ای Q+ و Q- و q+ در سه رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع مطابق شکل واقع‌اند. کدام گزینه، می‌تواند مقدار نیروی خالص وارد بر بار q+ باشد؟ (سراسری قبل از ۸۰، با تغییر)



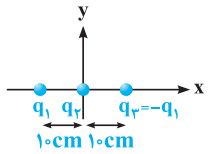
۱) $-۱۰\vec{i}$
۲) $+۱۰\vec{i}$
۳) $-۱۰\vec{j}$
۴) $+۱۰\vec{j}$

۴۴- در شکل مقابل، سه ذره با بارهای $q_۱ = q_۲ = q_۳ = ۴\mu C$ در سه رأس یک مثلث قائم‌الزاویه ثابت شده‌اند. برایند نیروهای الکتریکی وارد بر $q_۱$ ..... نیوتون و اگر تنها علامت بار $q_۲$ قرینه شود، بزرگی برایند نیروهای وارد بر $q_۱$ ..... و تغییر جهت ..... . $(k = ۹\times۱۰^۹ N.m^۲/C^۲)$



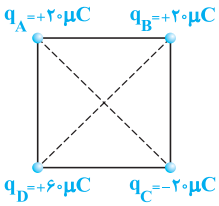
۱) $۴۰\sqrt{۲}$ ، تغییر کرده، می‌دهد
۲) $۲۰\sqrt{۲}$ ، ثابت می‌ماند، نمی‌دهد
۳) $۲۰\sqrt{۲}$ ، تغییر کرده، نمی‌دهد
۴) $۴۰\sqrt{۲}$ ، ثابت می‌ماند، می‌دهد

۴۵- مطابق شکل سه بار الکتریکی نقطه‌ای روی محور x قرار دارند. اندازهٔ نیروی وارد بر بار $q_۲$ برابر F است. اگر بار $q_۲$ را به اندازهٔ $۱۰cm$ روی محور y جابه‌جا کنیم، بزرگی نیروی وارد بر بار $q_۲$ چند برابر F خواهد شد؟ (سراسری قبل از ۸۰، با تغییر)



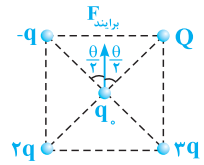
۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۱
۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$
۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۴۶- در چهار رأس یک مربع به ضلع ۲۰ سانتی‌متر، مطابق شکل بارهای نقطه‌ای قرار داده‌ایم. اگر یک بار $۱۰\mu C-$ را در مرکز مربع قرار دهیم، نیروی وارد بر آن چند نیوتون و در کدام جهت خواهد بود؟ (سراسری ریاضی ۸۲ خارج از کشور)



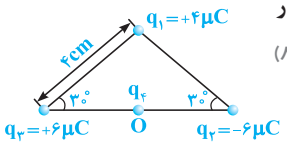
۱) $۱۸۰\sqrt{۲}$ ، به سمت چپ
۲) $۱۸۰\sqrt{۲}$ ، به سمت بالا
۳) $۲۷۰\sqrt{۲}$ ، به سمت بالا
۴) $۲۷۰\sqrt{۲}$ ، به سمت چپ

۴۷- مطابق شکل مقابل، چهار بار الکتریکی در رئوس مربع قرار گرفته و برایند نیروی وارد شده از طرف آن‌ها بر بار $q_۰$ واقع در مرکز مربع به سمت بالا می‌باشد. مقدار بار Q کدام است؟



۱) $۲q$
۲) q
۳) $-۲q$
۴) $-q$

۴۸- سه بار نقطه‌ای مطابق شکل در سه رأس یک مثلث ثابت شده‌اند. نیروی وارد بر بار $q_۴ = ۱\mu C$ واقع در نقطهٔ O، در وسط خط واصل دو بار $q_۲$ و $q_۳$ چند نیوتون است؟ (سراسری ریاضی ۸۴)



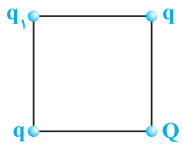
۱) ۴۵ ۲) ۹۰
۳) $۴۵\sqrt{۳}$ ۴) $۹۰\sqrt{۲}$

۴۹- در تست قبل، اگر تنها علامت بار $q_۲$ تغییر کند، جهت نیروی وارد بر بار $q_۴$ چند درجه تغییر خواهد کرد؟ (برگرفته از کتاب درسی)

۱) صفر ۲) ۴۵ ۳) ۹۰ ۴) ۱۸۰

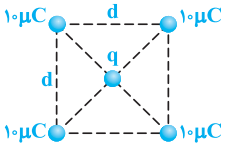
بررسی صفر شدن برایند نیروها، تو حالت بارهای غیرهم‌راستا هم نکات جالبی داره که تو ادامه دو تا سؤال خیلی مهم رو ازش بررسی می‌کنیم ...

۵۰- چهار بار الکتریکی مطابق شکل در رئوس مربع قرار دارند. اگر برایند نیروهای وارد شده بر بار $q_۱$ صفر باشد، کدام‌یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟ (سراسری قبل از ۸۰)



۱) ممکن است علامت بار q مثبت و علامت بار Q منفی باشد.
۲) ممکن است علامت بار q منفی و علامت بار Q مثبت باشد.
۳) برای برقراری تعادل، اندازهٔ بار Q، باید $۲\sqrt{۲}$ برابر اندازهٔ بار q باشد.
۴) مقدار بار الکتریکی $q_۱$، در تعادل آن نقش دارد.

۵۱- پنج بار نقطه‌ای مطابق شکل قرار دارند و برایند نیروهای الکتروستاتیکی وارد بر هر یک از این بارها صفر است. بار q تقریباً چند میکروکولن است؟

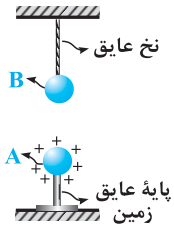


۱) ۱۹ ۲) −۱۹
۳) ۹/۵ ۴) −۹/۵

بررسی تعادل گلولهٔ باردار (آونگ الکتریکی)

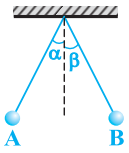
حالا بریم سراغ ترکیب قانون کولن، بحث تعادل و محاسبهٔ کشش نخ. البته خراییش رو بخواید، این بحثا با کتاب پایهٔ دوازدهمتون مخلوط شده ولی اُوردیم تا بچه درسخونا، ست کامل سؤالای قانون کولن رو دیده باشن ... این تستا رو فقط بچه درسخونا حل کنن ...

۵۲- در شکل مقابل، گلولهٔ رسانای A، دارای بار الکتریکی $۱\mu C$ و در فاصلهٔ ۳ سانتی‌متری از گلولهٔ B با جرم ۲kg و با بار الکتریکی $۰/۵\mu C$ قرار دارد و کشش ایجاد شده در نخ عایق برابر $T_۱$ است. اگر علامت بار الکتریکی گلولهٔ A قرینه شود، نیروی کشش نخ عایق چند برابر می‌شود؟ $(g = ۱۰N/kg\ ,\ k = ۹\times۱۰^۹\ N.m^۲/C^۲)$



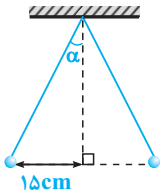
۱) $\frac{۵}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$
۳) ۲۵ ۴) ۱۵

۵۳- در شکل زیر، گلوله‌های باردار A و B با جرم‌های m_A و m_B و بارهای q_A و q_B از دو نخ با طول مساوی آویزان هستند و زاویهٔ انحراف آن‌ها از راستای قائم برابر α و β می‌باشد. اگر اندازهٔ نیروی الکتریکی وارد بر آن‌ها F_A و F_B باشد، کدام‌یک از عبارت‌های زیر درست می‌باشد؟ (سراسری قبل از ۸۰)



۱) دو نیروی F_A و F_B هم‌اندازه و هم‌جهت می‌باشند.
۲) برای برابر بودن دو زاویهٔ α و β، باید بار دو گلوله هم‌اندازه باشد.
۳) برای برابر بودن دو زاویهٔ α و β، باید جرم دو گلوله یکسان باشد.
۴) اگر $m_B > m_A$ باشد، در این صورت $\beta > \alpha$ است.

۵۴- مطابق شکل مقابل، دو گلولهٔ مشابه با بار یکسان و مثبت، هر یک به جرم ۲۴ گرم توسط نخ‌هایی سبک به طول ۳۹cm آویزان شده‌اند و در حالت تعادل قرار دارند. از هر گلوله، چند الکترون جدا شده است؟ $(e = ۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C\ ,\ k = ۹\times۱۰^۹\ N.m^۲/C^۲\ ,\ g = ۱۰m/s^۲)$



۱) $۶/۲۵\times۱۰^{۱۱}$ ۲) $۶/۲۵\times۱۰^{۱۲}$ ۳) $۲/۲۵\times۱۰^{۱۱}$ ۴) $۲/۲۵\times۱۰^{۱۲}$

محاسبهٔ میدان الکتریکی در اطراف یک بار نقطه‌ای و تحلیل پارامترهای مؤثر بر آن

بعد از تحلیل نیروهای کولنی، حالا می‌خوایم بریم سراغ میدان الکتریکی ناشی از یه بار نقطه‌ای و سؤالای مقدماتی رو ازش بررسی کنیم ...

۵۵- اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از یک بار الکتریکی نقطه‌ای، با ..... متناسب و با ..... از بار الکتریکی نسبت عکس دارد.

۱) مجذور بار الکتریکی ـ فاصله
۲) اندازهٔ بار الکتریکی ـ فاصله
۳) مجذور بار الکتریکی ـ مجذور فاصله
۴) اندازهٔ بار الکتریکی ـ مجذور فاصله

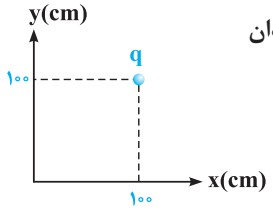
۵۶- اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای $۲۰\mu C$ در فاصلهٔ یک متری آن، چند نیوتون بر کولن است؟ $(k=۹\times۱۰^۹ N.m^۲/C^۲)$

۱) ۲×۱۰^۳ ۲) ۲×۱۰^۶ ۳) $۱/۸\times۱۰^۴$ ۴) $۱/۸\times۱۰^۵$ (سراسری ریاضی ۸۰)

۵۷- اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از بار کرهٔ کوچکی که $۲/۵\times۱۰^{۱۳}$ الکترون از دست داده است، در چند سانتی‌متری از آن برابر ۰/۹ مگانیوتون بر کولن است؟ $(k=۹\times۱۰^۹ N.m^۲/C^۲)$

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۵۸- مطابق شکل مقابل، بار الکتریکی $q=-۲۰nC$ در نقطهٔ $A(۱۰۰cm, ۱۰۰cm)$ قرار دارد. بردار میدان الکتریکی حاصل از این بار الکتریکی در مبدأ مختصات، در SI کدام است؟ $(k=۹\times۱۰^۹ N.m^۲/C^۲)$



۱) $\vec{E}=-۴۵\sqrt{۲}\,\vec{i}-۴۵\sqrt{۲}\,\vec{j}$
۲) $\vec{E}=۹۰\,\vec{i}+۹۰\,\vec{j}$
۳) $\vec{E}=۴۵\sqrt{۲}\,\vec{i}+۴۵\sqrt{۲}\,\vec{j}$
۴) $\vec{E}=۴۵\,\vec{i}+۴۵\,\vec{j}$

۲ تا سؤال بعدی، رو پارامتر فاصله تو فرمول E کار کرده و چندین بار مورد توجه بوده. تست بعدی یه سؤال خیلی قشنگ و ساده هست ...

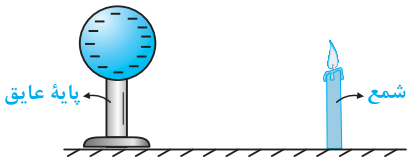
۵۹- اگر بردار شدت میدان حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای مثبت q_A در نقطهٔ B در SI برابر $\vec{E}_B=۲۵\times۱۰^۹\,\vec{i}$ و $\frac{AB}{BC}=\frac{۳}{۲}$ باشد، بردار شدت میدان الکتریکی در SI، برای نقطهٔ C کدام است؟

۱) $+۱۵\times۱۰^۹\,\vec{i}$
۲) $-۱۵\times۱۰^{+۹}\,\vec{i}$
۳) $+۹\times۱۰^۹\,\vec{i}$
۴) $-۹\times۱۰^۹\,\vec{i}$

۶۰- میدان الکتریکی در فاصلهٔ ۲۰ سانتی‌متری از بار q برابر E است. چند سانتی‌متر دیگر از این بار دور شویم تا میدان الکتریکی ۷۵ درصد کاهش یابد؟ (سراسری تجربی ۸۲ خارج از کشور)

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۶۱- در شکل زیر، شمعی در فاصلهٔ نسبتاً دور از یک کرهٔ رسانا با بار الکتریکی منفی نسبتاً بزرگ قرار دارد. اگر شمع را به نزدیکی کره منتقل کنیم، چه تغییری در وضعیت شعلهٔ شمع مشاهده می‌شود؟



۱) در راستای قائم باقی می‌ماند.
۲) به سمت چپ منحرف می‌شود.
۳) به سمت راست منحرف می‌شود.
۴) وضعیت مشخصی ندارد.

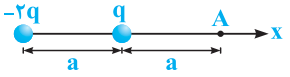
میدان الکتریکی ناشی از بارهای واقع در یک امتداد

تو ادامهٔ کار، عین بحث نیروهای کولنی، بریم سراغ محاسبهٔ میدان الکتریکی ناشی از چندتا بار الکتریکی واقع در یک امتداد ...

۶۲- بار الکتریکی نقطه‌ای مثبت دو میکروکولنی در مبدأ مختصات و بار هم‌نام نقطه‌ای چهار میکروکولنی در جهت مثبت محور y و در فاصلهٔ ۳ متری مبدأ قرار دارد. بردار میدان الکتریکی بین دو بار الکتریکی و در نقطه‌ای به فاصلهٔ ۲ متر از بار بزرگ‌تر در SI کدام است؟ $(k=۹\times۱۰^۹ N.m^۲/C^۲)$ (سراسری قبل از ۸۰)

۱) $۹\times۱۰^۳\,\vec{j}$ ۲) $-۹\times۱۰^۳\,\vec{j}$ ۳) $۱۸\times۱۰^۳\,\vec{j}$ ۴) $-۱۸\times۱۰^۳\,\vec{j}$

۶۳- میدان الکتریکی حاصل از بارهای شکل زیر، در نقطهٔ A، کدام است؟ $(q>۰)$ (سراسری قبل از ۸۰)

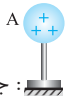


۱) $\frac{۳kq}{۲a^۲}$، در جهت مثبت x
۲) $\frac{kq}{۲a^۲}$، در جهت منفی x
۳) $\frac{kq}{۲a^۲}$، در جهت مثبت x
۴) $\frac{۳kq}{۲a^۲}$، در جهت منفی x

پاسخ‌نامهٔ تشریحی — الکتریسیتهٔ ساکن (نیروی الکتریکی و میدان الکتریکی)

۱ ۱ با توجه به سری تریبوالکتریک در درسنامه، با مالش میلهٔ پلاستیکی و پارچهٔ پشمی به یک‌دیگر، میلهٔ پلاستیکی بار منفی پیدا می‌کند که مقدار آن مضرب صحیحی از یک مقدار پایه (بار الکترون) می‌باشد و گزینهٔ (۱) صحیح است. $q=-ne$

۲ ۳ همان‌طور که در درسنامه مطرح شد، وقتی جسمی دارای بار الکتریکی مثبت و یا منفی است، در واقع الکترون از آن گرفته و یا به آن داده شده است، این موضوع یعنی باردار کردن یک جسم، تعداد پروتون‌های آن جسم را تغییر نمی‌دهد، بنابراین گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست است. حال می‌توان نوشت:



جسم A: $q_A=ne \Rightarrow ۸۰\times۱۰^{-۹}=n\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹} \Rightarrow n=۵\times۱۰^{۱۱} \Rightarrow$ جسم A، ۵×۱۰^{۱۱} الکترون از دست داده است.

جسم B: $q_B=-ne \Rightarrow -۴/۸\times۱۰^{-۷}=-n\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹} \Rightarrow n=۳\times۱۰^{۱۲} \Rightarrow$ به جسم B، ۳×۱۰^{۱۲} الکترون داده‌ایم.

۳ ۳ با مالش میلهٔ شیشه‌ای با پارچهٔ ابریشمی، بار الکتریکی آن مثبت می‌شود (با توجه به بالاتر بودن شیشه نسبت به ابریشم در سری تریبوالکتریک). از سوی دیگر مطابق با رابطهٔ $q=+ne$، بار الکتریکی میله، مضرب صحیحی از بار پایه می‌باشد:

$$q=ne \Rightarrow n=\frac{q}{e}$$

حال به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ (۱): $n=\frac{q}{e}=\frac{۲\times۱۰^{-۱۹}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۱/۲۵ \rightarrow$ عدد صحیح نمی‌باشد. ✗

گزینهٔ (۳): $n=\frac{q}{e}=\frac{۸\times۱۰^{-۱۹}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}}=۵ \rightarrow$ عدد صحیح است. ✓

با توجه به گزینه‌ها، تنها در گزینهٔ (۳) یک عدد صحیح و مثبت به‌دست آمده و جواب سؤال می‌باشد.

۴ ۱ چون جسم الکترون از دست می‌دهد، بنابراین در حالت ثانویه بار آن مثبت و در حالت اولیه بار آن منفی است (رد گزینه‌های ۲ و ۳). بار جسم به مقدار $-۲q_۰$ تغییر کرده است (از $q_۰$ به $-q_۰$ رسیده است) و داریم:

$$\begin{cases}\Delta q=-q_۰-(q_۰)=-۲q_۰\\ \Delta q=ne\end{cases} \Rightarrow -۲q_۰=ne=۵\times۱۰^{۱۵}\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}=۸\times۱۰^{-۴} \Rightarrow q_۰=-۴\times۱۰^{-۴}C=-۴۰۰\mu C$$

۵ ۳ با توجه به اصل پایستگی بار الکتریکی، مجموع جبری بارهای الکتریکی در یک دستگاه منزوی (دستگاهی که با محیط اطراف تبادل بار الکتریکی ندارد)، برابر صفر است. این موضوع در گزینهٔ (۳) رعایت نشده و اصل پایستگی بار الکتریکی نقض می‌شود.

۶ ۲ برای پاسخ دادن به این سؤال، به سه نکتهٔ زیر توجه کنید:

۱- نوترون از نظر بار الکتریکی خنثی است، پس می‌توان گفت بار الکتریکی کل هستهٔ یک اتم، با بار پروتون‌های آن هسته برابر است.

۲- اندازهٔ بار پروتون و الکترون با یک‌دیگر یکسان است $(|q_e|=|q_p|=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}C)$.

۳- در یک اتم خنثی، تعداد الکترون‌ها و پروتون‌ها مساوی هستند.

حال با توجه به سه نکتهٔ بالا می‌توان نوشت:

تعداد پروتون‌ها یا الکترون‌ها: $n=\frac{Q}{e} \Rightarrow Q=ne$ (بار الکتریکی مثبت هسته)

۷ ۳ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: محاسبهٔ تعداد الکترون‌های اتم دو بار مثبت $X^{۲+}$:

$$q=-ne \Rightarrow -۴/۸\times۱۰^{-۱۸}=-n\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹} \Rightarrow n=۳۰$$

گام دوم: تعداد الکترون‌های اتم دو بار مثبت $(X^{۲+})$، ۲ واحد کم‌تر از تعداد پروتون‌های آن می‌باشد. بنابراین تعداد پروتون‌های این اتم برابر ۳۲ می‌باشد.

۸ ۱ چون جسم A نسبت به B به انتهای مثبت سری تریبوالکتریک نزدیک‌تر است، بنابراین در اثر مالش این دو جسم به یک‌دیگر، بار الکتریکی جسم A مثبت و بار الکتریکی جسم B منفی می‌شود. به طور مشابه، ثابت می‌شود که در تماس دو جسم C و D، بار الکتریکی C مثبت و بار الکتریکی D منفی می‌شود. بنابراین اجسام A و C و هم‌چنین B و D یک‌دیگر را دفع می‌کنند، پس گزینهٔ (۱) صحیح است.

انتهای مثبت سری	
A	در مالش این دو جسم به یک‌دیگر، بار A مثبت و بار B منفی می‌شود. $(q_A>0, q_B<0)$
B	
C	در مالش این دو جسم به یک‌دیگر، بار C مثبت و بار D منفی می‌شود. $(q_C>0, q_D<0)$
D	
انتهای منفی سری	

۹ ۲ پس از مالش دو جسم A و B با یک‌دیگر، بار الکتریکی جسم B مثبت شده است، بنابراین B به انتهای مثبت سری نزدیک‌تر می‌باشد.
پس از مالش دو جسم C و D با یک‌دیگر، جسم C جسم B را دفع کرده است، بنابراین بار C با بار B هم‌نام است و در نتیجه بار C مثبت و بار D منفی است. بنابراین C نسبت به D به انتهای مثبت سری نزدیک‌تر است که این شرایط فقط در گزینهٔ (۲) رعایت شده است.

۱۰ ۴ همان‌طور که می‌دانید، هنگامی که در سری الکتریسیتهٔ مالشی، مادهٔ بالاتر را با مادهٔ پایین‌تر مالش می‌دهیم، الکترون‌ها از مادهٔ بالاتر به مادهٔ پایین‌تر منتقل می‌شوند، بنابراین در این سؤال، شیشه و نایلون الکترون از دست می‌دهند و پارچهٔ پشمی الکترون می‌گیرد. از طرف دیگر، تعداد الکترون‌هایی که پارچهٔ پشمی می‌گیرد، برابر مجموع تعداد الکترون‌هایی است که شیشه و نایلون از دست می‌دهند، بنابراین داریم:

$$q_C=-(q_A+q_B)\Rightarrow q_A+q_B=-q_C$$

نگاه دیگر: با توجه به اصل پایستگی بار الکتریکی، هنگامی که دو جسم را با هم مالش می‌دهیم، الکترون‌ها از یکی از آن‌ها به دیگری منتقل می‌شود، به طوری‌که مجموع بار الکتریکی آن‌ها برابر صفر است. در این سؤال نیز که سه جسم را مالش داده‌ایم، الکترون بین آن‌ها مبادله می‌شود، به طوری‌که مجموع بار الکتریکی آن‌ها برابر صفر است. بنابراین داریم:

$$q_A+q_B+q_C=0\Rightarrow q_A+q_B=-q_C$$

۱۱ ۱ با توجه به قانون کولن می‌توان گفت:

$$F=\frac{k|q_1||q_2|}{r^2}\rightarrow\begin{cases}F\propto|q_1||q_2|\Rightarrow\text{رابطهٔ مستقیم با حاصل‌ضرب اندازهٔ بارها}\\F\propto\frac{1}{r^2}\Rightarrow\text{رابطهٔ معکوس با مجذور فاصلهٔ بین دو بار}\end{cases}$$

۱۲ ۱ برای پاسخ دادن به این سؤال، با توجه به رابطهٔ قانون کولن می‌توان نوشت:

$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow k=\frac{Fr^2}{|q_1||q_2|}\Rightarrow k\text{ یکای}\equiv\frac{\text{نیوتون}\times(\text{متر})^2}{\text{کولن}\times\text{کولن}}\equiv\frac{N.m^2}{C^2}$$

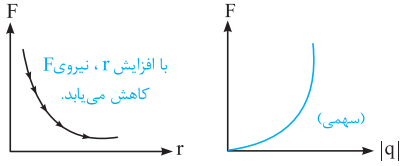
در ادامه با توجه به رابطهٔ $k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$، یکای ضریب گذردهی الکتریکی در خلأ (ε_0)، برعکس یکای ثابت کولن (k) است و داریم:

$$k\text{ یکای}\equiv\frac{N.m^2}{C^2}\Rightarrow\varepsilon_0\text{ یکای}\equiv\frac{C^2}{N.m^2}$$

۱۳ ۲ گزینهٔ (۱) یک الکتروسکوپ، گزینهٔ (۲) یک ترازوی پیچشی، گزینهٔ (۳) مولد وان‌دوگراف و گزینهٔ (۴) وسیلهٔ مورد نیاز برای انجام آزمایش فاراده را نشان می‌دهد. همان‌طور که می‌دانید، کولن به وسیلهٔ ترازوی پیچشی، عوامل مؤثر بر نیروی الکتریکی بین دو ذرهٔ باردار را شناسایی کرد.

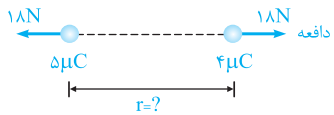
۱۴ ۳ با توجه به رابطهٔ نیروی کولنی بین دو بار، رابطهٔ F با r و q به‌صورت زیر است:

$$F=\frac{k|q_1||q_2|}{r^2}\xrightarrow{|q_1|=|q_2|=q}F=\frac{kq^2}{r^2}\Rightarrow\begin{cases}F\propto q^2\\F\propto\frac{1}{r^2}\end{cases}\Rightarrow$$



تذکر: دو بار الکتریکی هم‌اندازه و غیرهم‌نام که در فاصلهٔ r از یک‌دیگر قرار دارند، یک دوقطبی الکتریکی نامیده می‌شوند.

۱۵ ۴



$$F=k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}\Rightarrow r^2=\frac{k|q_1||q_2|}{F}=\frac{9\times10^9\times(5\times10^{-6})\times(4\times10^{-6})}{18}=0/01\Rightarrow r=0/1m=10cm$$

۱۶ **۳** با توجه به اطلاعات مسأله، می‌توان نوشت:

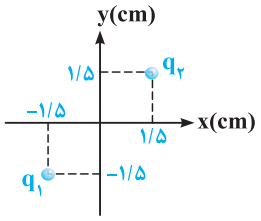
$$\begin{cases} F = k\dfrac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow 5 = 9\times10^9 \times \dfrac{|q_1||q_2|}{(3\times10^{-1})^2} \Rightarrow |q_1||q_2| = 5\times10^{-11}\,C^2 = 50\mu C^2 \\ |q_1|+|q_2| = 15\mu C \end{cases}$$

حاصل‌ضرب دو بار هم‌نام $50\mu C^2$ و حاصل‌جمع آن‌ها $15\mu C$ است، بنابراین اندازهٔ بار الکتریکی دو ذره برابر $5\mu C$ و $10\mu C$ است. البته اگر علاقه‌مند باشید می‌توانید با حل معادلهٔ درجه دوم نیز دو معادله دو مجهول اخیر را حل کنید، ولی این‌کار، زمان‌بر و طولانی است.

۱۷ **۱** مشابه با تمرین (۵) درسنامه، گزینهٔ (۱) صحیح است.

برای تمرین بیشتر، تمرین زیر را نیز بررسی کنید.

تمرین: در شکل مقابل، بردار نیروی الکتریکی وارد بر بار q_1 در SI کدام است؟



$(q_1 = q_2 = 2\mu C\ ,\ k = 9\times10^9\ N.m^2/C^2)$

۱) $\vec{F} = 10\vec{i} + 10\vec{j}$

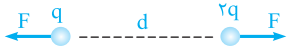
۲) $\vec{F} = -10\sqrt{2}\,\vec{i} - 10\sqrt{2}\,\vec{j}$

۳) $\vec{F} = -20\sqrt{2}\,\vec{i} - 20\sqrt{2}\,\vec{j}$

۴) $\vec{F} = -20\vec{i} + 20\vec{j}$

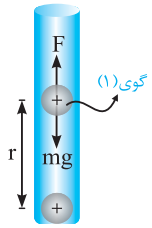
پاسخ: گزینهٔ (۲)

۱۸ **۴** با توجه به شکل زیر، نیرویی که بار q بر بار $2q$ وارد می‌کند، با نیرویی که بار $2q$ بر بار q وارد می‌کند، مساوی و در خلاف جهت هم است. این موضوع بیانی از قانون سوم نیوتون است (هر عملی را عکس‌العملی است مساوی و در خلاف جهت آن) و در نهایت می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} \text{نیروی } q \text{ بر } 2q = \vec{F} = 10\vec{i} \\ \text{نیروی } 2q \text{ بر } q = -\vec{F} = -10\vec{i} \end{cases}$$

۱۹ **۲** برای معلق ماندن گوی بالایی، نیروی دافعهٔ الکتریکی بین دو گوی باید وزن گوی (۱) را خنثی کند و برای رسیدن به این هدف داریم:



شرط معلق ماندن: $F = mg \Rightarrow \dfrac{kq\times q}{r^2} = mg$

$$\Rightarrow \frac{9\times10^9\times q^2}{(1\times10^{-2})^2} = (0/9\times10^{-3})\times10 \Rightarrow q^2 = 10^{-16}C^2 \Rightarrow q = 10^{-8}C$$

و برای پیدا کردن تعداد الکترون‌های کنده شده از هر گوی می‌توان نوشت:

$$q = ne \Rightarrow 10^{-8} = n\times(1/6\times10^{-19}) \Rightarrow n = \frac{1}{1/6}\times10^{11} = 6/25\times10^{10}$$

۲۰ **۳** از آن جایی‌که نیرویی که ذرهٔ A بر ذرهٔ B وارد می‌کند، با نیرویی که ذرهٔ B بر ذرهٔ A وارد می‌کند، با توجه به قانون سوم نیوتون برابر است، می‌توان نوشت:

$$F_A = F_B \xrightarrow{F=ma} m_A a_A = m_B a_B \Rightarrow m a_A = 2m a_B \Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{2m}{m} = 2$$

روش بهتر: چون اندازهٔ نیروها با یک‌دیگر یکسان است، ذرهٔ A که جرم آن نصف جرم ذرهٔ B است، لزوماً شتابی ۲ برابر شتاب ذرهٔ B دارد.

۲۱ **۴** با استفاده از قانون کولن برای مقایسهٔ بزرگی نیروی الکتریکی بین دو ذرهٔ باردار در دو حالت داریم:

$$\begin{cases} F_1 = k\dfrac{|q_1||q_2|}{r_1^2} = k\dfrac{|q_e||q_p|}{r_1^2} = k\dfrac{e^2}{r_1^2} \\ F_2 = k\dfrac{|q_p||q_p|}{r_2^2} = k\dfrac{e^2}{r_2^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = \left(\frac{a}{2\times10^{-4}a}\right)^2 = \frac{10^8}{4} = 2/5\times10^7$$

۲۲ **۲** برای این‌که نیروی کولنی بین دو بار نصف شود (۵۰ درصد کاهش یابد)، فاصلهٔ بین دو بار باید $\sqrt{2}$ برابر شود:

$$F = \frac{k|q_1||q_2|}{d^2} \Rightarrow \frac{F'}{F} = \left(\frac{d}{d'}\right)^2 \xrightarrow{F'=\frac{F}{2}} \frac{1}{2} = \left(\frac{d}{d'}\right)^2 \Rightarrow d' = \sqrt{2}d$$

۲۳ **۱** **روش اول:** با توجه به ثابت ماندن نیرو در دو حالت می‌توان نوشت:

$$F = F' \Rightarrow \frac{k|q_1||q_2|}{r^2} = \frac{k|2q_1|\times|q_2|}{(r')^2} \Rightarrow r' = \sqrt{2}\,r$$

روش دوم: با دو برابر شدن اندازهٔ یکی از بارها، نیروی بین دو بار الکتریکی هم ۲ برابر می‌شود و برای ثابت ماندن نیرو، باید r را طوری انتخاب کنیم که کسر را نصف کند و این موضوع یعنی r باید $\sqrt{2}$ برابر شود:

$$\text{ثابت } F = \frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$$

(q_1: ۲ برابر، r^2: $(\sqrt{2})^2$ برابر)

۲۴ **۴** درصد باری که از یکی از بارها برداشته و به دیگری اضافه شده است را x درنظر می‌گیریم. حال با بررسی دو حالت، مقدار مجهول را به‌دست می‌آوریم:

حالت اولیه : F ← +Q ---- r ---- +Q → F

حالت ثانویه : F′ ← Q-xQ ---- r ---- Q+xQ → F′

$$\begin{cases} (1): F = \dfrac{k|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{\text{بارها مشابه‌اند}} F = \dfrac{kQ^2}{r^2} \\ (2): F' = \dfrac{k|q_1'||q_2'|}{r'^2} = k\dfrac{\overbrace{(Q-xQ)}^{Q(1-x)}\overbrace{(Q+xQ)}^{Q(1+x)}}{r^2} = \dfrac{kQ^2}{r^2}(1-x^2) \end{cases}$$

$$F' = \frac{15}{16}F \Rightarrow (1-x^2)\left(\frac{kQ^2}{r^2}\right) = \frac{15}{16}\left(\frac{kQ^2}{r^2}\right) \Rightarrow 1-x^2 = \frac{15}{16} \Rightarrow x^2 = 1-\frac{15}{16} = \frac{1}{16} \Rightarrow x = \frac{1}{4} \equiv ٪25$$

خلاقیت حرفه‌ای‌ها: به‌دلیل اهمیت این سؤال می‌خواهیم کمی بیشتر به بررسی آن بپردازیم. کافیست کمی ذهنی‌تر به این سؤال نگاه کنیم:

F ← q ---- r ---- q → F ⇒ F′ ← q+xq=q(1+x) ---- r ---- q-xq=q(1-x) → F′

$$\frac{F'}{F} = \frac{|q_1'||q_2'|}{|q_1||q_2|} \Rightarrow \frac{F'}{F} = 1-x^2 = \frac{15}{16} \Rightarrow x^2 = \frac{1}{16} \Rightarrow x = \frac{1}{4} \equiv ٢٥٪$$

باز هم سریع‌تر: نیرو چه‌قدر کم شده است؟ $\frac{1}{16}F \Leftarrow$ جذر $\frac{1}{16}$ برابر x است. $\Leftarrow x = \frac{1}{4}$ یا ۲۵٪ است.

تمرین: **اگر نیرو $\frac{24}{25}$ برابر شود، x چه‌قدر است؟**

پاسخ: نیرو چه‌قدر کم شده است؟ $\frac{1}{25}F \Leftarrow$ *جذر* $\frac{1}{25}$ *برابر* x *است.* $\Leftarrow x = \frac{1}{5}$ *یا* ۲۰٪ *است.*

۲۵ **۲** این سؤال، مکمل خوبی برای تست قبل محسوب می‌شود، زیرا در آن بارها برابر و مختلف‌العلامت هستند. در این سؤال ۲۰ درصد $\left(\frac{20}{100} = \frac{1}{5}\right)$ یکی از بارها را کم کرده و به دیگری اضافه کرده‌ایم. برای این‌که نیروی کولنی بین دو بار تغییر نکند، باید فاصلهٔ دو بار را تغییر دهیم. بنابراین می‌توان نوشت:

حالت اولیه : q → F ---- r ---- F ← -q

حالت ثانویه : F′ → $q_1' = q - \frac{1}{5}q = \frac{4}{5}q$ ---- r′ ---- $q_2' = -q + \frac{1}{5}q = -\frac{4}{5}q$ ← F′

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow{F'=F} k\frac{|q|\times|q|}{r^2} = k\frac{\left|\frac{4}{5}q\right|\times\left|\frac{4}{5}q\right|}{(r')^2} \Rightarrow \left(\frac{r'}{r}\right)^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{4}{5}$$

۲۶ **۴** این یک سؤال بسیار جالب و جدید است. با توجه به قانون کولن در مقایسهٔ دو حالت می‌توان نوشت:

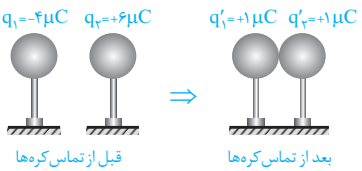
$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} F_1 = k\dfrac{|q_1||q_2|}{r^2} \\ F_2 = k\dfrac{\left|q_1 - \frac{1}{2}q_1\right|\left|q_2 + \frac{1}{2}q_1\right|}{r^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{\frac{1}{2}|q_1||q_2| + \frac{1}{4}|q_1^2|}{|q_1||q_2|} = 0/5 + \frac{|q_1|}{4|q_2|} \xrightarrow[F_2 > F_1]{\text{خواستهٔ سؤال}} 0/5 + \frac{|q_1|}{4|q_2|} > 1$$

$$\Rightarrow \frac{|q_1|}{4|q_2|} > 0/5 \Rightarrow |q_1| > 2|q_2| \Rightarrow q_1 > 2q_2$$

دقت: در این سؤال، دو حالت زیر نیز می‌تواند پرسیده شود:

$$\Rightarrow \frac{F_۲}{F_۱} = ۰/۵ + \frac{|q_۱|}{۴|q_۲|} \Rightarrow \text{اگر} \begin{cases} \frac{|q_۱|}{۴|q_۲|} = ۰/۵ \Rightarrow q_۱ = ۲q_۲ \Rightarrow \frac{F_۲}{F_۱} = ۱ \Rightarrow F_۲ = F_۱ \\ \frac{|q_۱|}{۴|q_۲|} < ۰/۵ \Rightarrow q_۱ < ۲q_۲ \Rightarrow \frac{F_۲}{F_۱} < ۱ \Rightarrow F_۲ < F_۱ \end{cases}$$

۲۷ **۳** با توجه به مشابه بودن گوی‌ها، پس از تماس آن‌ها با یک‌دیگر، بار الکتریکی کره‌ها با یک‌دیگر برابر شده و مقدار آن برابر است با:



$$\begin{cases} q_۱ = -۴\mu C \\ q_۲ = +۶\mu C \end{cases} \Rightarrow q'_۱ = q'_۲ = \frac{q_۱ + q_۲}{۲} = \frac{(-۴) + ۶}{۲} = ۱\mu C$$

به‌عبارت دیگر با تماس دادن دو کره با یک‌دیگر باید به میزان $-۵\mu C$ بار از کرهٔ اول به کرهٔ دوم منتقل شود. در ادامه با توجه به رابطهٔ $q = ne$ تعداد الکترون‌های مبادله‌شده را به‌دست می‌آوریم:

$$q = -ne \Rightarrow -۵ \times ۱۰^{-۶} = n \times (-۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹}) \Rightarrow n = ۳/۱۲۵ \times ۱۰^{۱۳}$$

۲۸ **۱** در حالت جدید بار هر دو کره یکسان شده و مقدار آن برابر است با:

$$q'_۱ = q'_۲ = \frac{-۶ + (+۴)}{۲} = -۱nC$$

در ادامه می‌توان گفت نیروی بین آن‌ها از نوع رانشی بوده و به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$F' = k\frac{|q'_۱||q'_۲|}{r^۲} = ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{(۱ \times ۱۰^{-۹}) \times (۱ \times ۱۰^{-۹})}{(۳۰ \times ۱۰^{-۲})^۲} = ۱۰^{-۷}\,N = ۱۰۰nN$$

۲۹ **۲** می‌دانیم که دو کره قبل از تماس یک‌دیگر را جذب می‌کنند، بنابراین بار دو کره ناهم‌نام است. اکنون دو حالت را فرض می‌کنیم:

الف) اندازهٔ بار دو کره برابر است ($|q_۱| = |q_۲|$): در این حالت با تماس دو کره، بارها یک‌دیگر را خنثی می‌کنند و دیگر باری برای کره‌ها باقی نمی‌ماند، بنابراین در این حالت کره‌ها نمی‌توانند پس از اتصال یک‌دیگر را دفع کنند.

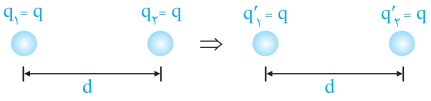
$$q'_۱ = q'_۲ = \frac{q_۱ + q_۲}{۲} = ۰$$

ب) اندازهٔ بار دو کره برابر نباشد: در این حالت با تماس دو کره، مقداری از بار بزرگ‌تر توسط بار کوچک‌تر خنثی شده و مابقی آن بین دو کره به‌طور یکسان پخش می‌شود، بنابراین در این حالت کره‌ها پس از اتصال یک‌دیگر را دفع می‌کنند.

> **تذکر:** دقت کنیم در این سؤال مقدار نیروی بین دو کره در حالت قبل از تماس بیشتر از حالت بعد از تماس است (چرا؟).

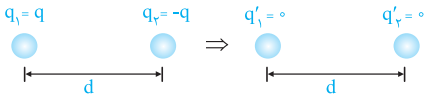
۳۰ **۴** در این سؤال با توجه به علامت بار دو کره، هر سه حالت می‌تواند رخ دهد. با سه مثال ساده این موضوع را بررسی می‌کنیم:

حالت اول: اگر دو کره بار هم‌علامت و مساوی داشته باشند، پس از اتصال نیروی بین دو کره تغییر نمی‌کند، زیرا حاصل‌ضرب $|q_۱||q_۲|$ تغییر نمی‌کند.



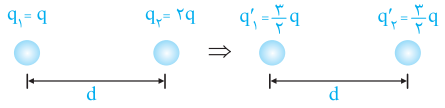
$$q'_۱ = q'_۲ = \frac{q + q}{۲} = q$$

حالت دوم: اگر دو کره بار مساوی و مختلف‌العلامت داشته باشند، پس از اتصال نیروی بین دو کره صفر شده و به عبارتی کاهش می‌یابد.



$$q'_۱ = q'_۲ = \frac{q + (-q)}{۲} = ۰ \Rightarrow F' = ۰ < F$$

حالت سوم: اگر دو کره بار نامساوی و هم‌علامت داشته باشند، پس از اتصال نیروی بین دو کره افزایش می‌یابد. برای درک بهتر این حالت به اعداد زیر توجه کنید:



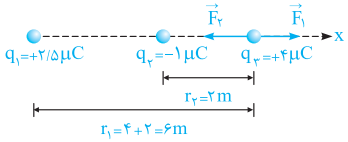
$$q'_۱ = q'_۲ = \frac{q + ۲q}{۲} = \frac{۳}{۲}q$$

$$\begin{cases} |q'_۱||q'_۲| = \left|\frac{۳}{۲}q\right| \times \left|\frac{۳}{۲}q\right| = \frac{۹}{۴}q^۲ \\ |q_۱||q_۲| = |q| \times |۲q| = ۲q^۲ \end{cases} \xrightarrow{F \propto |q_۱||q_۲|} F' > F$$

بنابراین هر سه حالت ممکن است رخ دهد.

۳۱ **۲** در پاسخ سؤال قبل، در حالت سوم به کمک یک مثال عددی دیدیم که اگر دو کره دارای بار الکتریکی هم‌نام و نامساوی باشند، اندازهٔ نیروی بین دو کره بعد از تماس دادن به یک‌دیگر بیشتر از حالت قبل از تماس است (این موضوع با کمک اصول ریاضی نیز به سادگی قابل اثبات است).

۳۲ **۱** بار الکتریکی q_1 بار q_3 را دفع می‌کند $(\vec{F}_1)$ و بار الکتریکی q_2 بار q_3 را جذب می‌کند $(\vec{F}_2)$.



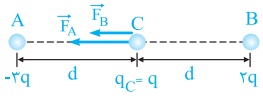
$$\begin{cases} (\text{دافعه}): F_1 = k\dfrac{|q_1||q_3|}{r_1^2} = 9\times10^9\times\dfrac{2/5\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(6)^2} = 2/5\times10^{-3}\ N \xrightarrow{\text{x در جهت محور } \vec{F}_1} \vec{F}_1 = 2/5\times10^{-3}\,\vec{i} \\ (\text{جاذبه}): F_2 = k\dfrac{|q_2||q_3|}{r_2^2} = 9\times10^9\times\dfrac{1\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(2)^2} = 9\times10^{-3}\ N \xrightarrow{\text{x در خلاف جهت محور } \vec{F}_2} \vec{F}_2 = -9\times10^{-3}\,\vec{i} \end{cases}$$

بنابراین برایند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر است با:

$$\vec{F}_T = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 2/5\times10^{-3}\,\vec{i} + (-9\times10^{-3}\,\vec{i}) = -6/5\times10^{-3}\,\vec{i}$$

به عبارت دیگر اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر $6/5\times10^{-3}$ نیوتون و در خلاف جهت محور x می‌باشد.

۳۳ **۲** فرض می‌کنیم اندازهٔ نیرویی که دو بار q در فاصلهٔ d بر یک‌دیگر وارد می‌کنند، برابر F باشد در این صورت اندازهٔ نیروهای F_A و F_B برابر است با:



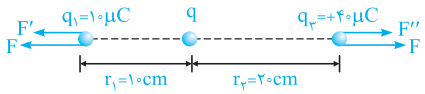
نیروی بین B و C (دافعه): $\overset{\text{۲ برابر}}{F} = k\dfrac{\overset{\text{۲ برابر}}{|q_B|}\,q}{d^2} \Rightarrow F_B = 2F$

نیروی بین A و C (جاذبه): $\overset{\text{۳ برابر}}{F} = k\dfrac{\overset{\text{۳ برابر}}{|q_A|}\,|q|}{d^2} \Rightarrow F_A = 3F$

با برایندگیری از نیروهای هم‌جهت به‌دست آمده، داریم:

$R = 3F + 2F = 5F$ (به سمت چپ)

۳۴ **۴** این سؤال، یک سؤال جالب و مفهومی است. دو بار q_1 و q_3 یک‌دیگر را با نیروی F دفع می‌کنند. حال اگر بار q را مثبت فرض کنیم، این بار q دو بار q_1 و q_3 را نیز دفع می‌کند. با توجه به نیروهای نشان داده شده بر روی شکل، برای برابر بودن اندازهٔ برایند نیروهای وارد بر دو بار q_1 و q_3 باید داشته باشیم:



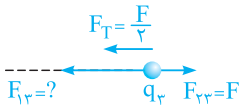
$$\begin{cases} F_{T_1} = F + F' = F + k\dfrac{|q_1||q|}{r_1^2} = F + k\times\dfrac{10\times10^{-6}\,|q|}{(10^{-1})^2} = F + 10^{-3}\,k\,|q| \\ F_{T_3} = F + F'' = F + k\dfrac{|q_3||q|}{r_2^2} = F + k\times\dfrac{40\times10^{-6}\,|q|}{(2\times10^{-1})^2} = F + 10^{-3}\,k\,|q| \end{cases}$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم، بدون توجه به این‌که اندازهٔ بار الکتریکی q چه مقدار باشد، همیشه دو نیروی F_{T_1} و F_{T_3} با هم برابر می‌باشند. بنابراین بار الکتریکی q هر مقدار دلخواهی را می‌تواند داشته باشد.

تذکر: توصیه می‌شود که به عنوان تمرین نشان دهید که اگر بار q منفی باشد نیز به همین نتیجه می‌رسیم.

۳۵ **۳** **گام اول:** چون بارهای q_2 و q_3 یک‌دیگر را دفع می‌کنند، بنابراین هم‌نام می‌باشند و از طرفی نیرویی که q_2 به q_3 وارد می‌کند نیز طبق قانون سوم نیوتون برابر F و باید به‌سمت راست باشد (حالت دافعه).

گام دوم: همان‌طور که در صورت سؤال مطرح شده است، بزرگی برایند نیروهای وارد بر بار q_3 برابر $\frac{F}{2}$ و به‌سمت چپ است، بنابراین مطابق شکل رسم شده، بار q_1، باید بار q_3 را با نیروی $F_{13}=\frac{3}{2}F$ به سمت خود، یعنی به سمت چپ، جذب کند:



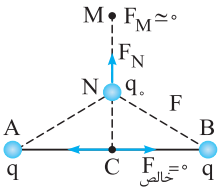
$$F_T = F_{13} - F_{23} \Rightarrow \frac{F}{2} = F_{13} - F \Rightarrow F_{13} = \frac{3}{2}F$$

گام سوم: حال با توجه به این‌که $F_{13}=\frac{3}{2}F$ و $F_{23}=F$ می‌باشد، به سادگی می‌توان نسبت $\frac{q_1}{q_2}$ را به‌دست آورد:

$$F_{13} = \frac{3}{2}F \Rightarrow F_{13} = \frac{3}{2}F_{23} \Rightarrow k\frac{|q_1||q_3|}{(2d)^2} = \frac{3}{2}\times k\frac{|q_2||q_3|}{d^2} \Rightarrow \left|\frac{q_1}{q_2}\right| = 6$$

بار q_1، بار q_3 را جذب و بار q_2، بار q_3 را دفع می‌کند، بنابراین بارهای q_1 و q_2 مختلف‌العلامت می‌باشد و $\frac{q_1}{q_2} = -6$ می‌باشد.

۳۶ **۲** مطابق شکل، نیروی وارد شده به بار q_0 را در سه نقطهٔ M، N و C بررسی می‌کنیم. نقطهٔ M در فاصلهٔ بسیار زیادی از بارها قرار گرفته است و طبق رابطهٔ $F=\frac{k|q_1||q_2|}{r^2}$، چون فاصله بسیار زیاد است، اندازهٔ نیروی وارد شده به بار q_0 بسیار ناچیز است. در نقطهٔ C نیز همان‌طور که در شکل می‌بینید، نیروهای وارد شده به بار q_0 هم‌اندازه و مختلف‌الجهت هستند و یک‌دیگر را خنثی می‌کنند و نیروی خالص وارد شده به q_0، صفر می‌شود. اما در نقطهٔ N، نیرویی به بزرگی F به بار q_0 وارد می‌شود، بنابراین در انتقال بار q_0 از M به C، ابتدا بزرگی نیروی الکتریکی وارد شده بر آن، **افزایش** و سپس **کاهش** می‌یابد.

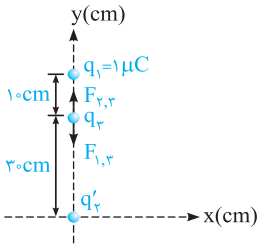


۳۷ **۲** با توجه به درسنامه، از آن‌جایی‌که نقطهٔ C (محل صفر شدن برایند نیروها) خارج از فاصلهٔ بین دو بار q_A و q_B قرار دارد، درمی‌یابیم این دو بار با یک‌دیگر مختلف‌العلامت هستند (q_B, q_A) و چون نقطهٔ C به نقطهٔ B نزدیک‌تر است، می‌فهمیم این بار اندازهٔ کوچک‌تری دارد.

۳۸ **۴** با توجه به تمرین (۱۷) در درسنامه، گزینهٔ (۴) صحیح است.

۳۹ **۴** همان‌طور که در روند حل تست قبل (در درسنامه) مشاهده می‌شود، مقدار و علامت بار q'، در به تعادل رسیدن آن نقشی ندارد و اگر اندازهٔ بار q' دو برابر و حتی قرینه نیز شود، مجدداً تعادل برای آن برقرار است و پاسخ همان ۶۰cm می‌باشد.

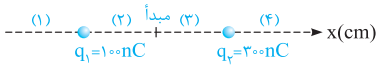
۴۰ **۱** برای تعادل بار الکتریکی q_3 باید دو نیروی مساوی و در خلاف جهت هم به آن وارد شود. بار جدید q_2 را با q'_2 نشان می‌دهیم. بنابراین داریم:



$$F_{2,3}=F_{1,3}\Rightarrow\frac{k|q'_2||q_3|}{(30)^2}=\frac{k|q_1||q_3|}{(10)^2}\Rightarrow\frac{|q'_2|}{900}=\frac{1}{100}\Rightarrow|q'_2|=9\mu C\Rightarrow q'_2=9\mu C$$

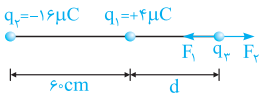
با توجه به این‌که $q_2=6\mu C$ است، باید $3\mu C$ به بار q_2 بیافزاییم تا بار q_3 متعادل شود.

۴۱ **۲** نیروی وارد از طرف بارهای مثبت q_1 و q_2 بر پروتون دافعه می‌باشد. بنابراین نیروهای وارد بر بار پروتون در ناحیهٔ (۴) به سمت راست (در جهت محور x) و در ناحیهٔ (۱) به سمت چپ (در خلاف جهت محور x) می‌باشد.



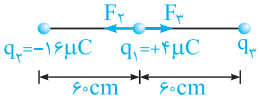
از طرفی در ناحیهٔ (۳) نیروی دافعهٔ وارد از طرف q_2 بر پروتون بیشتر از نیروی دافعهٔ وارد شده از طرف q_1 بر پروتون می‌باشد (چرا؟)، بنابراین در این ناحیه برایند نیروهای وارد بر پروتون حتماً به سمت چپ و در خلاف جهت محور x می‌باشد. در ناحیهٔ (۲) نیروی وارد بر پروتون از طرف q_1 می‌تواند بیشتر از نیروی وارد بر پروتون از طرف بار q_2 شود (چون پروتون به بار q_1 نزدیک‌تر است)، بنابراین در محدوده‌ای از ناحیهٔ (۲) برایند نیروی وارد بر پروتون می‌تواند در جهت محور x باشد. در مجموع می‌توان گفت در دو ناحیهٔ (۴) و (۲) برایند نیروی وارد بر پروتون از طرف دو بار دیگر می‌تواند به‌سمت راست و در جهت محور x باشد.

۴۲ **۲** در این سؤال با توجه به این‌که بار q_1 اندازهٔ کوچک‌تری نسبت به بار q_2 دارد، پس بار q_3 برای تعادل باید نزدیک به بار q_1 باشد و چون بارهای q_1 و q_2 ناهم‌نام هستند، پس بار q_3 باید در خارج از فاصلهٔ بین دو بار قرار گیرد.



$$F_{T_3}=0\Rightarrow F_1=F_2\Rightarrow k\frac{4\times|q_3|}{d^2}=k\frac{16\times|q_3|}{(d+60)^2}\Rightarrow\frac{4}{d^2}=\frac{16}{(d+60)^2}$$
$$\Rightarrow\frac{2}{d}=\frac{4}{d+60}\Rightarrow d=60cm$$

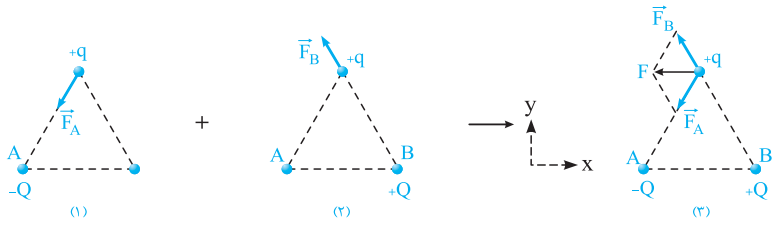
برای این‌که بار q_1 نیز در حال تعادل باشد، باید بارهای q_2 و q_3 هم‌علامت بوده (در نتیجه علامت بار q_3 باید منفی باشد) و اندازهٔ نیروهای وارد شده از طرف آن‌ها بر بار q_1 با هم برابر باشد. بنابراین می‌توان نوشت:



$$F_{T_1}=0\Rightarrow F_2=F_3\Rightarrow k\frac{16\times4}{60^2}=k\frac{4\times|q_3|}{60^2}\Rightarrow|q_3|=16\mu C$$

بنابراین بار q_3 برابر ۱۶- میکروکولن خواهد بود $(q_3=-16\mu C)$.

۴۳ **۱** اگر اندازهٔ نیرویی که دو بار Q و q برهم وارد می‌کنند را F' در نظر بگیریم، داریم:



(نیروی وارد بر q+ از طرف Q-) (نیروی وارد بر q+ از طرف Q+) (برایند نیروهای وارد بر q+)

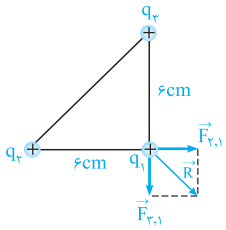
همان‌طور که مشاهده می‌کنید، نیروی خالص وارد بر ذرهٔ q+ در خلاف جهت x است و از بین گزینه‌ها تنها گزینهٔ (۱) با فرم برداری آن انطباق دارد.

تذکر: با توجه به یکسان بودن فاصله و اندازهٔ بار در شکل‌های (۱) و (۲)، F_A و F_B با هم برابرند:

$$F_A = F_B = F' = \frac{k|q||Q|}{r^2}$$

۴۴ **۴** این سؤال را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: ابتدا نیروهای وارد بر بار q_1 را مطابق شکل مقابل رسم می‌کنیم. از آن‌جایی‌که بارهای q_2 و q_3 مشابه بوده و فاصلهٔ آن‌ها تا بار q_1 یکسان است، داریم:

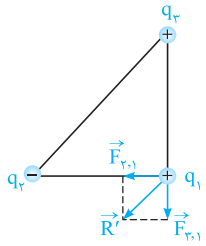


$\Rightarrow$ q_3 ، q_1 را دفع می‌کند.
q_2 ، q_1 را دفع می‌کند.

$$F_{۲,۱} = F_{۳,۱} = \frac{۹\times۱۰^{۹}\times۴\times۱۰^{-۶}\times۴\times۱۰^{-۶}}{(۶\times۱۰^{-۲})^۲} = ۴۰\,N$$

در ادامه با برایندگیری از دو نیروی عمود بر هم $\vec{F}_{۲,۱}$ و $\vec{F}_{۳,۱}$، پاسخ سؤال را به‌دست می‌آوریم:

$$F_T = \sqrt{F_{۲,۱}^۲ + F_{۳,۱}^۲} = ۴۰\sqrt{۲}\,N$$



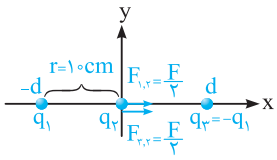
حالت دوم (علامت بار q_2 قرینه شود): در این حالت با ثابت بودن اندازهٔ بارها و فاصلهٔ بین آن‌ها، همچنان $F_{۲,۱} = F_{۳,۱} = ۴۰N$ باقی می‌ماند ولی بار q_3، بار q_1 را دفع کرده و بار q_2، بار q_1 را جذب می‌کند.

باز هم با توجه به عمود بودن $F_{۲,۱}$ و $F_{۳,۱}$ داریم:

$$F'_T = \sqrt{F_{۳,۱}^۲ + F_{۲,۱}^۲} = ۴۰\sqrt{۲}\,N$$

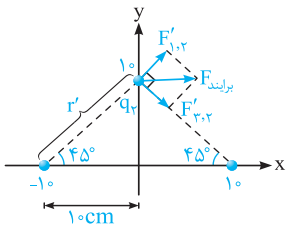
بنابراین اندازهٔ بردار برایند نیروهای وارد بر بار q_1 ثابت مانده ولی مطابق شکل مقابل، جهت آن تغییر می‌کند، بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است.

۴۵ **۳** از آن‌جا که اندازهٔ بارهای q_1 و q_3 با یک‌دیگر برابر و مختلف‌العلامت هستند و فاصلهٔ آن‌ها تا بار q_2 برابر است، بنابراین نیروهای وارد شده از طرف آن‌ها بر بار q_2 مساوی و برابر $\frac{F}{۲}$ می‌باشد.



$$F = F_{۱,۲} + F_{۳,۲} \xrightarrow{F_{۱,۲}=F_{۳,۲}} F_{۱,۲} = F_{۳,۲} = \frac{F}{۲}$$

در ادامه وقتی بار q_2 را به اندازهٔ $d = ۱۰cm$ روی محور y جابه‌جا می‌کنیم، اندازهٔ بارها ثابت بوده و فقط فاصلهٔ بین q_2 و دو بار الکتریکی دیگر $\sqrt{۲}$ برابر می‌شود، بنابراین داریم:



$$r'^۲ = ۱۰^۲ + ۱۰^۲ \Rightarrow r' = ۱۰\sqrt{۲}\,cm$$

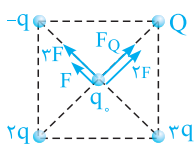
$$\frac{F'_{۱,۲}}{F_{۱,۲}} = \left(\frac{r}{r'}\right)^۲ = \left(\frac{۱۰}{۱۰\sqrt{۲}}\right)^۲ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow F'_{۱,۲} = F'_{۳,۲} = \frac{۱}{۲}F_{۱,۲} = \frac{۱}{۲}\left(\frac{۱}{۲}F\right) = \frac{۱}{۴}F$$

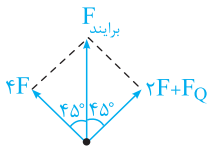
حال برایند دو نیروی $F'_{۱,۲}$ و $F'_{۳,۲}$ را به‌دست می‌آوریم:

$$F_{\text{برایند}} = F'_{۱,۲}\sqrt{۲} \rightarrow F_{\text{برایند}} = \left(\frac{۱}{۴}F\right)\times\sqrt{۲} = \frac{\sqrt{۲}}{۴}F$$

۴۶ **۱** با توجه به تمرین (۱۶) در درسنامه، گزینهٔ (۱) صحیح است.

۴۷ **۳** اگر اندازهٔ نیرویی که بار q بر q_0 وارد می‌کند برابر F باشد، بار $۳q$ نیرویی به بزرگی $۳F$ را بر q_0 اعمال می‌کند. با توجه به شکل زیر، برایند دو نیروی هم‌جهتی که بارهای $-q$ و $۳q$ بر q_0 وارد می‌کنند، $۴F$ می‌شود.



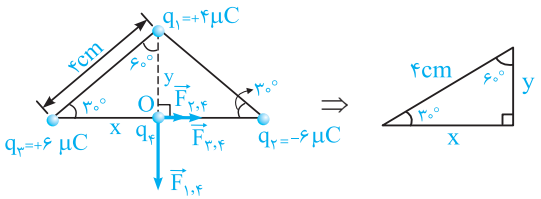


از طرفی برایند نیروهایی که بارهای $۲q$ و Q بر بار q_0 وارد می‌کنند، باید همین مقدار باشد تا برایند کل نیروهای وارد شده بر بار q_0، بر روی نیمساز زاویهٔ θ و به‌سمت بالا قرار گیرد.

$$\Rightarrow ۴F = F_Q + ۲F \Rightarrow F_Q = ۲F$$

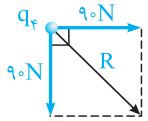
بنابراین اندازهٔ نیروی وارد شده از طرف بار Q بر q_0 دو برابر نیروی وارد شده از طرف بار q بر q_0 می‌باشد. با توجه به یکسان بودن فاصلهٔ تمام بارها از q_0، بنابراین بار Q باید برابر $-۲q$ باشد (منفی است زیرا باید q_0 را جذب کند).

۴۸ بارهای q_1 و q_3، بار q_4 را دفع کرده و بار q_2 آن را جذب می‌کند. در ادامه مطابق شکل نیروهای وارد بر این بار را حساب می‌کنیم:



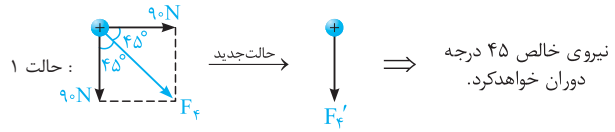
$$\begin{cases}\sin ۶۰^\circ=\dfrac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}=\dfrac{x}{۴}=\dfrac{\sqrt{۳}}{۲}\Rightarrow x=۲\sqrt{۳}\ cm\\ \cos ۶۰^\circ=\dfrac{\text{ضلع مجاور}}{\text{وتر}}=\dfrac{y}{۴}=\dfrac{۱}{۲}\Rightarrow y=۲cm\end{cases}$$

$$\begin{cases}F_{1,4}=\dfrac{k|q_1||q_4|}{y^۲}=\dfrac{۹\times۱۰^۹\times(۴\times۱۰^{-۶})(۱\times۱۰^{-۶})}{(۲\times۱۰^{-۲})^۲}=۹۰N\\ F_{2,4}=F_{3,4}=\dfrac{k|q_2||q_4|}{x^۲}=\dfrac{۹\times۱۰^۹\times(۶\times۱۰^{-۶})(۱\times۱۰^{-۶})}{(۲\sqrt{۳}\times۱۰^{-۲})^۲}=۴۵N\Rightarrow F_{3,4}\ \text{و}\ F_{2,4}\ \text{برایند}: F'=۴۵+۴۵=۹۰N\end{cases}$$



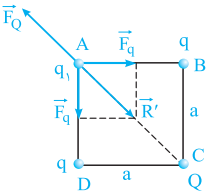
$$\Rightarrow \text{برایند کل}: R=۲F'\cos\frac{۹۰^\circ}{۲}=۹۰\sqrt{۲}\ N$$

۴۹ در سؤال قبل اگر علامت q_2 قرینه شود، نیروی ناشی از q_2 و q_3 یک‌دیگر را خنثی خواهند کرد و در مجموع تنها یک نیروی قائم باقی خواهد ماند. با توجه به این موضوع، جهت نیروی وارد بر q_4 به اندازهٔ ۴۵ درجه تغییر خواهد کرد.



$\Rightarrow$ نیروی خالص ۴۵ درجه دوران خواهد کرد.

۵۰ ابتدا فرض می‌کنیم که علامت بار Q و q_1 مثبت باشد. در شکل مقابل بار الکتریکی Q، بار q_1 را با نیروی $\vec{F}_Q$ دفع می‌کند. اگر بار q_1 توسط بارهای q نیز دفع شود، در این صورت امکان ندارد که برایند نیروهای وارد بر این بار صفر شود (چرا؟)، بنابراین بار q_1 توسط بارهای q جذب می‌شود. به بیان دیگر بارهای Q و q مختلف‌العلامت هستند و برایند دو نیروی $\vec{F}_q$ (یعنی $\vec{R}'$)، $\vec{F}_Q$ را خنثی می‌کند.



$$|\vec{R}'|\ \text{و}\ |\vec{F}_q|\ \text{محاسبهٔ}:\begin{cases}\text{قانون کولن}: F=\dfrac{k|q_1||q_2|}{r^۲}\Rightarrow F_q=\dfrac{k|q||q_1|}{a^۲}\\ \text{برایند نیروهای}\ F_q: R'=۲F_q\cos\left(\dfrac{۹۰^\circ}{۲}\right)=\sqrt{۲}F_q\Rightarrow R'=\dfrac{\sqrt{۲}k|q||q_1|}{a^۲}\end{cases}$$

$$F_Q\ \text{محاسبهٔ}:\begin{cases}\text{قطر مربع}=\sqrt{۲}\times\text{ضلع مربع}\Rightarrow r=\sqrt{۲}a\\ \text{قانون کولن}: F=\dfrac{k|q_1||q_2|}{r^۲}\Rightarrow F_Q=\dfrac{k|Q||q_1|}{۲a^۲}\end{cases}$$

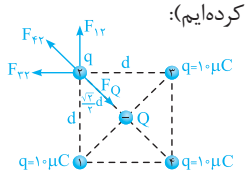
$$\text{بررسی تعادل بار واقع در A}\Rightarrow F_Q=R'\Rightarrow\frac{k|Q||q_1|}{۲a^۲}=\frac{\sqrt{۲}k|q||q_1|}{a^۲}\Rightarrow\left|\frac{Q}{q}\right|=۲\sqrt{۲}\Rightarrow\frac{Q}{q}=-۲\sqrt{۲}$$

(بارهای Q و q ناهم‌نام هستند.)

دقت: نیروی $\vec{F}_Q$ در راستای قطر مربع است. از طرفی به‌دلیل هم‌اندازه بودن نیروهای $\vec{F}_q$، نیروی $\vec{R}'$ نیز در راستای قطر مربع می‌باشد. بنابراین نیروهای $\vec{R}'$ و $\vec{F}_Q$ در راستای یک‌دیگر می‌باشند.

حال اگر علامت بار Q را منفی فرض کنیم، علامت بار q باید مثبت باشد (به عنوان تمرین مشابه روند فوق بررسی کنید.)، بنابراین هریک از گزینه‌های (۱) و (۲) می‌تواند صحیح باشد. در هر دو حالت اندازهٔ بار Q باید $۲\sqrt{۲}$ برابر اندازهٔ بار q باشد $\left(\frac{Q}{q}=-۲\sqrt{۲}\right)$.

۵۱ ذرهٔ Q تحت اثر نیروی بارهای $۱۰\mu C$ متعادل است و کافیست تعادل یکی از بارهای $۱۰\mu C$ را بررسی کنیم. با توجه به مفاهیم دو تست قبل، برای تعادل، علامت بار Q باید منفی باشد تا نیروهای نشان داده شده در نهایت یک‌دیگر را خنثی کنند (بار $۱۰\mu C$ را q فرض کرده‌ایم):



$$\begin{cases}F_{12}=F_{32}=\dfrac{k|q|\times|q|}{d^۲}=F\\ F_{42}=\dfrac{k|q|\times|q|}{(\sqrt{۲}d)^۲}=\dfrac{F}{۲}\end{cases}$$

$F_{۴۲}$ و $F_{۳۲}$ و $F_{۱۲}$ برایند : $R = F\sqrt{۲} + F_{۴۲} = F\sqrt{۲} + \frac{F}{۲} = F\left(\sqrt{۲} + \frac{۱}{۲}\right) = \frac{k|q|\times|q|}{d^۲}\left(\sqrt{۲} + \frac{۱}{۲}\right)$

برایند نیروهای عمود بر هم $F_{۱۲}$ و $F_{۳۲}$

حال برایند فوق را نیروی F_Q باید خنثی کند و داریم:

$$F_Q = R \Rightarrow \frac{k|Q|\times|q|}{\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}d\right)^۲} = \frac{k|q|\times|q|}{d^۲} \times \left(\sqrt{۲} + \frac{۱}{۲}\right)$$

$R = F\left(\sqrt{۲} + \frac{۱}{۲}\right)$

مقدار تقریبی $\sqrt{۲}$

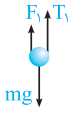
$$|Q| = |q|\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲} + \frac{۱}{۴}\right) \simeq ۱۰\left(\frac{۱/۴}{۲} + \frac{۱}{۴}\right) = ۹/۵\mu C \Rightarrow Q = -۹/۵\mu C$$

۵۲ | ۱ این سؤال را در دو حالت بررسی می‌کنیم:

حالت اول: ابتدا نیروی الکتریکی بین دو گلوله را به‌دست می‌آوریم:

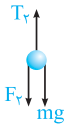
$$F = k\frac{|q_A||q_B|}{r^۲} = \frac{۹\times۱۰^۹ \times ۱۰^{-۶} \times ۰/۵\times۱۰^{-۶}}{۹\times۱۰^{-۴}} = ۵\,N$$

چون بار گلوله‌های A و B مثبت است، نیروی الکتریکی وارد بر گلولهٔ B به‌سمت بالا می‌باشد (دافعه)، اما وزن آن (mg) همیشه رو به پایین است.



$$F_۱ + T_۱ = mg \Rightarrow ۵ + T_۱ = ۲\times۱۰ \Rightarrow T_۱ = ۱۵\,N$$

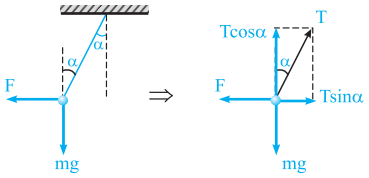
حالت دوم: در این حالت با منفی شدن بار گلولهٔ A، گلوله‌های A و B یک‌دیگر را جذب کرده و در نتیجه نیروی الکتریکی وارد بر بار B به سمت پایین می‌شود ولی با توجه به ثابت بودن اندازهٔ بارها و فاصلهٔ بین آن‌ها اندازهٔ این نیروی الکتریکی تغییری نمی‌کند.



$$T_۲ = F_۲ + mg \Rightarrow T_۲ = ۵ + (۲\times۱۰) \Rightarrow T_۲ = ۲۵\,N \Rightarrow \frac{T_۲}{T_۱} = \frac{۲۵}{۱۵} = \frac{۵}{۳}$$

۵۳ | ۳

نکته: در شکل مقابل اگر گلوله در حالت تعادل باشد، رابطهٔ بین F، mg و α به‌صورت زیر است:



$$\begin{cases} \sum F_x = ۰ \Rightarrow T\sin\alpha = F \\ \sum F_y = ۰ \Rightarrow T\cos\alpha = mg \end{cases} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{F}{mg}$$

این نکته در حل دو تست بعد، کاربرد بسیار زیادی دارد.

به بررسی هر یک از گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ (۱): طبق قانون سوم نیوتون، نیرویی که گلولهٔ باردار A بر B وارد می‌کند، برابر و در خلاف جهت نیرویی است که گلولهٔ باردار B بر A وارد می‌کند، بنابراین $F_A = F_B$ بوده و در خلاف جهت یک‌دیگر می‌باشد.

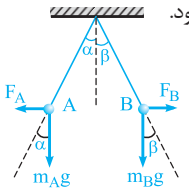
گزینه‌های (۲) و (۳): طبق نکتهٔ فوق، برای برابر بودن زاویهٔ انحراف دو گلوله از راستای قائم $(\alpha = \beta)$، از آن‌جا که اندازهٔ نیروی الکتریکی بین دو گلوله یکسان است، باید جرم دو گلوله نیز یکسان باشد.

$$\tan\alpha = \tan\beta \Rightarrow \frac{F_A}{m_A g} = \frac{F_B}{m_B g} \xrightarrow{F_A = F_B} m_A = m_B$$

بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

دقت کنید که برابر بودن زاویهٔ انحراف دو گلوله ارتباطی به بار دو گلوله ندارد، چون در هر صورت نیروی الکتریکی بین دو بار یکسان می‌شود.

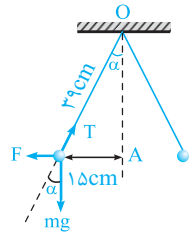
گزینهٔ (۴): با توجه به نکتهٔ فوق و شکل مقابل، برای هریک از گلوله‌های A و B می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} \tan\alpha = \frac{F_A}{m_A g} \\ \tan\beta = \frac{F_B}{m_B g} \end{cases} \xrightarrow[F_A = F_B]{\text{طرفین را بر هم تقسیم می‌کنیم}} \frac{\tan\alpha}{\tan\beta} = \frac{m_B}{m_A} \xrightarrow{m_B > m_A} \tan\alpha > \tan\beta \Rightarrow \alpha > \beta$$

۵۴ | ۲ برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: به‌دست آوردن $\tan\alpha$ به کمک روابط مثلثاتی:



فیثاغورث : $۳۹^۲ = ۱۵^۲ + OA^۲ \Rightarrow OA^۲ = ۳۹^۲ - ۱۵^۲ = \overbrace{(۳۹-۱۵)}^{۲۴}\overbrace{(۳۹+۱۵)}^{۵۴}$

$$\Rightarrow OA = \sqrt{۲۴\times۵۴} = \sqrt{۴\times۶\times۶\times۹} = ۲\times۶\times۳ = ۳۶\,cm$$

$$\tan\alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{۱۵}{۳۶}$$

گام دوم: به‌دست آوردن نیروی الکتریکی بین دو گلوله (F):

$$\tan\alpha = \frac{F}{mg} \Rightarrow \frac{۱۵}{۳۶} = \frac{F}{۲۴\times۱۰^{-۳}\times۱۰} \Rightarrow F = ۰/۱\,N$$

گام سوم: به‌دست آوردن بار گلوله‌ها با استفاده از قانون کولن:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \xrightarrow[r=2\times15=30\,cm]{|q_1|=|q_2|=|q|} 0/1 = 9\times10^9\times\frac{q^2}{(3\times10^{-1})^2} \Rightarrow q^2 = 10^{-12} \Rightarrow q = 10^{-6}\,C$$

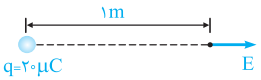
گام چهارم: به‌دست آوردن تعداد الکترون‌های جدا شده:

$$q = ne \Rightarrow 10^{-6} = n\times(1/6\times10^{-19}) \Rightarrow n = 6/25\times10^{12}$$

۵۵ **۴** مطابق رابطهٔ $E = \frac{k|q|}{r^2}$ می‌توان نوشت:

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow \begin{cases} E \propto |q| \Rightarrow \text{اندازهٔ میدان الکتریکی با اندازهٔ بار الکتریکی نقطه‌ای رابطهٔ مستقیم دارد.} \\ E \propto \frac{1}{r^2} \Rightarrow \text{اندازهٔ میدان الکتریکی با مجذور فاصله از بار الکتریکی رابطهٔ معکوس دارد.} \end{cases}$$

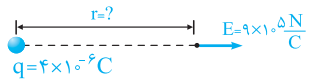
۵۶ **۴** میدان الکتریکی حاصل از بار نقطه‌ای q در فاصلهٔ r از آن برابر است با:



$$r = 1m\ ,\ q = 20\mu C = 2\times10^{-5}\,C \Rightarrow E = \frac{k|q|}{r^2} = \frac{9\times10^9\times2\times10^{-5}}{(1)^2} = 1/8\times10^5\,N/C$$

۵۷ **۲** با توجه به رابطهٔ $E = \frac{k|q|}{r^2}$ می‌توان نوشت:

$$q = +ne = +2/5\times10^{13}\times1/6\times10^{-19} = 4\times10^{-6}\,C$$ کرهٔ الکترون از دست داده است.

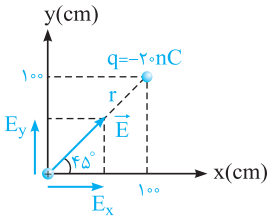


$$E = 0/9M\,N/C = 9\times10^5\,N/C$$

$$E = \frac{k|q|}{r^2} \Rightarrow 9\times10^5 = \frac{9\times10^9\times4\times10^{-6}}{r^2} \Rightarrow r^2 = \frac{4}{100} \Rightarrow r = 0/2\,m = 20\,cm$$

۵۸ **۳** برای پاسخ دادن به این سؤال، گام‌های زیر را طی می‌کنیم:

گام اول: با توجه به شکل، ابتدا فاصلهٔ بار q تا مبدأ مختصات را به‌دست آورده و سپس بزرگی میدان ناشی از آن را در مبدأ محاسبه می‌کنیم:



$$r = \sqrt{100^2+100^2} = 100\sqrt{2}\,cm = \sqrt{2}\,m$$

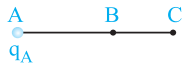
$$E = k\frac{|q|}{r^2} = \frac{9\times10^9\times20\times10^{-9}}{(\sqrt{2})^2} = 90\,N/C$$

گام دوم: حال با قرار دادن بار مثبت آزمون در مبدأ مختصات، متوجه می‌شویم که جهت میدان الکتریکی در این نقطه به سمت بار q خواهد بود، زیرا بار $-20nC$، بار مثبت آزمون را جذب می‌کند.

گام سوم: در ادامه مؤلفه‌های بردار میدان الکتریکی را در راستاهای افقی و قائم به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} E_x = E\cos45^\circ = 90\times\frac{\sqrt{2}}{2} = 45\sqrt{2}\,N/C \\ E_y = E\sin45^\circ = 90\times\frac{\sqrt{2}}{2} = 45\sqrt{2}\,N/C \end{cases} \Rightarrow E = E_x\vec{i} + E_y\vec{j} = 45\sqrt{2}\,\vec{i} + 45\sqrt{2}\,\vec{j}$$

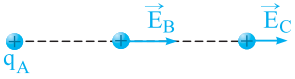
۵۹ **۳** در مقایسهٔ اندازهٔ میدان الکتریکی در نقاط B و C می‌توان نوشت:



$$\left(BC = \frac{2}{3}AB\right)$$

$$E = k\frac{|q|}{r^2} \Rightarrow \frac{E_C}{E_B} = \left(\frac{r_B}{r_C}\right)^2 = \left(\frac{AB}{AC}\right)^2 = \left(\frac{AB}{AB+BC}\right)^2 = \left(\frac{AB}{AB+\frac{2}{3}AB}\right)^2 = \frac{9}{25}$$

در ادامه برای پیدا کردن بردار میدان در C، باید به این موضوع توجه شود که میدان در B و C هم‌جهت است.



$$\vec{E}_C = \frac{9}{25}\vec{E}_B = \frac{9}{25}\times(25\times10^9\vec{i}) = 9\times10^9\vec{i}$$

۶۰ **۲** اگر میدان الکتریکی ۷۵ درصد کاهش یابد، به $\frac{1}{4}$ مقدار اولیه می‌رسد و می‌توان نوشت:

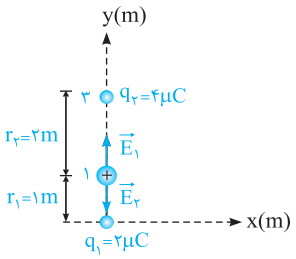
$$E_2 = E_1 - \frac{75}{100}E_1 = \frac{1}{4}E_1$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{20}{r_2}\right)^2 \Longrightarrow \frac{1}{2} = \frac{20}{r_2} \Rightarrow r_2 = 40\,cm$$

یعنی باید از فاصلهٔ $20\,cm$ به فاصلهٔ $40\,cm$ منتقل شویم و به عبارتی $20\,cm$ از بار الکتریکی دور شویم.

۶۱ **۲** شعلهٔ شمع در حالت نزدیک‌تر به سمت کره (سمت چپ) کشیده می‌شود، در حالی‌که شعلهٔ شمع دورتر تقریباً قائم است. دلیل آن است که کره بار منفی بزرگی دارد که یون‌های مثبت درون شعلهٔ شمع در حالت نزدیک را به سمت خود می‌کشد، در حالی‌که شمع در حالت دور، تحت تأثیر میدان الکتریکی ضعیف‌تری قرا می‌گیرد و تقریباً قائم باقی می‌ماند.

۶۲ **۱** مطابق شکل روبه‌رو، اندازه و جهت میدان الکتریکی حاصل از هریک از بارها را در نقطهٔ مطرح‌شده، به‌دست می‌آوریم:



$$q_۱=۲\mu C=۲\times۱۰^{-۶}C \ , \ r_۱=۱m \ , \ E_۱=?$$

$$\Rightarrow E_۱=\frac{k|q_۱|}{r_۱^۲}=\frac{۹\times۱۰^۹\times۲\times۱۰^{-۶}}{(۱)^۲}=۱۸\times۱۰^۳ N/C \Rightarrow \vec{E}_۱=۱۸\times۱۰^۳\vec{j}$$

$$q_۲=۴\mu C=۴\times۱۰^{-۶}C \ , \ r_۲=۲m \ , \ E_۲=?$$

$$\Rightarrow E_۲=\frac{k|q_۲|}{r_۲^۲}=\frac{۹\times۱۰^۹\times۴\times۱۰^{-۶}}{(۲)^۲}=۹\times۱۰^۳ N/C \Rightarrow \vec{E}_۲=-۹\times۱۰^۳\vec{j}$$

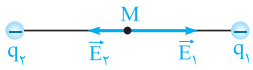
با توجه به آن‌که میدان‌های $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ در خلاف جهت یک‌دیگر هستند، بردار برایند آن‌ها برابر است با:

$$\vec{E}_{\text{برایند}}=\vec{E}_۱+\vec{E}_۲=۱۸\times۱۰^۳\vec{j}+(-۹\times۱۰^۳\vec{j})=۹\times۱۰^۳\vec{j}$$

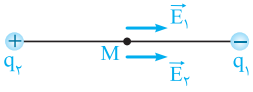
۶۳ **۳** با توجه به تمرین (۲۲) در درسنامه، گزینهٔ (۳) صحیح است.

۶۴ **۴** در هریک از حالت‌های زیر، با قرار دادن بار مثبت آزمون در نقطهٔ M، برایند میدان‌های $E_۱$ و $E_۲$ در نقطهٔ M به سمت راست است:

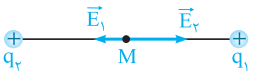
حالت اول: $\begin{cases} q_۱<۰ \ , \ q_۲<۰ \\ |q_۱|>|q_۲| \end{cases} \Rightarrow$



حالت دوم: $q_۱<۰ \ , \ q_۲>۰ \Rightarrow$

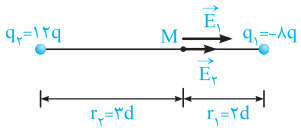


حالت سوم: $\begin{cases} q_۱>۰ \ , \ q_۲>۰ \\ |q_۲|>|q_۱| \end{cases} \Rightarrow$



با توجه به حالت‌های فوق، هر سه حالت امکان‌پذیر است، بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است.

۶۵ **۳** اگر اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از بار مثبت q در فاصلهٔ d از آن برابر $E=۳\times۱۰^۵ N/C$ باشد، اندازه و جهت میدان الکتریکی هریک از بارهای مقابل در نقطهٔ M برابر است با:



می‌دانیم: $\begin{cases} E\propto|q| \\ E\propto\frac{۱}{r^۲} \end{cases} \Rightarrow$

$$\begin{cases} \frac{E_۲}{E}=\frac{|q_۲|}{|q|}\times\left(\frac{d}{r_۲}\right)^۲=\frac{۱۲q}{q}\times\left(\frac{d}{۳d}\right)^۲=۱۲\times\frac{۱}{۹}=\frac{۴}{۳} \Rightarrow E_۲=\frac{۴}{۳}E \quad \text{(به سمت راست)} \\ \frac{E_۱}{E}=\frac{|q_۱|}{|q|}\times\left(\frac{d}{r_۱}\right)^۲=\frac{۸q}{q}\times\left(\frac{d}{۲d}\right)^۲=۸\times\frac{۱}{۴}=۲ \Rightarrow E_۱=۲E \quad \text{(به سمت راست)} \end{cases}$$

اکنون با توجه به شکل فوق، می‌توان اندازهٔ برایند میدان‌های الکتریکی را در نقطهٔ M به‌دست آورد:

$$E_M=E_۱+E_۲=۲E+\frac{۴}{۳}E=\frac{۱۰}{۳}E \xrightarrow{E=۳\times۱۰^۵ N/C} E_M=\frac{۱۰}{۳}\times(۳\times۱۰^۵)=۱۰^۶ N/C \ \text{(به سمت راست)} \Rightarrow \vec{E}_M=۱۰^۶\vec{i}$$

۶۶ **۲** در شکل روبه‌رو، برایند شدت میدان الکتریکی حاصل از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ در وسط خط واصل بین دو بار برابر ۱۰۰۰ N/C است:

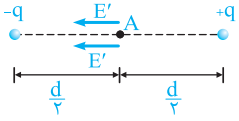
$$\Rightarrow |\vec{E}_{\text{برایند}}|=|\vec{E}_۱+\vec{E}_۲|=۱۰۰۰ N/C$$

از طرفی با توجه به آن‌که $(E\propto|q|)$، با دو برابر شدن اندازهٔ هریک از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ میدان حاصل از آن‌ها نیز دو برابر می‌شود، بنابراین میدان برایند در نقطهٔ A برابر است با:

$$E'_{\text{برایند}}=|۲\vec{E}_۱+۲\vec{E}_۲|=۲|\vec{E}_۱+\vec{E}_۲|=۲\times۱۰۰۰=۲۰۰۰ N/C$$

۶۷ **۳** برایند میدان الکتریکی حاصل از بارها را در هر دو حالت به‌دست می‌آوریم:

حالت اول: اندازه و فاصلهٔ دو بار تا نقطهٔ A (وسط دو بار) برابر است، بنابراین اندازهٔ میدان‌های الکتریکی حاصل از هر یک از دو بار نیز در نقطهٔ A یکسان می‌باشد.



$$E_{\text{برایند}}=E'+E'=E \Rightarrow E'=\frac{E}{۲}$$

حالت دوم:

تذکر: با توجه به رابطهٔ $E=k\frac{|q|}{r^۲}$، با نصف شدن فاصله و دو برابر شدن بار الکتریکی اندازهٔ میدان الکتریکی ۸ برابر می‌شود.

$E\propto\frac{|q|}{r^۲}$ ۸ برابر — ۲ برابر — $(\frac{۱}{۲})^۲$ برابر