

چگالی

یک کیلوگرم آهن سنگین تره یا یک کیلوگرم پنبه؟ این سؤال از قدیم برای سنجیدن هوش بچه‌ها به کار می‌رفته است. هدف این سؤال نشان دادن این مطلب است که اجسام مختلفی که جرم و وزن یکسان دارند، ممکن است حجم‌های خیلی متفاوتی داشته باشند.^۱ این که اجسام با جرم یکسان، حجم‌های متفاوتی داشته باشند یا اجسام با حجم برابر، جرم‌های مختلفی داشته باشند، ناشی از تفاوت چگالی آن‌ها است. چگالی از ویژگی‌های مهم هر ماده است و به صورت روبه‌رو تعریف می‌شود:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \text{چگالی} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}}$$

یکای چگالی در SI، کیلوگرم بر متر مکعب (kg/m^3) است، اما یکاهای دیگری نیز برای آن کاربرد دارند. مهم‌ترین یکاهای غیراستاندارد برای چگالی kg/L و g/cm^3 است.

چگالی برحسب kg/L و چگالی برحسب g/cm^3 $\xrightarrow{\times 1000}$ چگالی برحسب kg/m^3

نکته چگالی را جرم واحد حجم یا جرم حجمی نیز می‌نامند. یعنی اگر جرم یکای حجم ماده‌ای را حساب کنیم، چگالی ماده را حساب کرده‌ایم. در جدول صفحه‌ی بعد چگالی برخی از مواد در دمای 0°C و فشار 1 atm نوشته شده است:
جدول (۶): چگالی برخی از مواد

ماده	ρ (kg/m^3)	مایع‌ها	ρ (kg/m^3)
یخ	$9/17 \times 10^2$	آب	$1/00 \times 10^3$
آلمینیوم	$2/7 \times 10^3$	گلیسرین	$1/26 \times 10^3$
آهن	$7/86 \times 10^3$	اتیل الکل	$8/06 \times 10^2$
مس	$8/92 \times 10^3$	بنزن	$8/79 \times 10^2$
نقره	$1/05 \times 10^4$	جیوه	$1/36 \times 10^4$
سرب	$1/13 \times 10^4$	هوا	$1/29 \times 10^0$
طلا	$1/93 \times 10^4$	اکسیژن	$1/43 \times 10^0$
پلاتین	$2/14 \times 10^4$	هیدروژن	$8/99 \times 10^{-2}$
اورانیوم	$1/87 \times 10^4$	هلیوم	$1/79 \times 10^{-1}$

مثال و پاسخ

مثال: این که می‌گوییم چگالی سیمان 2300 kg/m^3 است، چه مفهومی دارد؟

پاسخ: یعنی اگر یک بلوک سیمانی به حجم 1 m^3 داشته باشیم، جرم آن 2300 kg است.

مثال: تبدیل واحدهای زیر را انجام دهید.

الف $1 \text{ g/cm}^3 = \dots \text{ kg/L}$

ب $1 \text{ kg/m}^3 = \dots \text{ g/cm}^3$

پ $1 \text{ kg/L} = \dots \text{ kg/m}^3$

پاسخ:

الف این چگالی آب است. $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} = 1 \text{ kg/L}$

ب $1 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cm}^3} = 10^{-3} \text{ g/cm}^3$

پ این هم چگالی آب است. $1 \frac{\text{kg}}{\text{L}} \times \frac{10^3 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} = 10^3 \text{ kg/m}^3$

مثال: در ظرفی ۲۷۲ گرم جیوه وجود دارد. اگر جیوه را خالی کنیم و به جای آن آب بریزیم، جرم آب چند کیلوگرم خواهد شد؟

($\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$, $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \text{ g/cm}^3$)

پاسخ: ابتدا حجم ظرف را به دست می‌آوریم:
حالا داخل این حجم را آب ریخته و جرم آن را حساب می‌کنیم:

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{272 \text{ g}}{13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 20 \text{ cm}^3$$

$$m = \rho_{\text{آب}} V = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 20 \text{ cm}^3 = 20 \text{ g} = 2/0 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

مثال و پاسخ

مثال: ۱۰ L آب چند گرم بیشتر از ۱۰ L بنزین جرم دارد؟ ($\rho_{\text{بنزین}} = 680 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$)

پاسخ: باید جرم ۱۰ L آب و ۱۰ L بنزین را حساب کرده و با هم مقایسه کنیم. در هر مورد ابتدا تبدیل واحدهای لازم را انجام می‌دهیم.

$$\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times \frac{10^3 \text{ cm}^3}{1 \text{ L}} = 10^3 \text{ g/L}$$

$$m_{\text{آب}} = \rho_{\text{آب}} V = 10^3 \frac{\text{g}}{\text{L}} \times 10 \text{ L} = 10^4 \text{ g}$$

$$\rho_{\text{بنزین}} = 680 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^3 \text{ L}} = 680 \text{ g/L}$$

$$m_{\text{بنزین}} = \rho_{\text{بنزین}} V = 680 \frac{\text{g}}{\text{L}} \times 10 \text{ L} = 6800 \text{ g}$$

$$m_{\text{آب}} - m_{\text{بنزین}} = 10000 \text{ g} - 6800 \text{ g} = 3200 \text{ g}$$

محاسبه چگالی

آیا می‌دانستید اگر هوای موجود در کلاستان را فشرده کرده و به یک ظرف در بسته و سبک وارد کنید، بعد از ورود هوا دیگر نمی‌توانید آن ظرف را از روی زمین بردارید؟!

قبل از اثبات این ادعا، نحوه‌ی محاسبه‌ی چگالی را بخوانید تا استفاده از آن، ادعای بالا را ثابت کنیم.

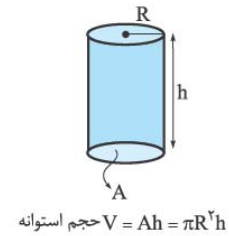
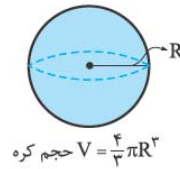
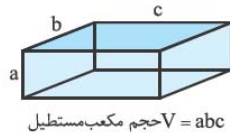
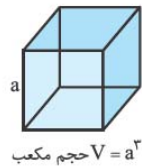
برای محاسبه‌ی چگالی یک جسم باید دو چیز را تعیین کرد:

1 جرم جسم (m) 2 حجم جسم (V)

تعیین جرم: جرم جسم را با استفاده از ترازو اندازه می‌گیریم.

تعیین حجم: برای تعیین حجم یک جسم دو حالت ممکن است رخ دهد:

1 حجم اجسامی که شکل هندسی ساده دارند به کمک روابط تعیین حجم در هندسه به دست می‌آیند. چند نمونه از این اجسام و رابطه‌ی محاسبه‌ی حجم هر یک را در شکل‌های زیر می‌بینید:



2 برای محاسبه‌ی حجم جسمی که شکل هندسی ساده ندارد، آن را داخل یک استوانه‌ی مدرج

حاوی آب می‌اندازیم به گونه‌ای که تمام حجم آن زیر آب قرار گیرد. تغییر ارتفاع آب در استوانه‌ی مدرج، برابر با حجم جسم است.

حالا وقت آن است که ادعای خود را ثابت کنیم. مثال زیر را دریابید.

مثال و پاسخ

مثال: کلاستان را مکعب مستطیلی با ابعاد $9 \text{ m} \times 4 \text{ m} \times 3 \text{ m}$ در نظر بگیرید. هوای موجود در کلاس شما چند کیلوگرم است؟

پاسخ: از جدول چگالی‌ها می‌دانیم که $\rho_{\text{هوا}} = 1/29 \text{ kg/m}^3$ است. بنابراین داریم:

$$V = 9 \text{ m} \times 4 \text{ m} \times 3 \text{ m} = 108 \text{ m}^3$$

$$m = \rho V = 1/29 \text{ kg/m}^3 \times 108 \text{ m}^3 = 139/22 \text{ kg}$$

دریبر گفتیم! فکر نمی‌کنم بتوانید ظرفی به هر ۴ تقریبی ۱۴۰ کیلوگرم را از زمین بلند کنید.

مثال و پاسخ

مثال: فلز آسمیوم از چگال‌ترین عناصر یافت‌شده روی زمین است. قطعه‌ای از این فلز به اندازه‌ی تقریبی یک توپ والیبال به شعاع ۱۰ cm، چند کیلوگرم است؟ ($\pi = 3$ ، $\rho_{\text{اسمیوم}} = 22/5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$)

پاسخ: حجم توپ را حساب می‌کنیم:

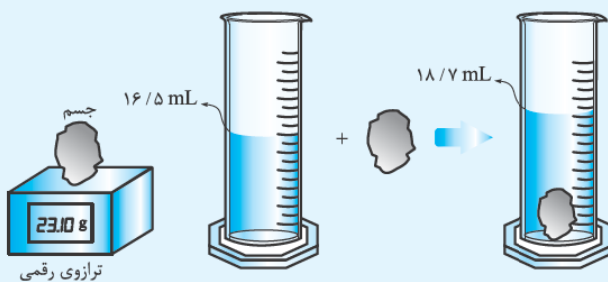
$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times 3 \times (10 \times 10^{-2} \text{ m})^3 = 4 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$m = \rho V = (22/5 \times 10^3) \text{ kg/m}^3 \times (4 \times 10^{-3}) \text{ m}^3 = 90 \text{ kg}$$

تویی به ابعاد تقریبی توپ والیبال اگر از فلز آسمیوم ساخته شده باشد، ۹۰ kg جرم دارد. جرم توپ والیبال واقعی کم‌تر از ۳۰۰ g است.

مثال الف: با توجه به شکل زیر، چگالی جسم را بر حسب kg/m^3 ، g/cm^3 ، g/L به دست آورید.

ب: با استفاده از جدول چگالی‌ها، جنس جسم را تعیین کنید.



پاسخ الف: حجم جسم را با توجه به تغییر ارتفاع مایع در استوانه‌ی مدرج تعیین می‌کنیم:

$$V = 18.7 \text{ mL} - 16.5 \text{ mL} = 2.2 \text{ mL}$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{23.10 \text{ g}}{2.2 \text{ mL}} = \frac{23.10 \text{ g}}{2.2 \times 10^{-3} \text{ L}} = 10500 \text{ g/L}$$

$$10500 \frac{\text{g}}{\text{L}} \times \frac{1 \text{ L}}{10^3 \text{ cm}^3} = 10.5 \text{ g/cm}^3$$

$$10500 \frac{\text{g}}{\text{L}} \times \frac{10^3 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} \times \frac{1 \text{ kg}}{10^3 \text{ g}} = 10500 \text{ kg/m}^3 = 1.05 \times 10^4 \text{ kg/m}^3$$

ب: چگالی به دست آمده مربوط به نقره است.

محاسبه‌ی چگالی اجسام حفره‌دار

در انواعی از مسائل چگالی با اجسامی روبه‌رو هستیم که دارای حفره هستند؛ یعنی تمام یا قسمتی از جسم موردنظر، توخالی است. در این مسائل می‌توان حجم حفره را از تفاوت حجم ظاهری و حجم واقعی جسم به دست آورد:

$$\text{حجم واقعی} - \text{حجم ظاهری} = \text{حجم حفره (فضای خالی)}$$

حجم ظاهری، حجم جسم با توجه به ابعادش و با در نظر گرفتن حجم حفره است.

حجم واقعی، حجم ماده‌ی به کار رفته در جسم است. این حجم را می‌توان با استفاده از جرم و چگالی جسم تعیین کرد:

$$V = \frac{m}{\rho} \text{ : حجم واقعی}$$

مثال و پاسخ

مثال: یک مجسمه‌ی فلزی ۴۰ kg جرم و 0.060 m^3 حجم دارد. چگالی فلز به کار رفته در مجسمه 8000 kg/m^3 است. حجم فضای خالی درون مجسمه را حساب کنید.

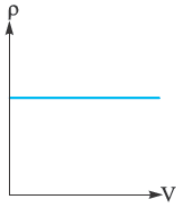
$$\text{حجم ظاهری} = 0.060 \text{ m}^3$$

$$\text{حجم واقعی} = \frac{m}{\rho} = \frac{40}{8000} = 0.005 \text{ m}^3$$

$$\text{حجم فضای خالی} = \text{حجم ظاهری} - \text{حجم واقعی} = 0.060 \text{ m}^3 - 0.005 \text{ m}^3 = 0.055 \text{ m}^3$$

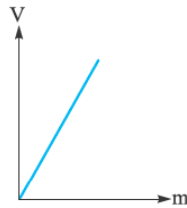
محاسبه‌ی چگالی از روی نمودار

در مسائل مختلف ممکن است با هر یک از نمودارهای زیر روبرو شویم. این نمودارها در دمای ثابت رسم می‌شوند و اطلاعات لازم برای حل سؤال را در اختیار ما قرار می‌دهند.



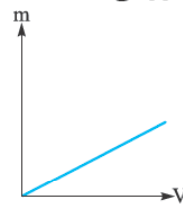
در نمودار $\rho - V$

مساحت زیر نمودار، نشان‌دهنده‌ی جرم ماده است.



در نمودار $V - m$

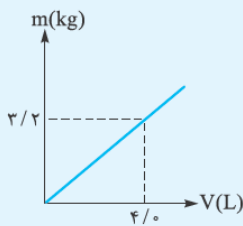
شیب خط وارون چگالی ماده را نشان می‌دهد.



در نمودار $m - V$

شیب خط نشان‌دهنده‌ی چگالی ماده است.

مثال و پاسخ



مثال: نمودار تغییرات جرم برحسب حجم ($m - V$) ماده‌ای در دمای ثابت به صورت مقابل است. چگالی این ماده را در SI به دست آورید.

پاسخ: شیب این خط برابر با چگالی جسم است. ابتدا چگالی را برحسب kg/L به دست آورده و بعد به واحد kg/m^3 تبدیل می‌کنیم.

$$\rho = \frac{(3/2 - 0) \text{ kg}}{(4/0 - 0) \text{ L}} = \frac{3/2 \text{ kg}}{4/0 \text{ L}} = 0/8 \text{ kg/L}$$

$$\rho = 0/8 \frac{\text{kg}}{\text{L}} \times \frac{10^3 \text{ L}}{1 \text{ m}^3} = 800 \text{ kg/m}^3$$

چگالی آلیاژ (مخلوط)

اگر دو یا چند ماده با هم مخلوط شوند و حجم هر کدام از آن‌ها بر اثر مخلوط شدن تغییر نکند، داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2 + \dots}{V_1 + V_2 + \dots} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\text{جرم کل}}{\text{حجم کل}} = \text{چگالی آلیاژ (مخلوط)}$$

توجه: یک اشتباه خطرناک که بعضی‌ها مرتکب می‌شوند این است که برای پیدا کردن چگالی مخلوط، چگالی مواد اولیه را با هم جمع می‌کنند! حواستان باشد وقتی دو یا چند ماده با هم مخلوط شوند، ماده‌ی جدیدی داریم که جرمش مجموع جرم‌های مواد اولیه و حجمش مجموع حجم‌های آن‌ها است و این به معنی جمع کردن چگالی‌ها نیست.

مثال و پاسخ

مثال: ۹۰۰ گرم آب و ۸۰۰ گرم الکل را با هم مخلوط می‌کنیم. اگر تغییر حجمی رخ ندهد، چگالی محلول چه قدر است؟
($\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3$, $\rho_{\text{الکل}} = 0/8 \text{ g/cm}^3$)

پاسخ: در این سؤال جرم آب و الکل داده شده و برای محاسبه‌ی حجم باید از $V = \frac{m}{\rho}$ استفاده کنیم.

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}} = \frac{900 \text{ g} + 800 \text{ g}}{\frac{900 \text{ g}}{1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} + \frac{800 \text{ g}}{0/8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}} = \frac{1700 \text{ g}}{1900 \text{ cm}^3} \approx 0/89 \text{ g/cm}^3$$

کاربردهای چگالی

چگالی یکی از مفاهیم پرکاربرد در فیزیک است. در این‌جا با چند نمونه از کاربردهای آن آشنا می‌شویم:

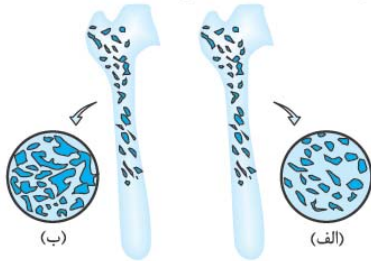
نمونه ۱: استاندارد شیر. طبق دستورالعمل مؤسسه‌ی استاندارد و تحقیقات صنعتی ایران، چگالی شیر خام تحویلی در کارخانه‌های شیر و لبنیات باید در دمای 15°C بین 1029 kg/m^3 تا 1032 kg/m^3 باشد.

نمونه ۲) طراحی کشتی. اجسامی می‌توانند روی آب شناور بمانند که چگالی آن‌ها از چگالی آب کم‌تر باشد. یک کشتی به این دلیل روی آب شناور می‌ماند که چگالی کل کشتی (با احتساب فضاهای خالی) از چگالی آب کم‌تر است.



وقتی شناور ماندن کشتی را با زیر آب رفتن یک گیره فلزی کاغذ مقایسه می‌کنیم، متوجه می‌شویم که شناور ماندن روی آب ربطی به سنگینی یا سبکی اجسام ندارد و فقط به چگالی آن‌ها مربوط است.

نمونه ۳) انتخاب خاموش‌کننده‌ی مناسب برای آتش. وقتی دو مایع مخلوط‌نشده در یک ظرف ریخته شوند، مایعی که چگالی کم‌تری دارد، بالاتر قرار می‌گیرد. چگالی آب از بنزین بیشتر است؛ بنابراین اگر بنزین شعله‌ور شود و روی آن آب بریزیم، آب در زیر بنزین قرار خواهد گرفت و شعله را خاموش نمی‌کند. برای خاموش کردن بنزین شعله‌ور از گاز کربن دی‌اکسید استفاده می‌شود که چگالی کم‌تری نسبت به بنزین دارد.

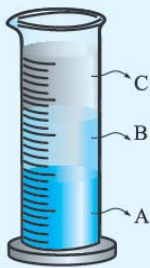


نمونه ۴) سنجش تراکم استخوان. یکی از بیماری‌های شایع دوران پیری، پوکی استخوان یا همان کاهش چگالی استخوان است. چگالی‌سنجی استخوان روشی است که با استفاده از آن می‌توان میزان سختی استخوان‌های بدن را تعیین کرد.



نمونه ۵) تشخیص تعداد گلبول‌های قرمز خون. چگالی خون در بدن یک فرد سالم در حدود 1050 kg/m^3 است. اگر تعداد گلبول‌های قرمز خون بیشتر از حد طبیعی باشد، چگالی خون زیاد می‌شود. کم‌شدن تعداد گلبول‌ها هم باعث کاهش چگالی خون می‌شود. با اندازه‌گیری چگالی خون می‌توان تعداد تقریبی گلبول‌های قرمز را تعیین کرد.

مثال و پاسخ



مثال سه مایع مخلوط‌نشده را در یک استوانه‌ی مدرج ریخته‌ایم. این سه مایع عبارت‌اند از: آب ($\rho_{\text{آب}} = 1000 \text{ kg/m}^3$) و جیوه ($\rho_{\text{جیوه}} = 136000 \text{ kg/m}^3$) و گلیسرین ($\rho_{\text{گلیسرین}} = 1260 \text{ kg/m}^3$). با توجه به مطلبی که در نمونه‌ی ۳ دیدید، تعیین کنید A، B و C هر کدام چه مایعی هستند؟

پاسخ در نمونه‌ی ۳ دیدیم وقتی دو یا چند مایع مخلوط‌نشده در یک ظرف ریخته شوند، مایع با چگالی کم‌تر، بالاتر قرار می‌گیرد، بنابراین:
 آب \rightarrow C گلیسرین \rightarrow B جیوه \rightarrow A

مثال چگالی خون برای یک فرد سالم در محدوده‌ی 1040 g/cm^3 تا 1060 g/cm^3 قابل قبول است. در آزمایشگاه به اندازه‌ی 6 cm^3 از شخصی خون گرفته می‌شود. اگر جرم خون گرفته‌شده 6.12 g باشد، شخص سالم است یا خیر؟

پاسخ $\rho = \frac{m}{V} = \frac{6.12 \text{ g}}{6 \text{ cm}^3} = 1.02 \text{ g/cm}^3$

بنابراین این شخص سالم نیست و دچار کمبود گلبول‌های قرمز خون است.

تمرین

۴۳- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.

(الف) چگالی مایعات، همیشه از چگالی جامدات کم‌تر است.

(ب) یک چوب کبریت روی آب استخر شناور می‌ماند، زیرا جرم آن از جرم آب استخر کم‌تر است.

(پ) در دما و فشار ثابت، چگالی آب درون یک لیوان و چگالی آب استخر با هم برابر است.

(ت) چگالی آلیاژ از چگالی هر کدام از مواد مخلوط‌شده بیشتر است.

۴۴- چگالی یک نوشابه‌ی گازدار وقتی که هنوز بطری آن باز نشده بیشتر است یا هنگامی که آن را داخل لیوان ریخته‌ایم؟



۴۵- در زمان ارشمیدس، پادشاه مقداری طلای خالص به طلاسازی می‌دهد تا یک تاج

طلایی زیبا برایش ساخته شود. وقتی طلاسازی تاج را به پادشاه می‌دهد، پادشاه شک

می‌کند که آیا تاج جدیدش از طلای خالص ساخته شده یا ناخالصی مس دارد. پادشاه

از ارشمیدس برای حل این مشکل کمک می‌خواهد و او این مسئله را حل می‌کند. به

نظر شما راه حل ارشمیدس چه بوده است؟

۴۶- چگالی ستاره‌های کوتوله‌ی سفید در SI حدود ۱۰۰ میلیون است. جرم مقداری از این ستاره به اندازه‌ی تقریبی یک حبه‌قند چند

کیلوگرم است؟

۴۷- اگر مقداری یخ را به طور کامل ذوب کنیم، حجم آن 10 cm^3 تغییر می‌کند. جرم یخ ذوب‌شده چه قدر است؟

$$(\rho_{\text{آب}} = 1000 \text{ kg/m}^3, \rho_{\text{یخ}} = 900 \text{ kg/m}^3)$$

۴۸- یک قطعه فلز با چگالی $4/0 \text{ g/cm}^3$ را درون ظرفی لبریز از روغن می‌اندازیم. اگر 72 g روغن از ظرف سرریز شود، جرم

قطعه فلز چند گرم است؟ ($\rho_{\text{روغن}} = 0/8 \text{ g/cm}^3$)

۴۹- جرم یک ورقه‌ی مسی $21/6 \text{ g}$ و مساحت آن 20 cm^2 است. ضخامت ورقه را به دست آورید. ($\rho_{\text{مس}} = 9 \text{ g/cm}^3$)

۵۰- قطر یک گوی فلزی نصف قطر یک گوی چوبی است. اگر جرم آن 4 برابر جرم گوی چوبی باشد، چگالی فلز چند برابر چگالی

چوب است؟

۵۱- (الف) مکعبی آلومینیمی داریم که $21/6 \text{ g}$ جرم دارد. طول ضلع این مکعب را به دست آورید.

(ب) مکعب بالاراذوب کرده‌ایم و آن یک حجم کروی می‌سازیم. شعاع این کره را به دست آورید. ($\rho_{\text{آلومینیم}} = 2/7 \times 10^3 \text{ kg/m}^3, \pi = 3$)

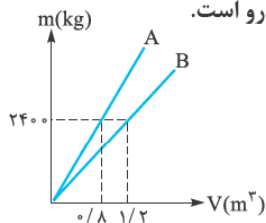
۵۲- یک کره‌ی نقره‌ای به قطر 10 cm و جرم 3150 g در اختیار داریم. حجم حفره‌ای که درون این کره وجود دارد را به دست آورید.

$$(\rho_{\text{نقره}} = 10500 \text{ kg/m}^3, \pi = 3)$$

۵۳- 500 cm^3 آب را با چند سانتی‌متر مکعب از مایعی به چگالی $1/2 \text{ g/cm}^3$ مخلوط کنیم تا چگالی مخلوط $1/1 \text{ g/cm}^3$ شود؟

$$(\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3)$$

۵۴- در دمای ثابت، نمودار تغییرات جرم بر حسب حجم ($m - V$) دو ماده‌ی A و B به صورت روبه‌رو است.



(الف) اگر جرم‌های مساوی از آن‌ها را با هم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط چه قدر خواهد شد؟

(ب) اگر حجم‌های مساوی از آن‌ها را با هم مخلوط کنیم، چگالی مخلوط چه قدر خواهد شد؟

$$\Rightarrow 10^{-2} \text{ kg} = (1000 - 900)V_1 = (100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})V_1$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{10^{-2} \text{ kg}}{100 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 10^{-4} \text{ m}^3$$

حال می‌توان جرم یخ ذوب‌شده را حساب کرد:

$$m_1 = \rho_1 V_1 \Rightarrow m_1 = (900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}) \times (10^{-4} \text{ m}^3) = 0.09 \text{ kg}$$

۴۸- چگالی فلز را داریم و برای محاسبه‌ی جرم آن باید حجمش را به دست آوریم. حجم فلز دقیقاً برابر با حجم روغنی است که از ظرف بیرون می‌ریزد.

$$V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V = \frac{72 \text{ g}}{0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 90 \text{ cm}^3$$

$$\text{جرم فلز: } m_{\text{فلز}} = \rho_{\text{فلز}} V \Rightarrow m_{\text{فلز}} = 4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \times 90 \text{ cm}^3 = 360 \text{ g}$$

۴۹- با استفاده از جرم و چگالی داده‌شده، حجم ورقه‌ی مسی را تعیین می‌کنیم:

$$V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V = \frac{21.6 \text{ g}}{9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 2.4 \text{ cm}^3$$

حالا با استفاده از حجم به دست آمده و مساحت داده‌شده، ضخامت را به دست می‌آوریم:

$$V = Ad \Rightarrow d = \frac{V}{A} = \frac{2.4 \text{ cm}^3}{20 \text{ cm}^2} = 0.12 \text{ cm} = 1.2 \text{ mm}$$

۵۰- برای مقایسه‌ی چگالی دو جسم می‌نویسیم:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\frac{m_1}{V_1}}{\frac{m_2}{V_2}} \Rightarrow \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{V_2}{V_1}$$

نسبت جرم‌ها داده شده و کافی است نسبت حجم‌ها را به دست آوریم:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\frac{4}{\pi r_2^2} \times \frac{r_2^3}{r_1^3}}{\frac{4}{\pi r_1^2} \times \frac{r_1^3}{r_1^3}} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 \xrightarrow{\frac{r_2}{r_1} = 2} \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^3 = 2^3 = 8$$

حالا می‌توانیم نسبت چگالی‌ها را به دست آوریم:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{\rho_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{چوب}}} = \frac{m_1}{m_2} \times \frac{V_2}{V_1} = 4 \times 8 = 32$$

۵۱- با توجه به جرم و چگالی داده‌شده، حجم مکعب را به دست آورده و با استفاده از آن، طول ضلع را تعیین می‌کنیم:

$$V = \frac{m}{\rho} \Rightarrow V_{\text{مکعب}} = \frac{21.6 \times 10^{-3} \text{ kg}}{2.7 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 8 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

از طرفی می‌دانیم: $V = a^3 \Rightarrow V = a^3$ (طول ضلع) = حجم مکعب

$$\Rightarrow 8 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = a^3 \Rightarrow a = 2 \times 10^{-2} \text{ m} = 2 \text{ cm}$$

حالا می‌توانیم جرم طلائی که ادعا می‌شود سرقت شده را حساب کنیم: تومان $10^{12} \sim$ قیمت ادعایی طلاها

تومان $10^8 \sim 9 / 712 \times 10^7 =$ قیمت هر کیلوگرم طلا

$$\Rightarrow \sim 10^4 \text{ kg} \sim \frac{10^{12}}{10^8}$$

یعنی آن خلافکار ادعا کرده که به تنهایی حدود 10^4 تن طلا را با یک کیسه دزدیده است! نتیجه‌ی افلاقی، فلاخکارها دروغ می‌گویند!

۴۳- نادرست  نادرست

درست  درست

۴۴- وقتی نوشابه داخل بطری باز نشده قرار دارد، مقدار زیادی گاز در آن محلول است. چگالی گاز به مقدار قابل توجهی از چگالی مایع کم‌تر است و وقتی در مایع حل می‌شود، چگالی مخلوط کاهش می‌یابد. با ریختن نوشابه داخل لیوان، گاز زیادی از نوشابه خارج شده و چگالی آن افزایش می‌یابد.

۴۵- ارشمیدس یک قطعه طلای خالص که دقیقاً هم‌وزن تاج پادشاه بود، برداشت و آن را داخل یک ظرف پر از آب گذاشت. مقدار آبی که از ظرف بیرون ریخت برابر با حجم آن مقدار طلای خالص بود. او به این ترتیب توانست چگالی طلا را محاسبه کند.

سپس تاج پادشاه را داخل ظرف پر از آب قرار داد و آب بیرون‌ریخته را اندازه گرفت. چون چگالی مس از طلا کم‌تر است، اگر تاج ناخالصی مس داشته باشد، آب بیرون‌ریخته (حجم تاج) از دفعه‌ی قبلی بیشتر است و چگالی تاج که ساخته از آلیاژ طلا و مس بود از چگالی طلای خالص کم‌تر می‌شود. او به این صورت توانست متقلب بودن تالاساز را اثبات کند.

۴۶- چگالی در SI برحسب کیلوگرم بر متر مکعب بیان می‌شود، پس: $\rho_{\text{سفید}} = 1000 \times 10^6 \text{ kg/m}^3 = 10^9 \text{ kg/m}^3$ حالا باید ابعاد یک حبه‌قند را برآورد کنیم. یک حبه‌قند حجمی در حدود 1 cm^3 دارد.

$$m = \rho V = 10^9 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 1 \text{ cm}^3 \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cm}^3} = 10^3 \text{ kg}$$

یک حبه‌قند از ستاره‌های کوتوله‌ی سفید حدود 100 کیلوگرم جرم دارد!

۴۷- جرم یخ تغییری نمی‌کند. بنابراین جرم قبل از ذوب (یخ) و بعد از ذوب (آب) را برابر قرار می‌دهیم: $m_1 = m_2 \Rightarrow \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2$ حجم ثانویه 10 cm^3 کم‌تر از حجم اولیه است، زیرا یخ وقتی ذوب می‌شود حجمش کاهش پیدا می‌کند؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 (V_1 - 10 \text{ cm}^3) \\ \Rightarrow (900 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}) \times V_1 = (1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}) (V_1 - 10^{-5} \text{ m}^3) \\ \Rightarrow 900 V_1 = 1000 V_1 - 10^{-2} \text{ kg}$$

ماجرای من و درسام- فیزیک ۱

$$\Rightarrow (550 \text{ g}) + (1/1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})V_r = (500 \text{ g}) + (1/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})V_r$$

$$\Rightarrow 50 \text{ g} = (0/1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})V_r \Rightarrow V_r = \frac{50 \text{ g}}{0/1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 500 \text{ cm}^3$$

۵۴- ابتدا با استفاده از نمودار داده شده، چگالی دو ماده را تعیین

می‌کنیم:

$$\rho_A = \frac{2400 \text{ kg}}{0/8 \text{ m}^3} = 3000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_B = \frac{2400 \text{ kg}}{1/2 \text{ m}^3} = 2000 \text{ kg/m}^3$$

۵۵- چون چگالی‌ها را داریم، در رابطه‌ی چگالی مخلوط، به جای

V از $\frac{m}{\rho}$ استفاده می‌کنیم. رابطه را برای وقتی که دو جرم مساوی m را مخلوط کرده باشیم، می‌نویسیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m+m}{\frac{m}{\rho_A} + \frac{m}{\rho_B}} = \frac{2m}{\frac{m}{3000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} + \frac{m}{2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}$$

$$= \frac{(2m) \text{ kg}}{(5m) \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 2400 \text{ kg/m}^3$$

۵۶- حجم مساوی را V می‌گیریم و در رابطه‌ی مخلوط، به جای

m از ρV استفاده می‌کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_A V + \rho_B V}{V + V} = \frac{(\rho_A + \rho_B)V}{2V}$$

$$= \frac{3000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} + 2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2} = 2500 \text{ kg/m}^3$$

۵۷- حجم کره‌ی ساخته شده دقیقاً برابر با حجم مکعب اولیه است.

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \Rightarrow 8 \times 10^{-6} \text{ m}^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$$

$$\Rightarrow r^3 = 2 \times 10^{-6} \text{ m}^3 \Rightarrow r = \sqrt[3]{2 \times 10^{-6}} \text{ m} = \sqrt[3]{2} \text{ cm}$$

۵۸- برای پیدا کردن حجم حفره، ابتدا حجم ظاهری و حجم واقعی کره را به دست می‌آوریم:

حجم ظاهری: $V_{\text{ظاهری}} = \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times (5 \text{ cm})^3$

$$\Rightarrow V_{\text{ظاهری}} = 500 \text{ cm}^3$$

$$\left. \begin{aligned} V_{\text{واقعی}} &= \frac{m}{\rho} \\ \rho_{\text{نقره}} &= 10500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \frac{10^{-2} \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{1 \text{ m}^3}{10^6 \text{ cm}^3} = 10/5 \text{ g/cm}^3 \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow V_{\text{واقعی}} = \frac{3150 \text{ g}}{10/5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 300 \text{ cm}^3$$

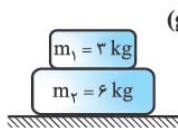
$$\text{حجم نقره} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} = 500 - 300 = 200 \text{ cm}^3$$

۵۹- در این سؤال صحبتی از جرم نشده و در عوض چگالی همه‌ی مواد داده شده است؛ بنابراین در رابطه‌ی چگالی مخلوط، به جای m از ρV استفاده می‌کنیم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2}$$

$$\Rightarrow 1/1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} = \frac{(1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})(500 \text{ cm}^3) + (1/2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})V_r}{(500 \text{ cm}^3) + V_r}$$

۲۹- جرم یک دستگاه خودرو بنز مدل C 300 حدود ۱۵۰۰ kg است. اگر فشاری که هر یک از تایرها بر سطح زمین وارد می‌کند برابر ۳۷۵ kPa باشد، اندازه‌ی سطح تماس هر تایر چند سانتی‌متر مربع است؟ (سطح تماس تایرها با زمین را یکسان و شتاب گرانش را 10 m/s^2 فرض کنید).



۳۰- اگر مساحت کف جسم m_2 ، 100 cm^2 باشد، برای شکل مقابل موارد زیر را به دست آورید. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

الف) فشار کل وارد بر سطح زمین
ب) فشار حاصل از جسم ۳ کیلوگرمی

۳۱- فشاری که در هنگام ایستادن بر روی سطح زمین ایجاد می‌کنید، حدوداً چند پاسکال است؟

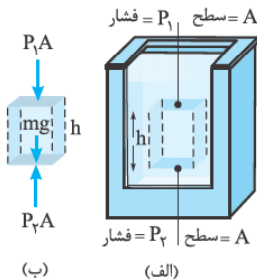
فشار در شاره

اگر به استخر رفته باشید، حتماً وارد شدن فشار آب به گوش‌هایتان را تجربه کرده‌اید. فشاری که آب به شما وارد می‌کند، ناشی از نیروی عمودی‌ای است که هر شاره‌ی ساکن (په مایع باشه په گاز) به هر سطحی که با آن در تماس است، وارد می‌کند. این نیروی عمودی به خاطر برخورد مولکول‌های در حال حرکت شاره با سطح جسم در تماس با شاره است.

محاسبه‌ی فشار در شاره

برای محاسبه‌ی فشار در هر نقطه‌ی دلخواه درون یک شاره‌ی ساکن با چگالی یکنواخت ρ ، از رابطه‌ی مقابل استفاده می‌کنیم: $P_2 = P_1 + \rho gh$ که P_1 فشار در سطح (۱) و P_2 فشار در سطح (۲) است. در این رابطه g شتاب گرانشی و h اختلاف عمق سطح (۱) و سطح (۲) است.

اثبات



بخشی از شاره را به ارتفاع h که مانند شکل روبه‌رو بین دو سطح فرضی به مساحت A قرار دارد، در نظر می‌گیریم.

با توجه به این‌که به هر سطح در شاره نیرویی به اندازه‌ی $F_{\perp} = PA$ به طور عمودی وارد می‌شود، مطابق قسمت (ب) شکل روبه‌رو، نیروهای وارد بر این بخش را رسم می‌کنیم.

چون شاره در حال تعادل است، نیروها متوازن‌اند و برابری آن‌ها صفر است؛ بنابراین در راستای قائم داریم:

$$P_2 A = P_1 A + mg$$

چون $m = \rho V = \rho Ah$ است، رابطه‌ی بالا به صورت زیر می‌شود:

$$P_2 A = P_1 A + \rho Ahg \Rightarrow P_2 A = (P_1 + \rho gh)A \Rightarrow \begin{matrix} P_2 = P_1 + \rho gh \\ \text{اختلاف فشار سطح ۲} \\ \text{با فشار سطح ۱ ناشی} \\ \text{از فشار شاره} \end{matrix}$$

نتیجه ۱: اختلاف فشار دو نقطه از یک مایع که اختلاف عمق آن‌ها برابر h است، مساوی فشار حاصل از شاره‌ی h است و از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$P_2 - P_1 = \rho gh$$

نتیجه ۲: هر چه در یک شاره به عمق بیشتری برویم، فشار بیشتر می‌شود.

نتیجه ۳: همان‌طور که از رابطه‌ی بالا مشخص است، فشار ناشی از شاره، تنها به چگالی، شتاب گرانشی و ارتفاع آن بخش از شاره که مورد نظر است، بستگی دارد و به مساحت سطح مقطع آن وابسته نیست.

مثال و پاسخ

مثال: نقطه‌ی A درون یک استخر پر از آب از نقطه‌ی B به اندازه‌ی ۴ m پایین‌تر است. اگر فشار نقطه‌ی A برابر 160000 Pa باشد، فشار در نقطه‌ی B چند پاسکال است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1000 \text{ kg/m}^3$)

پاسخ: با توجه به این‌که عمق نقطه‌ی A بیشتر از عمق نقطه‌ی B است، داریم:

$$P_A = P_B + \rho gh \Rightarrow P_A - \rho gh = P_B \Rightarrow P_B = 160000 \text{ Pa} - 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 4 \text{ m} = 160000 \text{ Pa} - 40000 \text{ Pa} = 120000 \text{ Pa}$$

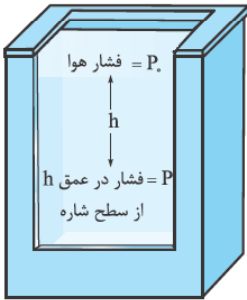
مثال و پاسخ

مثال: فشار ناشی از مایع در عمق ۶۰ cm از سطح آزاد الکل چند پاسکال است؟ ($\rho_{\text{الکل}} = 800 \text{ kg/m}^3$)

پاسخ: با توجه به رابطه $P = \rho gh$ به راحتی مقدار فشار حاصل از مایع را به دست می‌آوریم:

$$P = \rho gh = 800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \frac{60}{100} \text{ m} = 4800 \text{ Pa}$$

فشار حاصل از مایع:

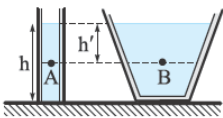


فشار کل در عمق h از سطح آزاد مایع

معمولاً رابطه $P_2 = P_1 + \rho gh$ را برحسب عمق از سطح مایع بیان می‌کنیم. برای این کار مطابق شکل روبه‌رو نقطه‌ی ۱ را در سطح شاره در نظر می‌گیریم. در این حالت فشار نقطه‌ی ۱ برابر فشار هوا می‌شود؛ بنابراین $P_1 = P_0$ است. از طرفی می‌توانیم نقطه‌ی ۲ را هر جایی درون شاره در نظر بگیریم و فشار در این نقطه را با P_2 نشان دهیم. در این صورت داریم:

$$P_2 = \rho gh + P_1 \xrightarrow{P_1 = P_0} P = \rho gh + P_0$$

در ادامه می‌بینید که فشار هوا (P_0) در سطح دریاهای آزاد، حدود $1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ است که به این مقدار یک اتمسفر (1 atm) نیز می‌گوییم.



نکته: فشار در مایع به شکل ظرفی که مایع در آن قرار دارد، بستگی ندارد و فقط به عمق از سطح مایع بستگی دارد. مثلاً فشار در دو نقطه‌ی A و B در شکل مقابل مساوی است، با این‌که شکل ظرف‌ها متفاوت است و حجم آب بالای نقطه‌ی B بیشتر است.

مثال و پاسخ

مثال: اگر فشار هوا 10^5 پاسکال باشد، فشار کل در عمق ۲ متری آب یک استخر چند کیلوپاسکال است؟

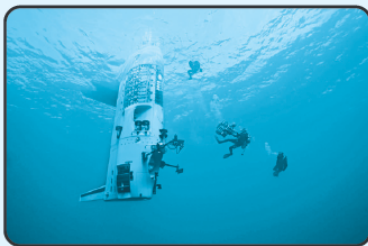
$$(g = 10 \text{ m/s}^2 \text{ و } 1 \text{ g/cm}^3 = \text{چگالی آب})$$

پاسخ: کافی است، مقادیر داده‌شده را در رابطه $P = \rho gh + P_0$ قرار دهید تا فشار در عمق ۲ متری را به دست آورید. فقط باید به این نکته توجه کنید که چگالی برحسب g/cm^3 داده شده است و باید آن را برحسب kg/cm^3 در رابطه قرار دهید:

$$\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3 = 1000 \text{ kg/cm}^3$$

$$P = \rho_{\text{آب}} gh + P_0 = 1000 \times 10 \times 2 + 10^5 = 120000 \text{ Pa} = 120 \text{ kPa}$$

بنابراین داریم:



مثال: جیمز کامرون کارگردان مشهور کانادایی در سال ۲۰۱۲ از عمیق‌ترین نقطه‌ی اقیانوس‌ها برای مستند Deepsee Challenge به طور سه‌بعدی فیلم‌برداری کرد. عمق این نقطه که به گودال چلنجر معروف است، از سطح دریا ۱۰۹۹۴ m است. فشار در این عمق برحسب پاسکال چه قدر است؟ این فشار چند برابر فشار هوا است؟ ($P_0 = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ و چگالی آب به طور میانگین 1 g/cm^3 است.)

پاسخ: کافی است از رابطه $P = \rho gh + P_0$ استفاده کنیم:

$$P = \rho gh + P_0 = (1 \times 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}) \times (10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}) \times (10994 \text{ m}) + 1.013 \times 10^5 \text{ Pa} \Rightarrow P = 1.1 \times 10^7 \text{ Pa}$$

همان‌طور که می‌بینید فشار در آن نقطه بسیار زیاد است. برای این‌که هم خیلی زیاد بودن این فشار را بیشتر درک کنید و هم پاسخ

$$\frac{P}{P_0} = \frac{1.1 \times 10^7 \text{ Pa}}{1.013 \times 10^5 \text{ Pa}} = 108.1$$

قسمت دوم مسئله را بدهیم، این مقدار را تقسیم بر فشار هوا می‌کنیم:

یعنی فشار در آن نقطه ۱۰۰ برابر فشار هوا است. (اگر می‌خواهید این موضوع را دقیق‌تر درک کنید، به عمق ۱۰ متری آب در یک استخر

بروید. آن‌جا فشار فقط ۲ برابر فشار هواست!)

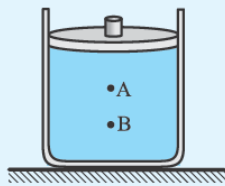
۱- معمولاً فشار هوا را برای راحتی 10^5 Pa در نظر می‌گیرند.

اصل پاسکال و ادعای شگفت انگیز دوم

شاید برایتان این سؤال ایجاد شده باشد که فشار هوا در سطح مایع چه ربطی به فشار در عمق h دارد و چرا باید P_0 هم در نظر بگیریم؟ جواب این سؤال را پاسکال در قرن ۱۷ این گونه بیان کرد:

اصل پاسکال، اگر فشار در یک نقطه از مایع درون یک طرف به میزان ΔP تغییر کند، فشار در تمام نقطه‌های آن مایع به اندازه ΔP تغییر می‌کند. به همین خاطر است که وقتی فشار هوا به سطح مایع وارد می‌شود، این فشار به تمام نقاط مایع منتقل می‌شود و ما برای به دست آوردن فشار یک نقطه در مایع باید P_0 را هم در نظر بگیریم.

مثال و پاسخ



مثال در شکل مقابل، فشار در نقاط A و B در درون مایع برابر P_A و P_B است. وزنه‌ای را روی پیستون آزاد قرار می‌دهیم. اگر در اثر وزنه، افزایش فشار در آن نقاط، ΔP_A و ΔP_B باشد، کدام رابطه درست است؟

$$\Delta P_B = \Delta P_A, P_B < P_A \quad (۲)$$

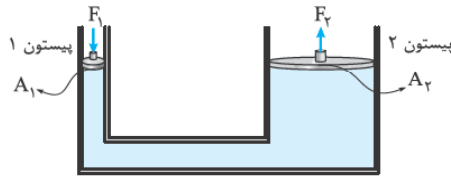
$$\Delta P_B < \Delta P_A, P_B = P_A \quad (۱)$$

$$\Delta P_B = \Delta P_A, P_B > P_A \quad (۴)$$

$$\Delta P_B > \Delta P_A, P_B < P_A \quad (۳)$$

پاسخ گزینه «۴» عمق B از عمق A بیشتر است؛ بنابراین $P_B > P_A$ است. از طرفی طبق اصل پاسکال با قراردادن وزنه روی پیستون، فشار در تمام نقاط مایع به یک اندازه افزایش می‌یابد؛ پس $\Delta P_B = \Delta P_A$ است.

بالابر هیدرولیکی



بالابر هیدرولیکی همان وسیله‌ای است که شما می‌توانید با آن پراید را بلند کنید.

طبق اصل پاسکال در بالابرهای هیدرولیکی، افزایش فشار ناشی از اعمال نیروی F_1 بر پیستون (۱) بدون هیچ کم و کاستی به پیستون (۲) منتقل می‌شود و داریم:

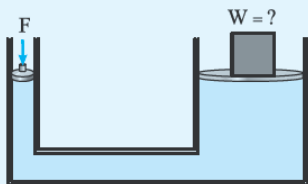
$$\Delta P_1 = \Delta P_2 \Rightarrow \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow F_2 = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)F_1$$

این رابطه به ما می‌گوید اگر نیروی کوچک F_1 را بر پیستون (۱) اعمال کنیم، در پیستون (۲) نیروی F_2 به اندازه $\left(\frac{A_2}{A_1}\right)$ برابر نیروی F_1 به وجود می‌آید. پس هر چه نسبت $\frac{A_2}{A_1}$ (نسبت مساحت پیستون دوم به اول) را افزایش دهیم، مقدار نیروی F_2 بیشتر می‌شود و می‌توانیم با اعمال نیروی کوچک F_1 ، نیروی بسیار بیشتری را در پیستون (۲) ایجاد کنیم.

$$A_2 \gg A_1 \Rightarrow F_2 \gg F_1$$

به همین خاطر از این بالابرها برای جابه‌جایی اجسام بسیار سنگین (مثلاً اتومبیل‌ها) با اعمال نیروی کم استفاده می‌شود.

مثال و پاسخ



مثال در شکل روبه‌رو، جرم و اصطکاک پیستون‌ها ناچیز و شعاع پیستون بزرگ‌تر

۱۰ برابر شعاع پیستون کوچک‌تر است. اگر به پیستون کوچک‌تر نیروی $F = ۲۰ \text{ N}$ را وارد کنیم، برای حفظ تعادل، وزنه‌ای به وزن چند نیوتون را باید روی پیستون بزرگ قرار داد؟

پاسخ

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \Rightarrow \frac{F}{A_1} = \frac{W}{A_2} \Rightarrow \frac{W}{F} = \frac{A_2}{A_1} \xrightarrow{A = \pi r^2} \frac{W}{F} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2$$

گام اول برای بالابر هیدرولیکی داریم:

$$\frac{W}{F} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 = ۱۰۰ \xrightarrow{F=۲۰\text{N}} \frac{W}{۲۰} = ۱۰۰ \Rightarrow W = ۲۰۰۰ \text{ N}$$

گام دوم می‌دانیم $r_2 = ۱۰r_1$ است، پس:

فشار هوا

ما برای این که خودبه‌خود منفجر نشویم، به فشار هوا نیاز داریم! (البته در بایی که داعش نباشه وگرنه از فشار هوا هم کاری برنمیدار!) هوا یا همان جو زمین به دلیل وزنی که دارد، به تمام اشیای داخلش، فشار وارد می‌کند. همان‌طور که قبلاً گفتیم، مقدار این فشار را در سطح دریاهای آزاد با P_0 نشان می‌دهیم. اگر این فشار وجود نداشت، فشار خونی که در رگ‌های ما در جریان است، از درون به ما فشار می‌آورد و باعث می‌شد، تکه‌تکه شویم. به همین خاطر است که فضانوردان برای راهپیمایی‌های فضایی از لباس‌های مخصوص استفاده می‌کنند.

محاسبه اختلاف فشار هوا برای دو نقطه با اختلاف ارتفاع کم‌تر از هزار متر، برای به دست آوردن اختلاف فشار هوا برای دو نقطه با اختلاف ارتفاع کم‌تر از ۱۰۰۰ m از رابطه $P_2 - P_1 = \rho gh$ استفاده می‌کنیم که h اختلاف ارتفاع دو نقطه است.

مثال و پاسخ

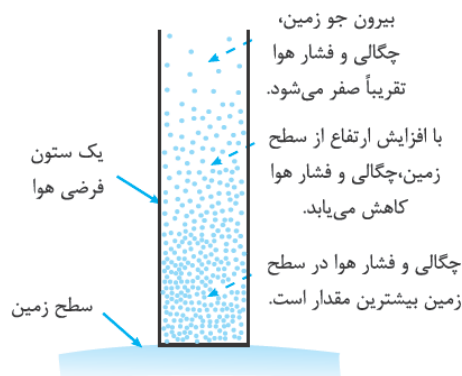
مثال: چگالی هوای تهران در دمای 20°C تقریباً 1.2 kg/m^3 است. اختلاف فشار هوای بالا و پایین برج میلاد، با ارتفاع 435 m چه قدر است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

$$P_2 - P_1 = \rho gh = (1.2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3})(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})(435) = 5220 \text{ Pa}$$

پاسخ:

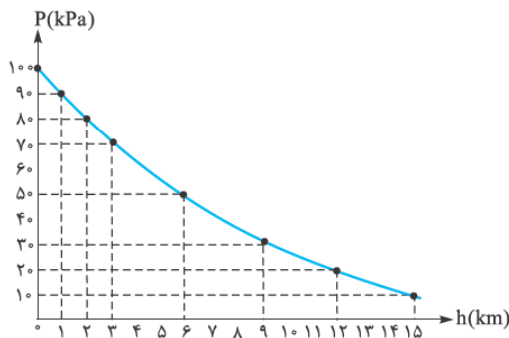


نکته: با توجه به این که چگالی گازها خیلی کم است، در محفظه‌های کوچک گاز مانند شکل روبه‌رو، اختلاف فشار در نقاط مختلف داخل محفظه ناچیز است. به همین خاطر می‌توانیم فشار را در تمام نقاط گاز یکسان در نظر بگیریم.



محاسبه اختلاف فشار بین دو نقطه از هوا که اختلاف ارتفاع بیش از هزار متر دارند،

برای محاسبه اختلاف فشار بین دو نقطه از هوا که اختلاف ارتفاع قابل توجهی دارند، دیگر نمی‌توانیم از رابطه $P_2 - P_1 = \rho gh$ استفاده کنیم. این موضوع به این خاطر است که چگالی هوا در ارتفاع‌های مختلف یکسان نیست و با افزایش ارتفاع از سطح زمین به شدت کاهش می‌یابد. در واقع نیروی جاذبه‌ی زمین باعث می‌شود که لایه‌های زیرین شاره نسبت به لایه‌های بالایی شاره متراکم‌تر شوند. در نتیجه هر چه به سطح زمین نزدیک‌تر می‌شویم، چگالی و فشار هوا افزایش می‌یابد.

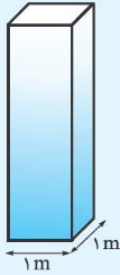


نمونه: اختلاف فشار قله‌ی داموند و سطح دریا با استفاده از رابطه $P_2 - P_1 = \rho gh$ حدود 74 kPa می‌شود، ولی مقدار واقعی آن تقریباً 50 kPa است.

در واقع برای محاسبه‌ی فشار هوا در نقاط مختلف باید از نمودار روبه‌رو استفاده کنیم. همان‌طور که می‌بینید برای اختلاف ارتفاع‌های زیاد، رابطه‌ی فشار با ارتفاع دیگر خطی نیست.

یکای بار (bar): یکی از یکاهای فشار که در هواشناسی متداول است و از آن روی نقشه‌های آب و هوا استفاده می‌شود، **بار (bar)** است. هر بار معادل $1 \text{ bar} = 1.013 \times 10^5 \text{ N/m}^2 = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ است.

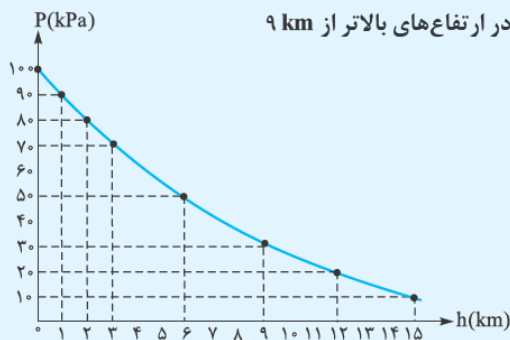
مثال و پاسخ



مثال: فشار هوای وارد بر هر مترمربع از سطح زمین در ساحل دریاها ناشی از وزن یک ستون هوای فرضی مانند شکل روبه‌رو است که تا بالاترین بخش جو زمین ادامه دارد. اگر جرم هوای درون این ستون فرضی ۱۰ تن باشد، فشار هوا در سطح دریا چند بار است؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

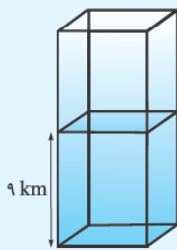
پاسخ: می‌دانیم فشار وارد بر یک سطح از رابطه‌ی $P = \frac{F_L}{A}$ به دست می‌آید. در این جا $F_L = mg$ است؛ پس:

$$P = \frac{F_L}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{(10 \text{ Tonn})(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})}{1 \text{ m}^2} = \frac{(10 \times 10^3 \text{ kg})(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})}{1 \text{ m}^2} \Rightarrow P = 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ bar}$$



مثال: با توجه به نمودار روبه‌رو، چه قدر از جرم ستون هوای مثال قبل در ارتفاع‌های بالاتر از ۹ km قرار دارد؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

پاسخ: همان‌طور که در مثال قبل گفتیم، فشار وارد بر هر مترمربع از یک ستون هوا ناشی از وزن هوای بالای آن سطح است. حالا سطح موردنظر را در ارتفاع ۹ کیلومتری از سطح زمین در نظر می‌گیریم. با توجه به نمودار، فشار در این ارتفاع حدود ۳۰ kPa است، که ناشی از وزن ستون هوای بالای این ارتفاع است؛ پس داریم:



$$P = \frac{W}{A} = \frac{mg}{A} \Rightarrow 30000 \text{ Pa} = \frac{m \times (10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})}{1 \text{ m}^2} \Rightarrow m = 3000 \text{ kg}$$

تمرین

۳۲- درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید.

(الف) نیرویی که توسط شاره به اجسام در تماس با آن وارد می‌شود، ناشی از برخورد مولکول‌های شاره با سطح اجسام است.

(ب) فشار حاصل از مایع به جنس مایع بستگی دارد.

(پ) فشار مایع به شتاب گرانشی بستگی ندارد.

(ت) فشار مایع به شکل ظرفی که مایع در آن قرار دارد، بستگی ندارد.

۳۳- در جمله‌های زیر جاهای خالی را با کلمه یا عبارت مناسب کامل کنید.

(الف) وقتی شاره ساکن است، به هر سطحی که با آن در تماس باشد، نیرویی وارد می‌کند.

(ب) با افزایش ارتفاع از سطح زمین، چگالی هوا به شدت می‌یابد.

(پ) نیروی جاذبه‌ی زمین سبب می‌شود که لایه‌های زیرین هوا نسبت به لایه‌های بالایی شوند.

(ت) در هواشناسی و روی نقشه‌های آب و هوا، معمولاً از یکای برای فشار هوا استفاده می‌کنند.

۳۴- کلمه‌ی مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید.

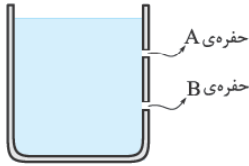
(الف) با افزایش عمق، فشار ناشی از شاره (افزایش - کاهش) می‌یابد.

(ب) فشار هوا در ارتفاع‌های بالاتر (کم‌تر - بیشتر) از فشار سطح دریاست.

(پ) هر چه به سطح زمین نزدیک‌تر می‌شویم، چگالی هوا (افزایش - کاهش) می‌یابد.

(ت) یک بار (1 bar) معادل $(10^4 - 10^5)$ پاسکال است.

۳۵- در بدنه‌ی ظرفی که در شکل روبه‌رو نشان داده شده است، دو حفره ایجاد شده است. آب از کدام‌یک از حفره‌ها با سرعت بیشتری خارج می‌شود؟ فشار آب در محل کدام حفره بیشتر است؟



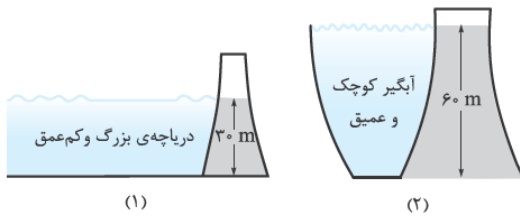
۳۶- چرا بادکنکی که از گاز هیدروژن پر شده است، در ارتفاعات می‌ترکد؟

۳۷- نمودار فشار کل وارد بر ته ظرف پر از مایع را بر حسب عمق مایع رسم کنید.

۳۸- مقدار آبی که در پشت سد شماره‌ی (۱) جمع شده است

$45 \times 10^6 \text{ m}^3$ و مقدار آبی که پشت سد شماره‌ی (۲) جمع شده است،

$20 \times 10^6 \text{ m}^3$ است. فشار در کف کدام سد بیشتر است؟ چرا؟



۳۹- یک نهنگ در عمق ۱۰۰ متری اقیانوس است و حرکت نمی‌کند. اگر فشار متوسط آب بر روی باله‌ی آن 10^6 Pa باشد، بزرگی

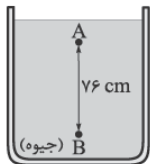
نیروی عمودی‌ای که آب به باله به مساحت 1200 cm^2 وارد می‌کند، چند نیوتون است؟

۴۰- اگر عمق آب استخری ۵ m باشد، اختلاف فشار بین کف استخر و سطح آب چند پاسکال است؟

$$(\rho_{\text{آب}} = 1000 \text{ kg/m}^3, g = 10 \text{ m/s}^2)$$

۴۱- اختلاف فشار دو نقطه‌ی A و B را در شکل روبه‌رو به دست آورید.

$$(g = 9.8 \text{ m/s}^2, \rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg/m}^3)$$



۴۲- در یک کارخانه‌ی شکلات‌سازی طول حوضچه‌ی شیر ۱۵ m و عرض آن ۵ m و عمق آن ۲ m است. اگر $\rho_{\text{شیر}} = 1.05 \text{ kg/L}$ باشد، چه فشاری بر حسب بار از طرف شیر بر کف حوضچه وارد می‌شود؟ ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

۴۳- عمیق‌ترین استخر جهان Y40 نام دارد. اگر فشار در کف این استخر ۵ bar باشد،

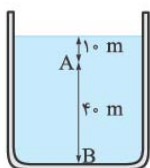
عمق آن چند متر است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3, g = 10 \text{ m/s}^2, P_0 = 10^5 \text{ Pa}$)

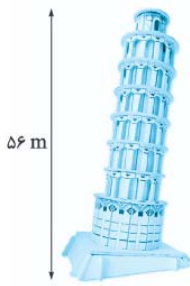


۴۴- اگر فشار جو 10^5 Pa باشد، در چه عمقی از سطح دریا، فشار سه برابر فشار جو است؟ ($\rho_{\text{آب دریا}} = 1000 \text{ kg/m}^3, g = 10 \text{ m/s}^2$)

۴۵- در شکل روبه‌رو، فشار در نقطه‌ی B چند برابر فشار در نقطه‌ی A است؟

$$(P_0 = 10^5 \text{ Pa}, \rho_{\text{آب}} = 1 \text{ g/cm}^3, g = 10 \text{ m/s}^2)$$





۴۶- ارتفاع برج پیزا (برج کج) ۵۶ m است. اختلاف فشار هوای بالا و پایین این برج چند پاسکال است؟ ($\rho_{\text{هوای}} = 1 \text{ kg/m}^3$, $g = 10 \text{ m/s}^2$)



۴۷- در شکل روبه‌رو، فشار در سطح مایع P_1 و در کف ظرف برابر P_2 است. با پایین آوردن پیستون، فشار در سطح مایع را ۲ برابر می‌کنیم. فشار در کف ظرف در این حالت P'_2 می‌شود. کدام رابطه‌ی زیر درست است؟

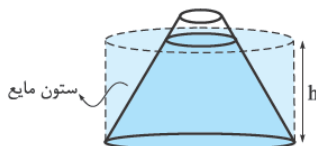
- (۱) $P'_2 = 2P_2$
 (۲) $P'_2 = P_2$
 (۳) $2P_2 < P'_2 < 3P_2$
 (۴) $P_2 < P'_2 < 2P_2$

ستون مایع و نیروی ناشی از فشار مایع

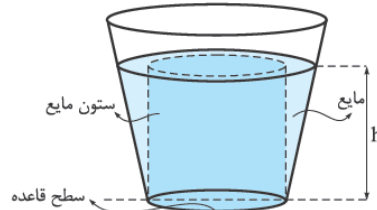
در درس‌نامه‌ی قبل گفتیم که فشار ناشی از مایع به شکل ظرف و مساحت کف ظرف وابسته نیست و فقط به عمق از سطح آزاد مایع بستگی دارد. با توجه به این موضوع مفهومی را به نام ستون مایع، بیان می‌کنیم:
ستون مایع، مقداری از مایع که حجم آن برابر حجم منشور یا استوانه‌ی قائمی است که روی قاعده‌ی ظرف ساخته می‌شود و ارتفاع آن برابر فاصله‌ی عمودی سطح مایع از کف ظرف است.

مثلاً در شکل‌های زیر حجم محصور بین خط‌چین‌ها، ستون مایع است. همان‌طور که می‌بینید در همه‌ی شکل‌های زیر برای حجم ستون مایع داریم:

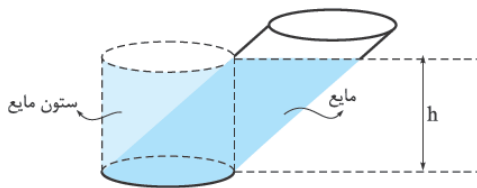
$$V_{\text{ستون مایع}} = A_{\text{کف ظرف}} \cdot h$$



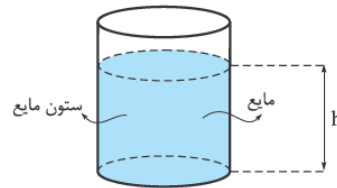
$$V_{\text{ستون مایع}} < V_{\text{ظرف}}$$



$$V_{\text{ستون مایع}} > V_{\text{ظرف}}$$



$$V_{\text{ستون مایع}} = V_{\text{ظرف}}$$



$$V_{\text{ستون مایع}} = V_{\text{ظرف}}$$

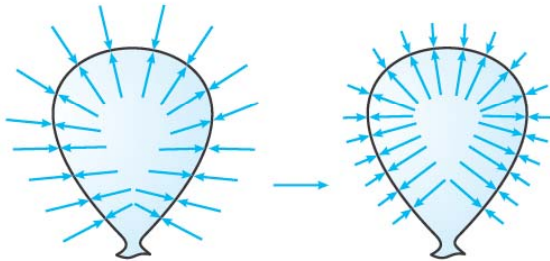
در واقع فشار حاصل از مایع در هر نقطه‌ی درون مایع، برابر فشار ستون مایع بالای آن نقطه است. به همین خاطر است که اثباتی که برای فشار حاصل از مایع در درس‌نامه‌ی قبل دیدید، برای هر ظرفی با هر شکلی برقرار است.

نیروی وارد بر کف ظرف از طرف مایع

کاربرد اصلی ستون مایع در به دست آوردن نیرویی است که مایع به کف ظرف وارد می‌کند. در واقع نیرویی که از سوی مایع به کف ظرف وارد می‌شود، برابر وزن ستون مایع است.

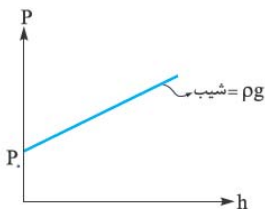
$$F = P_{\text{مایع}} \cdot A_{\text{کف ظرف}} = \rho g h A_{\text{کف ظرف}} = \rho g V_{\text{ستون مایع}} = g(\rho V_{\text{ستون مایع}}) = m_{\text{ستون مایع}} \cdot g = W_{\text{ستون مایع}}$$

۲۶- فشار هوا در ارتفاعات کم است. به همین خاطر هر چه بادکنک بالاتر برود، اختلاف فشار داخل و خارج بادکنک بیشتر می‌شود. این اختلاف فشار باعث می‌شود به دیواره‌ی بادکنک مطابق شکل زیر نیرویی به سمت بیرون وارد شود که باعث ترکیدن بادکنک می‌شود.



در سطح زمین، فشار هوا به اندازه‌ای است که جلوی ترکیدن بادکنک را می‌گیرد.

فشار هوا در ارتفاعات کم است و این باعث ترکیدن بادکنک می‌شود.



۲۷- فشار کل در مایع به صورت $P = \rho gh + P_0$ است؛ بنابراین فشار کل بر حسب عمق مایع، یک تابع خطی با شیب ρg و عرض از مبدأ P_0 است.

۲۸- فشار حاصل از مایع به جرم و حجم مایع وابسته نیست، بلکه به عمق مایع وابسته است. در این سؤال، هر چند حجم آب جمع شده در پشت سد شماره‌ی (۱) بیشتر است؛ اما عمق آب (h) پشت سد شماره‌ی (۲) بیشتر است؛ بنابراین با توجه به رابطه‌ی $P = \rho gh + P_0$ فشار در کف سد (۲) بیشتر است.

۲۹- فشار چه حاصل از شاره باشد چه حاصل از جامد، به صورت $P = \frac{F_{\perp}}{A}$ تعریف می‌شود:

$$P = \frac{F_{\perp}}{A} \Rightarrow 10^6 \text{ Pa} = \frac{F}{1200 \text{ cm}^2} = \frac{F}{1200 \times 10^{-4} \text{ m}^2}$$

$$\Rightarrow F = (10^6 \text{ Pa}) \times (1200 \times 10^{-4} \text{ m}^2) = 120000 \text{ N}$$

۴۰- اختلاف فشار بین کف و سطح آب از رابطه‌ی $P - P_0 = \rho gh$ دست می‌آید:

$$P - P_0 = \rho gh = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 5 \text{ m} = 50000 \text{ Pa}$$

۴۱- با توجه به رابطه‌ی $P_B - P_A = \rho gh$ داریم:

$$P_B - P_A = \rho gh = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 9/8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times \frac{76}{100} \text{ m}$$

$$= 1/012928 \times 10^5 \text{ Pa} \approx 1/013 \times 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ atm}$$

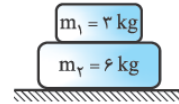
همان‌طور که می‌بینید فشار حاصل از یک ستون جیوه به ارتفاع ۷۶ cm برابر فشار هوا در سطح دریاهای آزاد (یعنی ۱ atm) شد.

گام دوم: با استفاده از رابطه‌ی $P = \frac{F_{\perp}}{A}$ اندازه‌ی سطح تماس هر تایلر را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{F_{\perp}}{A} \Rightarrow 375 \text{ kPa} = \frac{3750 \text{ N}}{A} \Rightarrow 375 \times 10^3 \text{ Pa} = \frac{3750 \text{ N}}{A}$$

$$\Rightarrow A = \frac{3750 \text{ N}}{375 \times 10^3 \text{ Pa}} = 10^{-2} \text{ m}^2 = 100 \text{ cm}^2$$

۳۰- الف) گام اول: ابتدا اندازه‌ی نیروی عمودی



سطح را به دست می‌آوریم:

$$\vec{N} + \vec{W}_{\text{کل}} = 0 \Rightarrow \vec{N} = -\vec{W}_{\text{کل}}$$

$$\Rightarrow |\vec{N}| = |\vec{W}_{\text{کل}}| = (m_1 + m_2)g = (3 \text{ kg} + 6 \text{ kg}) \times 10 \text{ m/s}^2 = 90 \text{ N}$$

$$P = \frac{F_{\perp}}{A} = \frac{|\vec{N}|}{A}$$

گام دوم:

$$P = \frac{90 \text{ N}}{100 \text{ cm}^2} = \frac{90 \text{ N}}{100 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 9000 \text{ Pa}$$

ب) کافی است اندازه‌ی وزن m_1 را بر مساحت کف m_2 تقسیم کنیم:

$$P = \frac{F_{\perp}}{A} = \frac{|\vec{W}|}{A} = \frac{m_1 g}{A} = \frac{30 \text{ N}}{100 \text{ cm}^2} = \frac{30 \text{ N}}{100 \times 10^{-4} \text{ m}^2} = 3000 \text{ Pa}$$

۳۱- اگر وزن یک فرد را حدود ۶۰ kg و کف هر پای او را مستطیلی با اضلاع ۱۰ cm و ۲۰ cm در نظر بگیریم، داریم: (دقت کنید دو پا داریم):

$$P = \frac{F_{\perp}}{A} = \frac{|\vec{W}|}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{60 \times 10}{2 \times 20 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}}$$

$$= \frac{60 \times 10}{2 \times 20 / 2 \text{ m} \times 0/1 \text{ m}} = 15000 \text{ Pa}$$

۳۲- الف) درست ب) درست

ب) نادرست - در رابطه‌ی $P = \rho gh$ می‌بینیم که فشار ناشی از

شاره به شتاب گرانشی وابسته است.

ج) درست

۳۳- الف) عمودی ب) کاهش

ج) متراکم‌تر د) بار

۳۴- الف) افزایش ب) کم‌تر

ج) افزایش د) 10^5

۳۵- آب از حفره‌ی پایینی یعنی B با سرعت بیشتری خارج می‌شود.

این اتفاق به این دلیل رخ می‌دهد که عمق نقطه‌ی B بیشتر از نقطه‌ی A و در نتیجه فشار در نقطه‌ی B بیشتر از فشار در نقطه‌ی A است؛

پس نیرویی که آب را در نقطه‌ی B به بیرون هل می‌دهد، از نیرویی که آب را در نقطه‌ی A به بیرون هل می‌دهد، بیشتر است.

