

مبلغی که امروز بابت خرید این کتاب می پردازید!  
در مقابل هزینه های که در آینده بابت  
نخواندن آن پرداخت خواهید کرد،  
بسیار ناچیز است...



*Mathematics*  
10 + 11 + 12

این نسل از کتاب های ریاضی میکرو که با وسواس خاصی تهیه شده، ترکیبی است از ۳ کتاب با ۳ استراتژی مختلف:

کتاب اول: تست های واجب و ضروری

کتاب دوم: تست های ویژه تسلط و تثبیت و مرور

کتاب سوم: تست های IQ و چالشی ویژه دانش آموزان مدارس برتر



سرپرست تیم تألیف و کارشناس ارشد علمی:

مهندس آریان حیدری

arianheidarioriginal arian.heidarii

### Collaboration With

همکاران  
تألیف

- M.J. Lotfi ..... مهندس محمد جواد لطفی
- M.Samadi ..... مهندس میثم صمدی
- M.H. Mokhtari ..... مهندس محمد حسین مختاری

بازبینی نهایی و کارشناسی محتوی: مهندس توحید فرمودی

### Editorial Board

کارشناسان  
علمی

- M. Askari ..... مهندس محمد عسکری
- A. Abdi Poor ..... مهندس علی عبدی پور
- O. Shiri Nezhad ..... مهندس امید شیرینی‌زاد
- S. Bani Hashemi ..... مهندس سعید بنی‌هاشمی
- A. Dezhbadaran ..... مهندس امینه دژبادران
- P. Tehranian ..... مهندس پویان طهرانیان
- B. Golzari ..... مهندس بهروز گلزاری
- A. Fazaeli ..... مهندس علیرضا فضائلی

سرپرست تیم ویراستاران: مهندس امین سلطه

- A. Khvanin zadeh ..... مهندس امین خوانین زاده
- A. H. Shokri ..... مهندس امیرحسام شُکری
- M. Kaloei ..... مهندس محمد کلویی
- A. Kazemi Bagha ..... مهندس علیرضا کاظمی بقاء
- A. Hagh Nazar ..... مهندس امیرحقیق نظر
- M. Safavi ..... مهندس سید محمدرضا صفوی
- B. Hidarian ..... مهندس بهروز حیدریان
- M. Fathi ..... مهندس مهدیس فتحی

### Scientific Expert

ویراستاران  
علمی



Message



## مقدمه مؤلف



alimonsef\_shokri

A. Monsef. Shokri

به جای نوشتن مقدمه طول و دراز و تشکر از فک و فامیل و ایل و تبار خودم و دست‌اندرکاران کتاب بهتر است توضیحاتی کوتاه و مهم درباره ساخت و بافت این کتاب ارائه کنم:

I این کتاب دارای سه دسته تست است:

تست‌های سبز: این تست‌ها که شماره آن‌ها با رنگ سبز مشخص شده است برای همه دانش‌آموزان واجب و ضروری است.

تست‌های زرد: این تست‌ها که شماره آن‌ها با رنگ زرد مشخص شده است برای دانش‌آموزانی است که به دنبال کتاب دوم هستند.

تست‌های بنفش: این تست‌ها که شماره آن‌ها با رنگ بنفش مشخص شده است برای دانش‌آموزان مدارس برتر و همچنین دانش‌آموزانی است که به دنبال تست‌های چالشی و سطح بالاتر از کنکور سراسری هستند.

II ویژگی‌های خاص این کتاب نسبت به سایر کتاب‌های موجود در بازار:

1 طراحی و معماری داخلی بسیار زیبا جذاب و مورد پسند دانش‌آموزان و معلمان و مشاوران

2 طرح تست از مفاهیم و لایه‌های پنهان کتاب درسی

3 بالایش، ویرایش، نوسازی و بهسازی تمامی تست‌های کنکورهای دهه ۹۰ و بازآفرینی آن‌ها در قالب و چهارچوب نظام جدید

4 بررسی کامل تمام تمرینات مطرح شده در کتاب راهنمای معلم که یکی از منابع اصلی تست در کنکور سراسری است.

5 طرح تست‌های ترکیبی از مفاهیم، اشکال و تمرینات کتاب درسی

6 بافت پوششی و چند لایه تست‌های کتاب که با حل آن‌ها می‌توان از زوایای مختلف یک مطلب را یاد گرفت و مرور کرد.

7 پاسخنامه فوق تشریحی و تمام رنگی کتاب که بر اساس خط‌های رنگی بیمارستانی طراحی شده است و رنگ‌های انتخاب شده می‌تواند راهنمای شما در رسیدن به مقصد باشد. مثلاً به عنوان نمونه تمام جواب‌های آخر با رنگ سبز مشخص شده است یا در ابتدای بعضی از پاسخ‌ها فرمول یا جمله‌ای به رنگ صورتی دیده می‌شود که بیان‌گر نکته مربوط به آن سؤال است یا در تست‌هایی که نیاز به بررسی گزینه‌ها دارد گزینه user friendly (کاربر پسند) می‌کند.

8 user friendly بودن کتاب برای معلمان و مدرسین کنکور به لحاظ نوع چیدمان تست‌ها و پرهیز از تألیف تست‌های تیز و خارج از چارچوب نظام جدید و کتاب درسی و گفت‌وگو حاکم بر کنکور سراسری.

9 user friendly بودن کتاب برای هر سطحی از دانش‌آموز با هر میزان از معلومات [پیرمان ساده به دشوار تست‌ها در هر بخش همچنین نوع پاسخ‌نامه نویسی منظم به فرک فوهم و درک آن و سردرآوردن از جواب‌های نوشته شده را آسان می‌کند بخصوص، در ایام کرونا که دسترسی به معلمان بسیار سخت‌تر و دشوارتر است و دانش‌آموزان با اشکالات زیادی در درک و فوهم تست‌ها مواجه‌اند]

10 کتاب یک ویژگی دیگر هم دارد که ربطی به ۹ ویژگی اول ندارد و در گوشه‌ای از کتاب پنهان است و امکان کشف آن تا قبل از ۱۵ اسفند ۱۴۰۰ وجود ندارد و حداکثر ۸ نفر ممکن است این راز را کشف کنند، اگر شما یکی از این ۸ نفر هستید در اینستاگرام این ویژگی را در دایرکت برای من بفرستید و ۸ جلد از کتاب‌های دور دنیا در نیم ساعت ویژه کنکور ۱۴۰۱ را هدیه بگیرید.

زمان قرعه‌کشی در اینستاگرام اعلام خواهد شد.

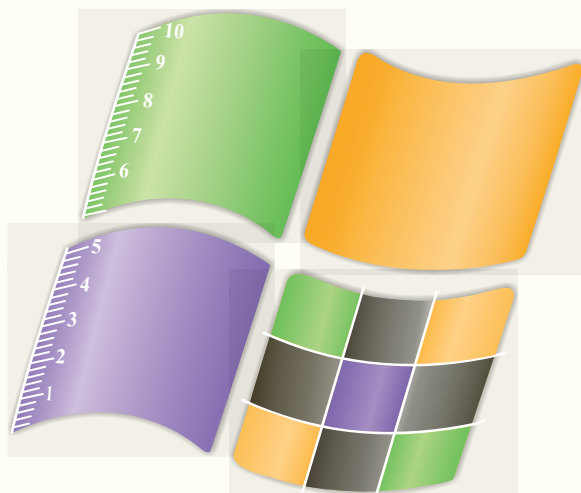


alimonsef\_shokri



انتشارات  
چهارمیلی  
کاج

# [ مجموعه پرسش‌های چندگزینه‌ای ]



## + 4300 Test

### انواع تست‌های آموزشی - سنجشی - تسلط

[ سبز ، زرد ، بنفش ]	1) تست‌های چهارگزینه‌ای
[ ۳ ، ۲ ، ۱ ]	2) تست‌های سه‌گزینه‌ای مقایسه‌ای
[ ۲ ، ۱ ]	3) تست‌های دوگزینه‌ای از مفاهیم پایه
[ • ، • ، • ، • ، • ]	4) تست‌های چهارگزینه‌ای شمارشی
[ الف ، ب ، ج و ... ]	5) تست‌های چهارگزینه‌ای موردی

Bertrand Russell  
1872-1970



# Set, Pattern & Sequence

## Chapter 1

Lesson . 1 صفحه ۷ تا ۷ کتاب دهم مجموعه‌های منتهی و نامنتاهی درس اول

### Set, Pattern & Sequence

مجموعه‌های اعداد



- چه تعداد از رابطه‌های زیر در مجموعه اعداد حقیقی درست است؟
 

$Q' \cap Z = \emptyset$ ●	$\mathbb{R} - Q' = Q$ ●	$N \subseteq W \subseteq Q'$ ●	$Z \cup Q = \mathbb{R}$ ●
۴ (ف)	۳ (س)	۲ (ز)	۱ (ا)
- چه تعداد از رابطه‌های زیر در مجموعه اعداد حقیقی درست است؟
 

$N \cap Z = W$ ●	$N \cup Q = Q$ ●	$Z - W = \{0\}$ ●	$Q \cap Q' = Z$ ●
۴ (ف)	۳ (س)	۲ (ز)	۱ (ا)
- چه تعداد از رابطه‌های زیر در مجموعه اعداد حقیقی درست است؟
 

$(\mathbb{R} - Q') \subseteq W$ ●	$(Z - Q) \subseteq N$ ●	$Z \cup Q = \mathbb{R}$ ●	$N \cap Q' = N$ ●
۴ (ف)	۳ (س)	۲ (ز)	۱ (ا)
- چه تعداد از رابطه‌های زیر در مجموعه اعداد حقیقی درست است؟
 

$(Z \cup N) \subseteq (Q \cup Q')$ ●	$(Q \cap Q') \subseteq W$ ●	$(N \cup Q) \subseteq Q'$ ●	$Q \subseteq (\mathbb{R} - Z)$ ●
۴ (ف)	۳ (س)	۲ (ز)	۱ (ا)
- چه تعداد از رابطه‌های زیر در مجموعه اعداد حقیقی درست است؟
 

$(\mathbb{R} - N) \subseteq Q'$ ●	$(W - N) \subseteq Q$ ●	$Z \subseteq Q'$ ●	$Q \cup Q' = \mathbb{R}$ ●
۴ (ف)	۳ (س)	۲ (ز)	۱ (ا)
- چه تعداد از عبارات زیر درست است؟
 

$\pi \in (2, +\infty) - [1, 4]$ ●	$\emptyset \subseteq (\sqrt{2}, \sqrt{3} + 1)$ ●	$\sqrt{2} \in (1, +\infty)$ ●	$\{0, 1\} \subseteq [-1, 2)$ ●
۴ (ف)	۳ (س)	۲ (ز)	۱ (ا)
- چه تعداد از مجموعه‌های داده شده، زیر مجموعه  $(\mathbb{R} - Q') \cap [(Z \cup W) - (N \cap Q)]$  محسوب می‌شوند؟
 

$D = \{\dots, -2, -1, 0\}$ ●	$C = \{0, 1, 2, \dots\}$ ●	$B = \{\dots, -2, -1\}$ ●	$A = \{1, 2, 3, \dots\}$ ●
۴ (ف)	۳ (س)	۲ (ز)	۱ (ا)
- چه تعداد از روابط زیر درست است؟
 

$\pi^2 \in \mathbb{Z}$ ●	$0/154 \in \mathbb{Z}$ ●	$1 - \sqrt{2} \in Q'$ ●	$\pi \in Q$ ●
۴ (ف)	۳ (س)	۲ (ز)	۱ (ا)

مجموعه، الگو و دنباله | مجموعه‌های منتهی و نامنتاهی

خرید آنلاین در [gajmarket.com](http://gajmarket.com)

1102. کدام یک از توابع زیر وارون پذیر است؟

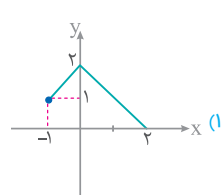
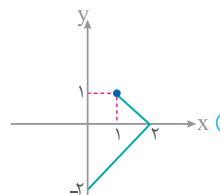
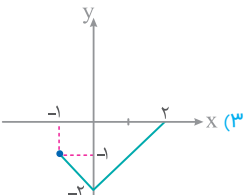
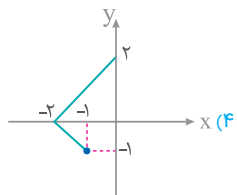
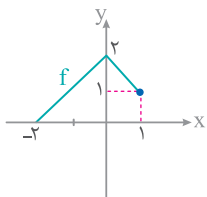
$$g = \{(2, 4), (3, 1), (4, 2)\} \quad (۲)$$

$$f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 2)\} \quad (۱)$$

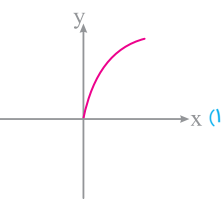
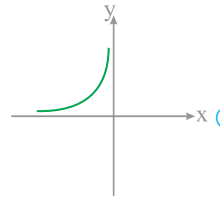
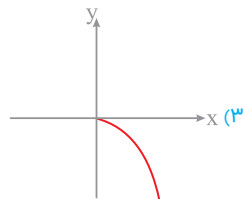
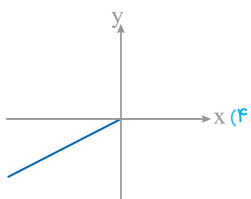
$$k = \{(2, 2), (3, 1), (1, 2)\} \quad (۴)$$

$$h = \{(1, 3), (2, 2), (3, 3)\} \quad (۳)$$

1103. نمودار وارون تابع  $f$  کدام است؟



1104. نمودار وارون کدام یک از توابع زیر در ناحیه دوم قرار دارد؟



1105. اگر  $f(x) = \begin{cases} x+1 & ; x \leq 0 \\ x-1 & ; x > 0 \end{cases}$  باشد، نمودار تابع  $y = f^{-1}(x)$  از کدام ناحیه دستگاه مختصات نمی‌گذرد؟

(۴) چهارم

(۳) سوم

(۲) دوم

(۱) اول

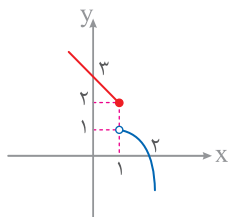
1106. نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل است. حاصل  $f^{-1}(2) + f^{-1}(3)$  کدام است؟

(۱) ۵

(۲) -۲

(۳) ۱

(۴) صفر



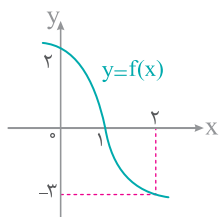
1107. با توجه به نمودار تابع  $f$  حاصل  $\frac{f^{-1}(-3) + f^{-1}(2)}{f(f(1))}$  کدام است؟

(۱) ۱

(۲) ۲

(۳)  $\frac{4}{3}$

(۴)  $-\frac{3}{2}$



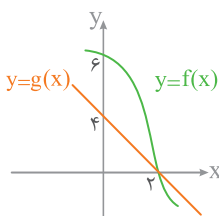
1108. با توجه به نمودار دو تابع  $f$  و  $g$  حاصل  $f^{-1}(g(2)) + g(f^{-1}(6))$  کدام است؟

(۱) ۸

(۲) ۶

(۳) ۲

(۴) ۵



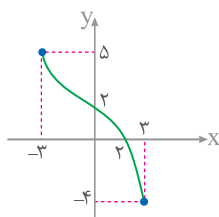
1109. نمودار تابع  $f$  با دامنه  $[-3, 3]$  به صورت مقابل است.  $\frac{f^{-1}(5)}{f(a) + f^{-1}(0)} = -\frac{3}{4}$  باشد مقدار  $a$  کدام است؟

(۱) صفر

(۲) ۱

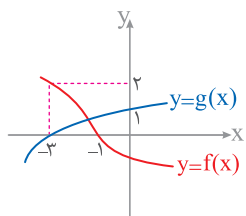
(۳) -۱

(۴)  $\frac{1}{2}$





1110. نمودار توابع  $f$  و  $g$  به صورت مقابل است. حاصل  $(f \circ g^{-1})(0)$  کدام است؟

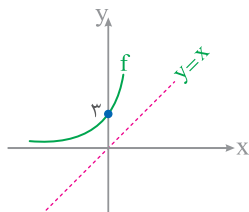


- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۱ (۴)

1111. تابع  $f = \{(1, 1), (2, 4), (3, 2), (4, 3)\}$  مفروض است. اگر  $(f \circ f)(a) = f^{-1}(3)$  باشد  $a$  کدام است؟

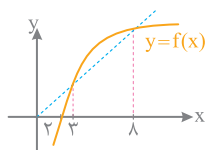
- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

1112. شکل مقابل نمودار تابع  $y = f(x)$  و نیمساز ناحیه اول و سوم است. دامنه تابع  $y = \sqrt{f^{-1}(x)}$  است؟



- ۱ (۱)  $(-\infty, +\infty)$
- ۲ (۲)  $(0, +\infty)$
- ۳ (۳)  $[3, +\infty)$
- ۴ (۴)  $(-\infty, 3]$

1113. شکل زیر، نمودار تابع  $y = f(x)$  و نیمساز ناحیه اول و سوم را نشان می‌دهد. دامنه تابع با ضابطه  $y = \sqrt{x - f^{-1}(x)}$  کدام است؟ (داخل - ۹۴)



- ۱ (۱)  $(0, 2]$
- ۲ (۲)  $[2, 3]$
- ۳ (۳)  $[2, 8]$
- ۴ (۴)  $[3, 8]$

1114. اگر  $f(x) = 2^x + 1$  باشد، دامنه تابع  $y = \sqrt{f^{-1}(x) - 2}$  شامل چند عدد طبیعی نیست؟

- ۱ (۱) ۳
- ۲ (۲) ۴
- ۳ (۳) ۵
- ۴ (۴) ۶

1115. اگر  $f = \{(0, 1), (2, -1), (4, 0), (5, 2)\}$  باشد، بُرد تابع  $\frac{f^2}{f^{-1}}$  شامل چند عضو است؟

- ۱ (۱) ۱
- ۲ (۲) ۲
- ۳ (۳) ۳
- ۴ (۴) ۴

1116. دو تابع  $f = \{(1, 2), (2, 3), (4, 5), (3, 4)\}$  و  $g = \{(2, 1), (3, 2), (5, 4)\}$  مفروض‌اند. تابع  $g^{-1} \circ f^{-1}$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\{(1, 1), (3, 4), (4, 4)\}$
- ۲ (۲)  $\{(3, 3), (5, 5), (4, 3)\}$
- ۳ (۳)  $\{(2, 2), (1, 1), (4, 4)\}$
- ۴ (۴)  $\{(2, 2), (3, 3), (5, 5)\}$

1117. اگر  $f = \{(1, 2), (2, 3), (3, 1)\}$  باشد. برد تابع  $\frac{f \circ f}{f^{-1}}$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\{1, 2, 3\}$
- ۲ (۲)  $\{1\}$
- ۳ (۳)  $\{1, 2\}$
- ۴ (۴)  $\{1, 3\}$

1118. دو تابع  $f = \{(5, 1), (4, 3), (0, 2), (3, 6)\}$  و  $g(x) = 2x + \sqrt{x}$  مفروض‌اند. اگر  $g^{-1}(f(a)) = 1$  باشد  $a$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۱
- ۲ (۲) ۲
- ۳ (۳) ۳
- ۴ (۴) ۴

1119. دو تابع  $f = \{(5, 2), (7, 3), (1, 4), (3, 6), (9, 1)\}$  و  $g(x) = \sqrt{5x + 9}$  مفروض‌اند. اگر  $(g^{-1} \circ f^{-1})(a) = 8$  باشد  $a$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۲
- ۲ (۲) ۳
- ۳ (۳) ۶
- ۴ (۴) ۷

1120. دو تابع  $f = \{(2, 5), (6, 3), (3, 7), (4, 1), (1, 9)\}$  و  $g(x) = \frac{x}{x-1}$  مفروض‌اند. اگر  $f^{-1}(g(2a)) = 6$  باشد،  $a$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $\frac{1}{2}$
- ۲ (۲)  $\frac{3}{4}$
- ۳ (۳)  $\frac{3}{2}$
- ۴ (۴)  $\frac{5}{2}$

1121. اگر وارون تابع با ضابطه  $f(x) = -2x + a$  از نقطه  $(0, \frac{1}{2})$  بگذرد. مقدار  $f^{-1}(3)$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۱
- ۲ (۲) -۱
- ۳ (۳) ۳
- ۴ (۴) -۳

تابع | تابع یک به یک و تابع وارون

خرید آنلاین در [gajmarket.com](http://gajmarket.com)

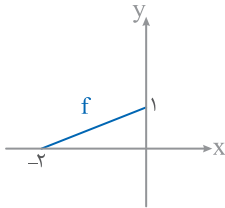
1122. قرینه خط به معادله  $y = 5x + 2$  نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم از کدام نقطه می‌گذرد؟

- (1)  $(-3, -1)$  (2)  $(7, 2)$  (3)  $(2, 1)$  (4)  $(0, 2)$

1123. ضابطه وارون تابع  $y = ax - 2a$  به صورت  $y = \frac{4-x}{3}$  است. مقدار  $a$  کدام است؟

- (1) 1 (2) 2 (3) -1 (4) -2

1124. نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل است. اگر نقاط  $(a+2, 0)$  و  $(b, -1)$  روی نمودار  $f^{-1}$  باشند، مقدار  $a+b$  کدام است؟



(1)  $-\frac{1}{2}$

(2)  $\frac{3}{2}$

(3) صفر

(4) 1

1125. در تابع خطی  $f$  اگر  $f(1) = -2$  و  $f^{-1}(1) = -3$  باشد ضابطه تابع  $f^{-1}$  کدام است؟

- (1)  $f^{-1}(x) = -\frac{4}{3}x - \frac{5}{3}$  (2)  $f^{-1}(x) = -\frac{5}{3}x - \frac{4}{3}$  (3)  $f^{-1}(x) = -4x - 5$  (4)  $f^{-1}(x) = -5x - 4$

1126. در تابع خطی  $f$  اگر  $f(1) = 4$  و  $f^{-1}(6) = 2$  باشد، ضابطه  $(f \circ f)(x)$  کدام است؟

- (1)  $y = 2x - 3$  (2)  $y = 2x + 2$  (3)  $y = 4x + 6$  (4)  $y = 3x - 6$

1127. در تابع خطی  $f$  اگر  $f(-1) = 1$  و  $f^{-1}(3) = 0$  باشد، مقدار  $f^{-1}(2)$  کدام است؟

- (1) 1 (2)  $-\frac{1}{2}$  (3)  $\frac{3}{2}$  (4) 2

1128. اگر  $f(x) = ax + 3$  و  $f^{-1}(2a) = 3$  باشد حاصل  $f(a)$  کدام است؟

- (1) صفر (2) 3 (3) -2 (4) 12

1129. ضابطه وارون تابع  $f(x) = 3x + 1$  با دامنه  $[-1, 2]$  کدام است؟

- (1)  $\frac{x+1}{3}; -2 \leq x \leq 7$  (2)  $\frac{x-1}{3}; -2 \leq x \leq 7$  (3)  $\frac{x+1}{3}; -4 \leq x \leq 2$  (4)  $\frac{x-1}{3}; -4 \leq x \leq 2$

1130. اگر  $f(x) = x + 2$  دامنه تابع  $y = \sqrt{xf^{-1}(x)}$  کدام است؟

- (1)  $[0, 2]$  (2)  $[2, +\infty)$  (3)  $\mathbb{R} - (0, 2)$  (4)  $(-\infty, 0]$

(داخل - 97)

1131. قرینه خطی به معادله  $3y - 2x = 4$  را نسبت به خط  $y = x$  خط  $d$  می‌نامیم. عرض از مبدأ خط  $d$  کدام است؟

- (1) -2 (2) -1 (3) 1 (4) 2

(خارج - 93)

1132. اگر دو خط به معادلات  $ax + by = 8$  و  $2x - 3y = b$  نسبت به نیمساز ربع اول متقارن باشند،  $a+b$  کدام است؟

- (1)  $\pm 3$  (2)  $\pm 2$  (3)  $2, -3$  (4)  $-2, 3$

1133. ضابطه وارون تابع  $f(x) = x^2 + 1; x \geq 0$  کدام است؟

- (1)  $\sqrt{x} - 1$  (2)  $\sqrt{x-1}$  (3)  $\sqrt{x} + 1$  (4)  $\sqrt{x+1}$

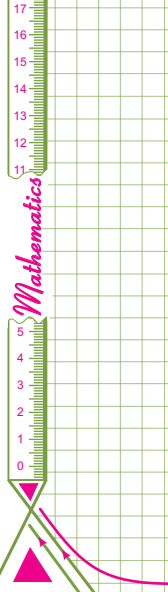
1134. نمودار وارون تابع  $f(x) = x^2 - 6x + 6; x > 3$  نمودار خود را در نقطه  $A$  قطع می‌کند. فاصله  $A$  از مبدأ مختصات کدام است؟

- (1)  $2\sqrt{2}$  (2)  $2\sqrt{3}$  (3)  $3\sqrt{2}$  (4) 2

1135. اگر  $f(x) = 1 + \sqrt{x-3}$  باشد، حاصل  $f^{-1}(3)$  کدام است؟

- (1) 3 (2) 1 (3) 4 (4) 7





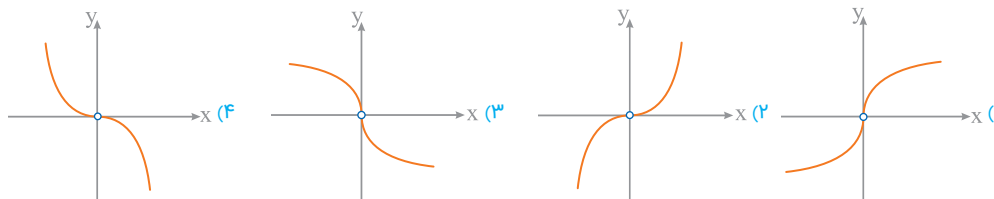
1136. اگر  $g(x)$  وارون تابع  $f(x) = x + \sqrt{x}$  باشد، مقدار  $g(۶) + g(۱۲)$  کدام است؟

- ۱۰ (۱)      ۱۱ (۲)      ۱۳ (۳)      ۱۴ (۴)

1137. اگر  $g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)}$  و  $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{2x}$  باشند، آنگاه حاصل  $g^{-1}(۶)$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

1138. اگر  $f(x) = \frac{x}{|x|} \sqrt{|x|}$  باشد، نمودار تابع  $y = f^{-1}(x)$  کدام است؟



1139. ضابطه وارون تابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$  کدام است؟

- x<sup>۲</sup> (۱)      x<sup>۲</sup> (۲)      x|x| (۳)      -x|x| (۴)

1140. ضابطه وارون تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} \sqrt{|x|} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$  به کدام صورت است؟

(۱)  $f^{-1}(x) = x\sqrt{|x|} ; x \in \mathbb{R}$       (۲)  $f^{-1}(x) = x\sqrt{|x|} ; x \in \mathbb{R} - \{0\}$

(۳)  $f^{-1}(x) = x|x| ; x \in \mathbb{R} - \{0\}$       (۴)  $f^{-1}(x) = x|x| ; x \in \mathbb{R}$

1141. ضابطه وارون تابع  $f(x) = 2 + \sqrt{x-2}$  به کدام صورت است؟

(۱)  $y = x^2 + 4x - 6 ; x \leq -2$       (۲)  $y = x^2 - 4x + 6 ; x \leq -2$

(۳)  $y = x^2 + 4x - 6 ; x \geq 2$       (۴)  $y = x^2 - 4x + 6 ; x \geq 2$

1142. ضابطه وارون تابع  $y = 2 - \sqrt{x-1}$  به کدام صورت است؟

(۱)  $y = x^2 - 4x + 5 ; x \leq 2$       (۲)  $y = -x^2 + 4x - 5 ; x \leq 2$

(۳)  $y = x^2 - 4x + 5 ; x \geq 1$       (۴)  $y = -x^2 + 4x - 5 ; x \geq 1$

1143. ضابطه وارون تابع  $y = 2 - \sqrt{x+a}$  به صورت  $y = x^2 - bx + 5$  است. مقدار  $a+b$  کدام است؟

- ۳ (۱)      ۳ (۲)      -۵ (۳)      ۵ (۴)

1144. ضابطه وارون تابع  $y = \sqrt{1+\sqrt{x}}$  کدام است؟

(۱)  $y = (x^2-1)^2$       (۲)  $y = (x^2+1)^2$       (۳)  $y = (\sqrt{x}-1)^2$       (۴)  $y = (x+1)^2$

1145. ضابطه وارون تابع  $y = x^2 - 6x + 8$  با شرط  $x \geq 3$  کدام است؟

(۱)  $y = 3 - \sqrt{x-1}$       (۲)  $y = 3 + \sqrt{x+1}$       (۳)  $y = -3 + \sqrt{x-1}$       (۴)  $y = -3 - \sqrt{x+1}$

1146. ضابطه وارون تابع  $f(x) = x^2 + 6x + 4$  در بزرگ‌ترین بازه‌ای که نزولی است، کدام است؟

(۱)  $f^{-1}(x) = 3 - \sqrt{x+5}$       (۲)  $f^{-1}(x) = -3 - \sqrt{x+5}$

(۳)  $f^{-1}(x) = 3 + \sqrt{x-5}$       (۴)  $f^{-1}(x) = -3 + \sqrt{x-5}$

1147. ضابطه وارون تابع  $f(x) = x\sqrt{x+1}$  به کدام صورت است؟

(۱)  $y = \sqrt[3]{(x-1)^2} ; x \geq 1$       (۲)  $y = \sqrt[3]{(x-1)^2} ; x \in \mathbb{R}$

(۳)  $y = \sqrt[3]{(x^2-1)} ; x \geq 1$       (۴)  $y = \sqrt[3]{x^2-1} ; x \in \mathbb{R}$



1148. ضابطه وارون تابع  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$  کدام است؟

- (۱)  $y = \sqrt[3]{x+1}$  (۲)  $y = 1 + \sqrt[3]{x}$   
 (۳)  $y = 1 + \sqrt[3]{x-2}$  (۴)  $y = 2 + \sqrt[3]{x-1}$

1149. ضابطه وارون تابع  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 12x + 3$  به صورت  $f^{-1}(x) = a + \sqrt[3]{x+b}$  است. مقدار  $a \times b$  کدام است؟

- (۱) -۱۵ (۲) ۷ (۳) -۲۲ (۴) ۱۲

1150. اگر  $x \geq 1$  باشد، نمودارهای دو تابع  $f(x) = x^2 - 2x - 3$  و  $g(x) = \frac{x-9}{2}$  با کدام طول متقاطع هستند؟ (داخل - ۹۸)

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۸ (۴) ۲۱

1151. اگر  $x \leq 2$  باشد، نمودار دو تابع  $f(x) = x^2 - 4x + 5$  و  $g(x) = x - 1$  در چند نقطه متقاطع هستند؟ (شبه ساز داخل - ۹۸)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

1152. اگر  $x < 2$  باشد، نمودارهای دو تابع  $f(x) = x^2 - 4x + 2$  و  $g^{-1}(x) = 2x - 3$  باشند، نمودارهای دو تابع  $f$  و  $g$  در نقطه‌ای با کدام طول متقاطع اند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

1153. اگر  $f(x) = 2 + \sqrt{x+1}$  باشد، نمودار تابع  $f^{-1}$  در کدام بازه در زیر محور  $x$  ها قرار دارد؟ (شبه ساز داخل - ۹۸)

- (۱)  $[2, 3]$  (۲)  $(1, 3)$  (۳)  $(2, +\infty)$  (۴)  $(1, 3)$

1154. نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  را  $5$  واحد به طرف  $x$  های مثبت و  $2$  واحد به طرف  $y$  های مثبت انتقال می‌دهیم. سپس آن را نسبت به نیمساز ناحیه اول و سوم قرینه می‌کنیم. نمودار حاصل و خط  $y = x + 5$  در نقطه‌ای با کدام طول متقاطع هستند؟ (شبه ساز داخل - ۱۴۰۰)

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

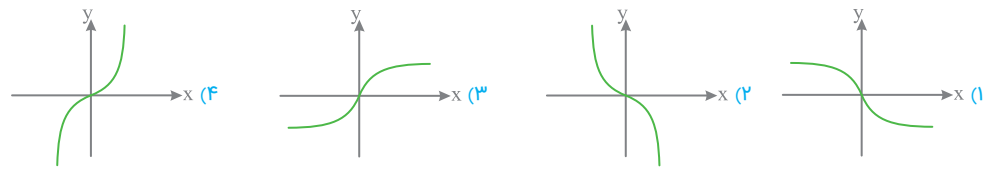
1155. تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = x - \frac{2}{x}$  در دامنه  $D_f = (-\infty, 0)$  را در نظر بگیرید. نمودار تابع  $f^{-1}$  نیمساز ناحیه چهارم را با کدام طول قطع می‌کند؟ (تجربی داخل - ۹۹)

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴) ۲

1156. تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = x - \frac{1}{2x}$  بردامنه  $(0, +\infty)$  مفروض است. نمودار تابع  $f^{-1}$  نیمساز ناحیه دوم را با کدام طول قطع می‌کند؟ (تجربی خارج - ۹۹)

- (۱)  $-\frac{3}{2}$  (۲)  $-\frac{3}{4}$  (۳) -۱ (۴)  $-\frac{1}{2}$

1157. اگر  $f(x) = x|x|$  باشد، نمودار تابع  $y = f^{-1}(x)$  کدام است؟



1158. ضابطه وارون تابع  $y = -x|x|$  کدام است؟

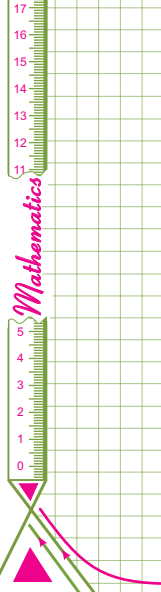
- (۱)  $f^{-1}(x) = \begin{cases} -\sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ \sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$   
 (۲)  $f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$   
 (۳)  $f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} \sqrt{|x|} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$   
 (۴)  $f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{|x|} & ; x \neq 0 \\ 0 & ; x = 0 \end{cases}$

1159. ضابطه وارون تابع  $y = \frac{x}{1+|x|}$  کدام است؟

- (۱)  $y = \frac{x}{1-|x|} ; |x| < 1$  (۲)  $y = \frac{1-|x|}{|x|} ; |x| > 1$   
 (۳)  $y = \frac{x}{|x|-1} ; |x| > 1$  (۴)  $y = \frac{|x|-1}{x} ; |x| < 1$

1160. نمودار تابع  $y = -|x-1| + 3$  در یک بازه اکیداً صعودی است. ضابطه وارون آن در این بازه کدام است؟

- (۱)  $2x - 1 ; x \geq 1$  (۲)  $x - 2 ; x \leq 3$  (۳)  $2x - 1 ; x \leq 3$  (۴)  $x - 2 ; x \geq 1$



**1161.** نمودار تابع  $f(x) = |x+1| + |x-2|$  در یک بازه اکیداً صعودی است. ضابطه وارون آن در این بازه کدام است؟

$\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}; x \geq 3$  (۴)    
 $-\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}; x \leq 2$  (۳)    
 $-\frac{1}{4}x + 1; x \leq 2$  (۲)    
 $\frac{1}{4}x + 1; x \geq 3$  (۱)

(خارج - ۹۲)

**1162.** تابع با ضابطه  $y = 2x - |4 - 2x|$  در بازه‌ای وارون پذیر است. ضابطه  $f^{-1}(x)$  در آن بازه کدام است؟

$\frac{1}{4}x + 1; x \leq 4$  (۴)    
 $\frac{1}{4}x - 1; x \geq 4$  (۳)    
 $\frac{1}{4}x - 1; x \leq 4$  (۲)    
 $\frac{1}{4}x + 1; x \geq 4$  (۱)

(داخل - ۹۴)

**1163.** نمودار تابع  $y = |2x - 6| - |x + 4| + x$  در بازه‌ای اکیداً نزولی است. ضابطه وارون آن در این بازه کدام است؟

$-\frac{1}{4}x + 1; -4 \leq x \leq 10$  (۴)    
 $-\frac{1}{4}x + 1; -4 \leq x \leq -3$  (۳)    
 $-x + 5; x \geq 2$  (۲)    
 $-x + 6; x \leq -4$  (۱)

(داخل - ۹۴)

**1164.** نمودار تابع  $y = |2x - 6| - |x + 1|$  در یک بازه اکیداً صعودی است. ضابطه وارون آن در این بازه کدام است؟

$\frac{1}{4}x - 1; -4 < x < 8$  (۴)    
 $\frac{1}{4}x + 2; 3 < x$  (۳)    
 $x + 7; x > -4$  (۲)    
 $-x + 7; x > 8$  (۱)

**1165.** ضابطه وارون تابع  $f(x) = 2x + |x|$  کدام است؟

$f^{-1}(x) = \begin{cases} \frac{x}{3} & ; x \geq 0 \\ x & ; x < 0 \end{cases}$  (۲)    
 $f^{-1}(x) = \begin{cases} 3x & ; x \geq 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases}$  (۱)

$f^{-1}(x) = \begin{cases} x & ; x \geq 0 \\ \frac{x}{3} & ; x < 0 \end{cases}$  (۳)    
 $f^{-1}(x) = \begin{cases} -x & ; x \geq 0 \\ 3x & ; x < 0 \end{cases}$  (۴)

(داخل - ۹۴)

**1166.** تابع با ضابطه  $y = x|x - 2|$  در یک بازه، نزولی است. ضابطه وارون آن در این بازه کدام است؟

$1 - \sqrt{1-x}; 0 \leq x \leq 1$  (۴)    
 $1 + \sqrt{1-x}; 0 \leq x \leq 1$  (۳)    
 $1 - \sqrt{1-x}; x \leq 1$  (۲)    
 $1 - \sqrt{1+x}; x \leq 0$  (۱)

**1167.** اگر  $f(x) = 2x + |x|$  باشد، نمودارهای دو تابع  $f^{-1}$  و  $g(x) = x^2 - 1$  در چند نقطه متقاطع هستند؟

۱ (۱)     ۲ (۳)     ۱ (۲)     ۳ (۴)     صفر

**1168.** اگر  $f(x) = x|x|$  باشد، نمودارهای دو تابع  $f^{-1}$  و  $g(x) = \frac{x}{4}$  در چند نقطه متقاطع هستند؟

۱ (۱)     ۲ (۳)     ۱ (۲)     ۳ (۴)     صفر

**1169.** تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = |2x - 4| - |x + 1| + x$  را در بازه اکیداً نزولی در نظر بگیرید. نمودار تابع  $f^{-1}$  و خط  $y = x + 1$  با کدام طول متقاطع هستند؟

(شبهه ساز - ۹۹)

۱ (۱)      $\frac{1}{4}$  (۲)      $\frac{1}{3}$  (۳)     غیر متقاطع (۴)

**1170.** اگر  $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x \geq 1 \\ x & ; x < 1 \end{cases}$  باشد حاصل  $f^{-1}(4)$  کدام است؟

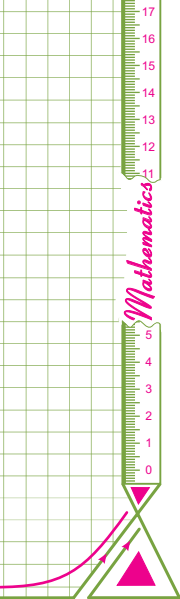
-۲ (۱)     ۲ (۲)     ۴ (۳)     صفر (۴)

**1171.** اگر  $f(x) = \begin{cases} 4x - x^2 & ; x < 2 \\ \sqrt{x} + 3 & ; x \geq 2 \end{cases}$  باشد حاصل  $f^{-1}(3) + f^{-1}(5)$  کدام است؟

۱ (۱)     ۵ (۲)     ۳ (۳)     ۹ (۴)     صفر

**1172.** توابع  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$  و  $g = \{(2, -1), (-1, 4), (3, -2), (-4, -3)\}$  مفروضند. اگر  $g^{-1}(f(a)) = 3$  باشد،  $a$  کدام است؟

-۴ (۱)     -۱ (۲)     ۲ (۳)     ۴ (۴)



1173. اگر  $f(x) = \frac{2x-1}{3x-2}$  باشد، چه تعداد از توابع زیر برابر تابع  $f$  هستند؟

- (الف)  $f^{-1}$  (۱)      (ب)  $fof$  (۲)      (پ)  $f-f^{-1}$  (۳)      (۴) صفر

1174. ضابطه وارون تابع  $y = \frac{2x+1}{x-1} - 1$  کدام است؟

- (۱)  $y = \frac{2x-1}{x+1}$       (۲)  $y = \frac{2x+1}{x-1}$       (۳)  $y = \frac{x+2}{x-1}$       (۴)  $y = \frac{x-2}{x+1}$

1175. اگر تابع  $f(x) = \frac{2x+5}{2x+a}$  با وارون خودش برابر باشد، وارون تابع  $g(x) = \frac{ax+2}{x}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{x+3}$       (۲)  $\frac{3}{x-2}$       (۳)  $\frac{x+2}{x-3}$       (۴)  $\frac{x-3}{x+2}$

1176. اگر  $x > 0$ ،  $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$  باشد  $f^{-1}(2)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$       (۲) ۱      (۳)  $\frac{3}{2}$       (۴) ۳

1177. فرض کنید در دامنه  $(1, +\infty)$  تابع با ضابطه  $f(x) = \log_x x - \log_x 8$  مفروض باشد. مقدار  $f^{-1}(2)$  کدام است؟

- (۱)  $1+2\sqrt{2}$       (۲)  $2\sqrt{2}$       (۳) ۸      (۴) ۶

1178. اگر ضابطه وارون تابع  $f(x) = 1+2^{x+1}$  به صورت  $f^{-1}(x) = \log_2 u(x)$  باشد،  $u(x)$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{x+1}{2}$       (۲)  $\frac{x-1}{2}$       (۳)  $\frac{x}{2}+1$       (۴)  $\frac{x}{2}-1$

1179. اگر  $f(x) = x^2 + 2x + 1$  با دامنه  $(-1, +\infty)$  مفروض باشد، نمودارهای دو تابع  $f$  و  $f^{-1}$  در چند نقطه متقاطع اند؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) غیرمتقاطع

1180. اگر  $f(x) = -x^3$  باشد، نمودارهای دو تابع  $f$  و  $f^{-1}$  در چند نقطه متقاطع اند؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

1181. نمودار تابع  $f(x) = \frac{x+4}{x-2}$  با دامنه  $\mathbb{R} - \{2\}$  نمودار وارون خود را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱)  $-4, -1$       (۲)  $4, -1$       (۳)  $-4, 1$       (۴)  $4, 1$

(داخل - ۹۲)

(خارج - ۹۶)

## Functions & Their Graphs

### مسائل ترکیبی از تابع وارون و تابع مرکب

**F**

1182. اگر  $f(x) = \sqrt{4x-2}$  باشد، مقدار  $(fof^{-1})(7)$  کدام است؟

- (۱) صفر      (۲) ۲      (۳) ۴      (۴) ۷

1183. باتوجه به ماشین مقابل اگر  $f(x) = 2x-1$ ، آنگاه  $g(0)$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۰      (۴)  $\frac{1}{2}$

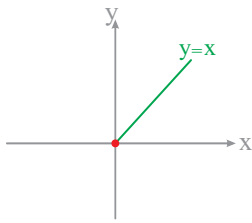
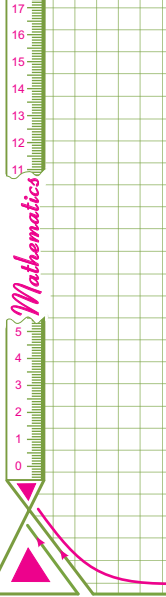
1184. اگر  $f(x) = 5 + \sqrt{x-2}$  باشد، آنگاه تابع  $(f^{-1}of)(x)$  کدام است؟

- (۱)  $x; x \geq 5$       (۲)  $x; x \geq 2$       (۳)  $-x; x \geq 5$       (۴)  $-x; x \geq 2$

1185. اگر  $(f^{-1}of)(x) = x; x \leq 1$  باشد، ضابطه تابع  $f$  چه تعداد از توابع زیر می‌تواند باشد؟

- (الف)  $f(x) = |x-1|$  (۱)      (ب)  $f(x) = \sqrt{1-x}$  (۲)      (پ)  $f(x) = \log(x-1)$  (۳)      (۴) صفر





1186. نمودار تابع  $(f \circ f^{-1})(x)$  به صورت مقابل است ضابطه تابع  $f$  کدام می تواند باشد؟

(1)  $f(x) = x^2$

(2)  $f(x) = \frac{1}{x}$

(3)  $f(x) = \sqrt{x}$

(4)  $f(x) = 2^{|x|}$

1187. اگر  $f(x) = 3 + \sqrt{x-1}$  باشد، کدام رابطه درست است؟

(1)  $(f \circ f^{-1})(2) = 2$

(2)  $(f^{-1} \circ f)(2) = 2$

(3)  $(f \circ f^{-1})(0) = 0$

(4)  $(f^{-1} \circ f)(0) = 0$

1188. اگر  $f = \{(1, 2), (-1, 0), (2, 3), (0, 4)\}$  باشد، دامنه تابع  $f \circ f^{-1}$  کدام است؟

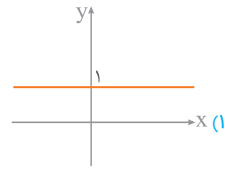
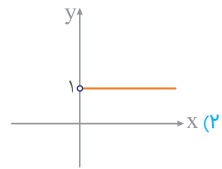
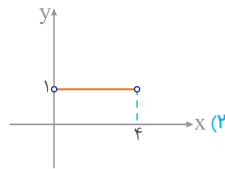
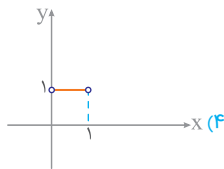
(1)  $\{2, 3, 4\}$

(2)  $\{-1, 1, 2\}$

(3)  $\{0, 2, 3, 4\}$

(4)  $\{-1, 1, 0, 2\}$

1189. اگر  $f(x) = -x^2 + 4$ ؛  $x > 0$  باشد، آنگاه نمودار  $y = \frac{(f \circ f^{-1})(x)}{(f^{-1} \circ f)(x)}$  کدام است؟



1190. تابع یک به یک  $f$  با دامنه  $[0, 3]$  و بُرد  $[1, 5]$  را در نظر بگیرید. نمودار تابع  $y = (f \circ f^{-1})(x)$  و  $g(x) = \sqrt{-x+6}$  در نقطه ای با کدام طول متقاطعند؟

(1) غیرمتقاطع

(2) 4

(3) 2

(4) 1

1191. اگر  $f(x) = 3x - 6$  و  $g(x) = (x-2)^2$  باشد، ضابطه تابع  $(g \circ f^{-1})(x)$  کدام است؟

(1)  $\frac{x^2}{9}$

(2)  $\frac{3x^2}{2}$

(3)  $x^2 - 4x + 2$

(4)  $(3x+4)^2$

1192. اگر  $f(x) = x+2$  و  $(f^{-1} \circ g)(x) = 3x+4$  باشند، ضابطه  $g$  کدام است؟

(1)  $3x-6$

(2)  $x+2$

(3)  $3x+6$

(4)  $x-2$

1193. اگر  $f(x) = \frac{x+3}{1-x}$  و  $g(x) = 3x^2 - x + 2$  باشند حاصل  $(g \circ f^{-1})(1)$  کدام است؟

(1) 5

(2) 4

(3) 6

(4) 2

1194. اگر  $f(x) = 2x - 5$  و  $(f \circ g)(x) = g(x) + x^2$  باشد، حاصل  $g^{-1}(5)$  کدام است؟

(1) صفر

(2) 5

(3) 1

(4) 2

1195. دو تابع  $f(x) = 2x+1$  و  $g(x) = \frac{2x-1}{x+5}$  مفروض اند. اگر  $(g^{-1} \circ f)(a) = -16$  باشد،  $a$  کدام است؟

(1) -1

(2) 1

(3) -4

(4) 4

1196. اگر  $g(x) = \frac{3x+1}{2}$  و  $(g \circ f^{-1})(x) = 6x+2$  باشد مقدار  $f^{-1}(1)$  کدام است؟

(1) 1

(2) 5

(3) -1

(4) -5

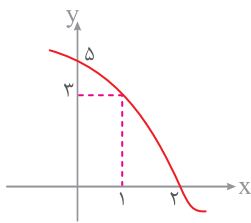
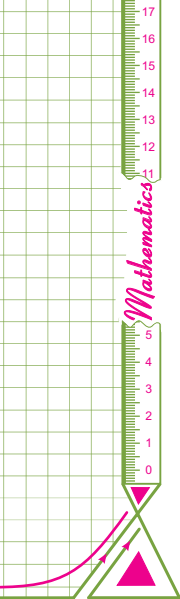
1197. اگر  $(f \circ g)(x) = \frac{3x}{2x+1}$  باشد، تابع  $g^{-1} \circ f^{-1}$  است؟

(1)  $\frac{2x}{3x+1}$

(2)  $\frac{2x-3}{x}$

(3)  $\frac{-x}{2x-3}$

(4)  $\frac{2x}{x-3}$



1198. اگر  $(f \circ g)(x) = \sqrt{x^2 - 4x}$  و  $g^{-1}(x) = 2x - 1$  باشد  $f(3)$  کدام است؟

- (1)  $\sqrt{2}$       (2)  $2$       (3)  $3$       (4)  $\sqrt{5}$

1199. اگر  $f(x) = x^3 - 1$  و  $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x+1}$  باشد، ضابطه تابع  $g$  کدام است؟

- (1)  $x$       (2)  $2x$       (3)  $x-1$       (4)  $x+1$

1200. اگر نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل باشد و  $(g \circ f^{-1})(x) = x^2 + 2x - 3$  مقدار  $g(1)$  کدام است؟

- (1) صفر  
(2) 5  
(3) 12  
(4) 9

1201. اگر  $f(x) = \frac{1}{5}x - 1$  و ترکیب دو تابع  $f$  و  $g$  تابع همانی باشد، مقدار  $g(3)$  کدام است؟

- (1) 2      (2)  $1/5$       (3) 3      (4)  $2/5$

1202. اگر  $f(x) = 2 + \sqrt{x-1}$  باشد، ضابطه تابع  $g$  کدام باشد تا دو تابع  $f \circ g$  و  $g \circ f$  همانی باشد؟

(1)  $g(x) = x^2 - 4x + 5; x \geq 2$

(2)  $g(x) = x^2 + 4x + 5; x \geq 2$

(3)  $g(x) = x^2 - 2x + 2; x \geq 1$

(4)  $g(x) = x^2 + 2x + 2; x \geq 1$

1203. اگر  $f(x) = 1 + \sqrt{x}$ ،  $g(x) = x^2$ ،  $x > 0$ ، آنگاه ضابطه  $g^{-1} \circ f^{-1}$  کدام است؟

- (1)  $x-1$       (2)  $x+1$       (3)  $x^2-1$       (4)  $x^2+1$

1204. اگر  $f(x) = \frac{2}{5}x - 4$  و  $g(x) = x^3 + x$  باشند، مقدار  $(g^{-1} \circ f^{-1})(8)$  کدام است؟

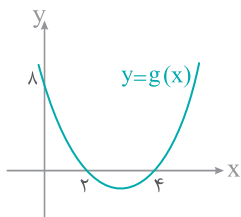
- (1)  $1/5$       (2) 2      (3)  $2/5$       (4) 3

1205. با فرض  $f(x) = x^2 - 4x + 9; x \geq 2$  و  $g(x) = \frac{3-x}{2}$ ، حاصل  $(f^{-1} \circ g^{-1})(-9)$ ، کدام است؟

- (1) 3      (2) 4      (3) 5      (4) 6

1206. اگر  $f(x) = x^3$  و نمودار تابع  $g$  به صورت مقابل باشد، حاصل  $(g \circ f^{-1})(8)$  کدام است؟

- (1) 1  
(2) 2  
(3) -3  
(4) صفر



1207. اگر  $f(x) = 2^{x+2}$  و  $g(x) = x^2 + 15$  باشد، حاصل  $(f^{-1} \circ g)(1)$  کدام است؟

- (1) 1      (2) 2      (3) 3      (4) 4

1208. اگر  $f(x) = x + 2$  و  $(g \circ f)(x) = \frac{3x+6}{2}$  باشد ضابطه  $g^{-1}(x)$  کدام است؟

- (1)  $\frac{2}{3}x$       (2)  $\frac{3}{2}x$       (3)  $2x$       (4)  $3x$

1209. اگر  $f(x) = \sqrt{x-1}$  باشد، نمودار توابع  $f^{-1} \circ f$  و  $g(x) = x^2 - x$  در چند نقطه متقاطع اند؟  
(4) غیر متقاطع      (3) 3      (2) 2      (1) 1

1210. ضابطه وارون تابع  $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 1 & ; x \geq 0 \\ \sqrt{-x} + 1 & ; x < 0 \end{cases}$  کدام است؟

(1)  $f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & ; x \geq 1 \\ x^2 - 1 & ; x < 1 \end{cases}$

(2)  $f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x} & ; x \leq 1 \\ -(1-x)^2 & ; x > 1 \end{cases}$

(3) وارون پذیر نیست.

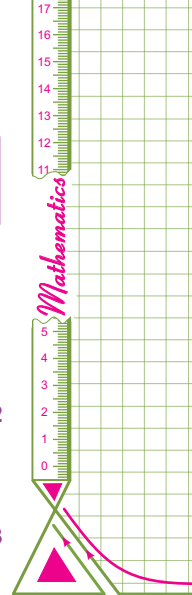
(4)  $f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x} & ; x \leq 1 \\ (x-1)^2 & ; x > 1 \end{cases}$

تابع | تابع یک به یک و تابع وارون

(خارج - 98)

(ریاضی خارج - 99)

خرید آنلاین در [gajmarket.com](http://gajmarket.com)



1211. دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{2 - \sqrt{x-1}}$  به صورت بازه  $[a, b]$  است. مقدار  $a+b$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

1212. اگر  $f(x) = 2^x - 2$  باشد، دامنه تابع  $g(x) = \sqrt{\frac{xf(x)}{x-2}}$  شامل چند عدد طبیعی است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۱۰ (۴) بیشمار

1213. دامنه تعریف تابع  $f(x) = \sqrt{2 \sin x - 1}$  در بازه  $[0, 2\pi]$  کدام است؟

- (۱)  $[\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}]$  (۲)  $[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}]$  (۳)  $[\frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}]$  (۴)  $[\frac{5\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}]$

1214. برد تابع  $f(x) = 2 + \sqrt{1-x^2}$  به صورت بازه  $[a, b]$  است. مقدار  $a \times b$  کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) ۸ (۴) ۱۰

1215. اگر  $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$  و  $g(x) = \sin 2x$  باشند، دامنه تابع  $f \circ g$  کدام است؟

- (۱)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$  (۲)  $k\pi \pm \frac{\pi}{4}$  (۳)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{2}$  (۴)  $k\pi \pm \frac{\pi}{2}$

1216. نمودار تابع  $f(x) = |x^2 - 2x - 3|$  و خط  $y = 4$  در چند نقطه مشترک اند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

1217. دامنه تابع  $f(x) = \sqrt{([x]-2)(3-[x])}$  شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

1218. مساحت محدود به نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{1-[x]^2}$  و محور  $x$  ها کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

1219. برد تابع  $f(x) = [x] + [-x] + \log(x - [x])$  کدام است؟

- (۱)  $(-\infty, 0)$  (۲)  $(0, +\infty)$  (۳)  $(-\infty, -1)$  (۴)  $(1, +\infty)$

1220. نمودار دو تابع  $f(x) = -3x[[x]-x] + 1$  و  $g(x) = x^2$  در چند نقطه متقاطع اند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

1221. برد تابع  $f(x) = x - [x] + ([x] + [-x])^2$  کدام است؟

- (۱)  $[0, 2)$  (۲)  $[1, 2) \cup \{3\}$  (۳)  $\{0\} \cup (1, 2)$  (۴)  $[0, 1) \cup (1, 2]$

1222. مجموعه جواب نامعادله  $0 < [x]^2 - 4[x] + 3$  به صورت بازه  $[a, b]$  است. مقدار  $a+b$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۵ (۳) ۷ (۴) ۱۱

1223. طول تمام نقاط تابع  $f(x) = \cos x$  را بر ۲ تقسیم می‌کنیم. سپس نمودار حاصل را یک واحد در راستای محور  $y$  ها به بالا منتقل می‌کنیم و در

آخر عرض تمام را بر ۲ تقسیم می‌کنیم. ضابطه نمودار حاصل کدام است؟

- (۱)  $y = \cos 2x$  (۲)  $y = \cos^2 x$  (۳)  $y = \sin 2x$  (۴)  $y = \sin^2 x$

1224. نمودار تابع  $f(x) = x^2 + 2x$  را یک واحد به طرف  $x$  های مثبت و یک واحد به طرف  $y$  های منفی انتقال می دهیم تا نمودار  $y = g(x)$  به دست

آید. نمودار  $|g(x)|$  و  $y = 2$  خط در چند نقطه مشترک اند؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

1225. اگر  $f(x) = \frac{-x^2 + 3x}{x-3}$  و  $g(x) = \frac{x^2 - 1}{2x - 3}$  باشند و دامنه تابع  $f \times g$  به صورت  $\mathbb{R} - \{a, b\}$  باشد، مقدار  $a \times b$  کدام است؟

- ۳ (۱)      ۴/۵ (۲)      ۶ (۳)      ۷/۵ (۴)

1226. اگر  $f(x) = \begin{cases} 1 - 2x & ; x > 1 \\ 2x & ; x \leq 1 \end{cases}$  و  $g(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & ; x > 3 \\ -x & ; x < -2 \end{cases}$  باشند نمودار تابع  $f + g$  محور  $x$  ها را در چند نقطه قطع می کند؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴) متقاطع نیستند.

1227. اگر  $f(x) = \begin{cases} x & ; -1 \leq x \leq 2 \\ -\frac{1}{4}x + 3 & ; 2 < x \leq 8 \end{cases}$  و دامنه تابع  $y = \sqrt{f(2x-1)}$  به صورت بازه  $[a, b]$  باشد، مقدار  $a + b$  کدام است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (۴)

1228. اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} -x + 3 & ; x > 1 \\ 2ax - 3a - 1 & ; x \leq 1 \end{cases}$  همواره نزولی باشد، بیشترین مقدار  $a$  کدام است؟

- ۱ (۱) -۳      ۲ (۲) ۵      ۳ (۳) ۲      ۴ (۴) -۱

1229. وضعیت یکنوایی تابع  $f(x) = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}}$  چگونه است؟

- ۱ (۱) همواره صعودی      ۲ (۲) ابتدا صعودی سپس نزولی      ۳ (۳) همواره نزولی      ۴ (۴) غیریکنوا

1230. در تابع پیوسته و اکیداً صعودی  $f$  اگر  $f(-3) = 0$  باشد، دامنه تابع  $y = \frac{\sin x + \cos x}{\sqrt{-f(x)}}$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $(-\infty, 0)$       ۲ (۲)  $(-\infty, -3)$       ۳ (۳)  $(-3, 0)$       ۴ (۴)  $\mathbb{R}$

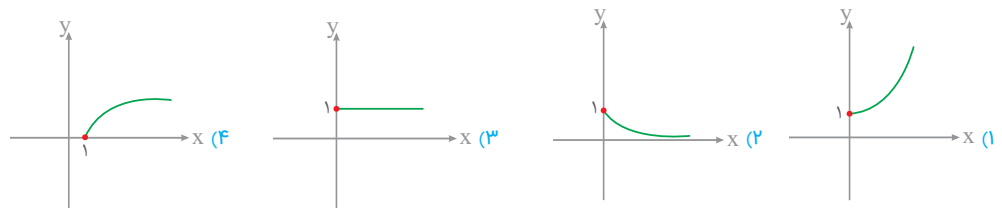
1231. به ازای کدام مجموعه مقادیر  $m$  نمودار تابع درجه دوم  $f(x) = (m+1)x^2 - mx - 3$  در بازه  $[1, +\infty)$  اکیداً نزولی است؟

- ۱ (۱)  $m < -1$       ۲ (۲)  $m > -1$  یا  $m \leq -2$       ۳ (۳)  $m \leq -2$       ۴ (۴)  $\emptyset$

1232. اگر  $f(x) = x - \sqrt{x}$  و  $g = \{(-1, 1), (2, 0), (3, 4), (5, 9)\}$  باشند، وضعیت یکنوایی تابع  $f \circ g$  چگونه است؟

- ۱ (۱) همواره صعودی      ۲ (۲) ابتدا صعودی، سپس نزولی      ۳ (۳) ابتدا نزولی، سپس صعودی      ۴ (۴) همواره نزولی

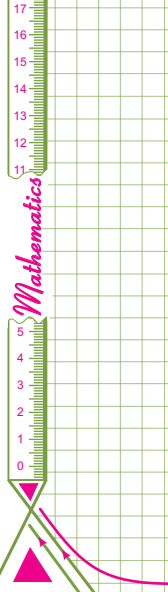
1233. اگر  $f(x) = 2^{-x}$  و  $g(x) = \sqrt{2x - |2x|}$  باشد، نمودار تابع  $f \circ g$  کدام است؟



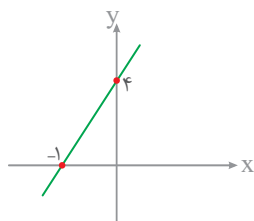
1234. اگر  $f(x) = x^2 + 2x$ ،  $g(x) = x - 3$  و  $\alpha$  و  $\beta$  ریشه های معادله  $(g \circ f)(x) = 2$  باشد، مقدار  $\alpha^2 + \beta^2$  کدام است؟

- ۱ (۱) ۸      ۲ (۲) ۱۴      ۳ (۳) ۱۰      ۴ (۴) ۲



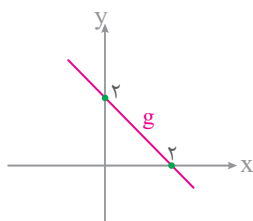
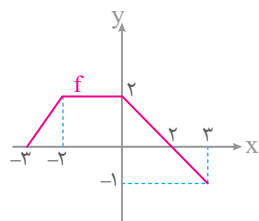


1235. اگر  $f$  تابعی خطی با شیب منفی و نمودار تابع  $f \circ f$  به صورت مقابل باشد، مقدار  $f^{-1}(-2)$  کدام است؟



- (۱) -۲
- (۲) ۲
- (۳) -۱
- (۴) ۱

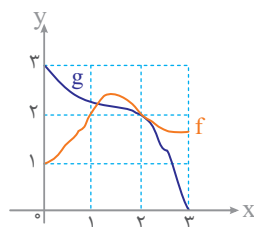
1236. نمودار دو تابع  $f$  و  $g$  به صورت مقابل است. دامنه تابع  $(f \circ g)(x) + (g \circ f)(x)$  کدام است؟



- (۱)  $[-3, 5]$
- (۲)  $[-3, -1]$
- (۳)  $[-1, 3]$
- (۴)  $[-5, 3]$

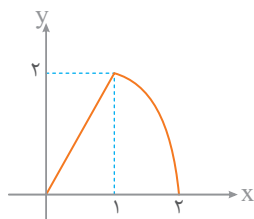
1237. نمودار دو تابع  $f$  و  $g$  به صورت مقابل است. اگر  $a$  یک عدد حقیقی در بازه  $(0, 1)$ ،  $b = (f \circ g)(a)$ ،  $c = (g \circ f)(a)$  باشد، آن گاه کدام

گزینه درست است؟



- (۱)  $a < b < c$
- (۲)  $b < a < c$
- (۳)  $c < b < a$
- (۴)  $c < a < b$

1238. اگر نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل باشد، معادله  $(f \circ f)(x) = 0$  چند جواب دارد؟



- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

1239. اگر  $f(x) = \log_2 4x$  و  $g(x) = 1 + \cos^2 x$  باشند، برد تابع  $f \circ g$  کدام است؟

- (۱)  $[1, +\infty)$
- (۲)  $[1, 2]$
- (۳)  $[2, 3]$
- (۴)  $[2, +\infty)$

1240. برد تابع  $f(x) = 2x - 2[x] + 1$  با دامنه  $-2 \leq x < 4$  کدام است؟

- (۱)  $[2, 4)$
- (۲)  $[1, 2)$
- (۳)  $[1, 3)$
- (۴)  $[2, 3)$

1241. اگر  $f(x) = x - [x] + 1$  و  $g(x) = \log_8 4x$  باشد، برد تابع  $g \circ f$  کدام است؟

- (۱)  $(0, 1)$
- (۲)  $[1, 2)$
- (۳)  $[\frac{2}{3}, 2]$
- (۴)  $[\frac{2}{3}, 1)$

1242. اگر  $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$  و  $g(x) = \sqrt{3 - x^2}$  باشد، دامنه تابع  $g \circ f$  شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۵

1243. تابع یک به یک  $f$  با دامنه  $[0, 3]$  و برد  $[1, 5]$  را در نظر بگیرید. نمودار تابع  $y = (f \circ f^{-1})(x)$  و  $g(x) = \sqrt{-x + 6}$  در نقطه‌ای با کدام طول

مقطعند؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۴
- (۴) غیرمقطع

1244. اگر تابعی خطی با شیب مثبت و  $f^{-1}(x-1) = 4f(x) + 1$  باشد، ضابطه  $f$  کدام است؟

$f(x) = \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$  (۴)       $f(x) = x - \frac{1}{4}$  (۳)       $f(x) = \frac{1}{4}x - 1$  (۲)       $f(x) = x - 2$  (۱)

1245. اگر تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} x & ; x \leq 1 \\ x-5 & ; x > a \end{cases}$  تابعی یک به یک باشد، کمترین مقدار  $a$  کدام است؟

۸ (۴)      ۶ (۳)      ۳ (۲)      ۱ (۱)

1246. فرض کنید در دامنه  $[1, +\infty)$  تابع با ضابطه  $f(x) = \frac{\log_7 x - \log_x 16}{3}$  مفروض است. مقدار  $f^{-1}(1)$  کدام است؟

۴ (۴)      ۱۶ (۳)      ۲ (۲)      ۸ (۱)

1247. اگر  $f(x) = \begin{cases} x+2 & ; 0 \leq x < 2 \\ -\frac{2}{3}x & ; -3 < x < 0 \end{cases}$  باشد، برد تابع  $f + f^{-1}$  کدام است؟

$(1, 2)$  (۴)       $(1, 2]$  (۳)       $(0, 1)$  (۲)       $(0, 1]$  (۱)

1248. ضابطه وارون تابع  $f(x) = 2x + |x-1|$  به صورت  $f^{-1}(x) = \begin{cases} ax + \frac{1}{3} & ; x \geq b \\ x + c & ; x < b \end{cases}$  است. حاصل  $a+b+c$  کدام است؟

۲ (۴)       $\frac{7}{6}$  (۳)       $\frac{4}{3}$  (۲)       $\frac{5}{2}$  (۱)

1249. اگر  $f(x) = \frac{3x-1}{5x-3}$  باشد، حاصل  $(f \circ f)(\sqrt{2})$  کدام است؟

$1+2\sqrt{2}$  (۴)       $2+\sqrt{2}$  (۳)       $3+\sqrt{2}$  (۲)       $\sqrt{2}$  (۱)

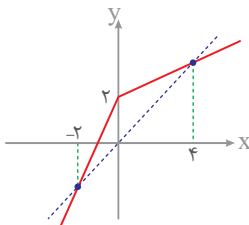
1250. اگر  $g(x) = f(3x-4)$  و  $f^{-1}(x) = x + \sqrt{x}$  باشند، حاصل  $g^{-1}(16)$  کدام است؟

۸ (۴)      ۷ (۳)      ۶ (۲)      ۵ (۱)

1251. تابع خطی  $f$  محور  $x$  ها را در نقطه‌ای به طول  $-\frac{2}{3}$  قطع کرده و  $f(4) = 2$  است. مقدار  $f^{-1}(-1)$  کدام است؟

-۳ (۴)      ۳ (۳)      -۲ (۲)      ۲ (۱)

1252. شکل زیر، نمودار تابع  $y = f(x)$  و نیمساز ناحیه اول و سوم را نشان می‌دهد. دامنه تابع با ضابطه  $y = \sqrt{xf^{-1}(x)}$  کدام است؟



$[-2, 4]$  (۱)

$(0, 4]$  (۲)

$\mathbb{R} - (0, 2)$  (۳)

$\mathbb{R} - [-2, 4]$  (۴)

1253. ضابطه وارون تابع  $f(x) = 1 + \sqrt{1-x^2}$  روی دامنه  $0 \leq x \leq 1$  به صورت  $f^{-1}(x) = \sqrt{ax^2 + bx}$  است. مقدار  $a \times b$  کدام است؟

۳ (۴)      -۳ (۳)      ۲ (۲)      -۲ (۱)

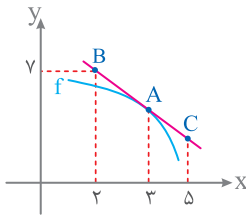
1254. اگر  $f(x) = x^3 + 1$  باشد، نمودار دو تابع  $y = 1 + f^{-1}(2-x)$  و  $g(x) = |x^2 - 2x|$  در چند نقطه متقاطع‌اند؟

۴ (متقاطع نیستند) (۴)      ۳ (۳)      ۲ (۲)      ۱ (۱)

1255. نمودار وارون تابع  $f(x) = 3x - 2|x| + 1$  با نمودار تابع در نقطه  $A$  متقاطع‌اند. فاصله نقطه  $A$  از مبدأ مختصات کدام است؟

$\frac{1}{4}$  (۴)       $\frac{1}{2}$  (۳)       $\frac{\sqrt{2}}{4}$  (۲)       $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۱)

2272. در شکل مقابل اگر  $f'(3) = -\frac{3}{4}$  باشد، طول پاره خط AC کدام است؟



1)  $\sqrt{10}$

2)  $\sqrt{15}$

3)  $\sqrt{12}$

4)  $\sqrt{13}$

2273. در تابع f با افزایش x از 3 به 3+h مقدار تابع به اندازه  $h^2 + 5h$  زیاد می شود. شیب خط مماس بر منحنی f در  $x=3$  چقدر است؟

1) 2

2) 3

3) 4

4) 5

2274. دو نقطه به طول های 3 و 3+h را بر روی نمودار  $f(x) = x^2 + 4x$  در نظر بگیرید. شیب خط گذرنده از این دو نقطه وقتی  $h \rightarrow 0$  کدام است؟

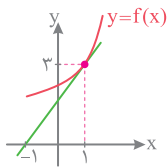
1) 4

2) 7

3) 9

4) 10

2275. در شکل مقابل حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$  کدام است؟

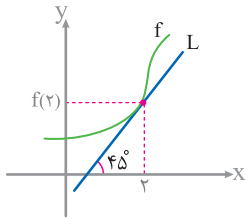


1) 3

2)  $\frac{2}{3}$

3)  $\frac{3}{2}$

2276. در شکل مقابل، خط L بر منحنی تابع f در نقطه  $x=2$  مماس است. مقدار  $f'(2)$  کدام است؟



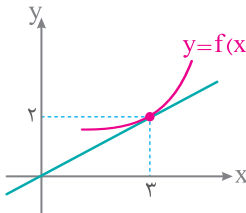
1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

2277. با توجه به شکل مقابل مشتق تابع f در نقطه  $x=3$  کدام است؟



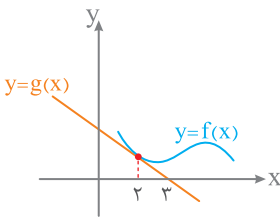
1)  $\frac{2}{3}$

2)  $\frac{3}{2}$

3)  $\frac{4}{3}$

4)  $\frac{3}{4}$

2278. در شکل مقابل اگر  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = -\frac{1}{3}$  باشد،  $g(2)$  کدام است؟



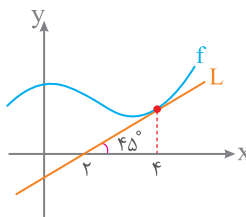
1)  $-\frac{1}{3}$

2)  $-\frac{2}{3}$

3)  $-\frac{2}{3}$

4)  $-\frac{1}{3}$

2279. نمودار تابع f به صورت مقابل است. مقدار  $f(4) + f'(4)$  کدام است؟



1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

2280. اگر شیب خط مماس بر نمودار تابع f در نقطه  $A(3, -2)$  برابر 4 باشد، آنگاه مقدار  $\frac{f'(3)}{f(3)}$  کدام است؟

1)  $-\frac{1}{2}$

2) -2

3)  $-\frac{2}{3}$

4)  $\frac{4}{3}$

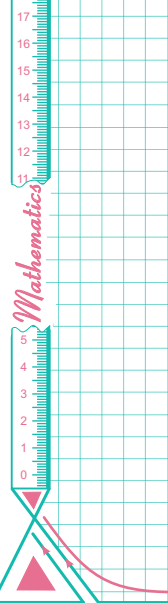
2281. اگر خط به معادله  $y = -4x - 1$  در نقطه  $x = -1$  بر نمودار تابع f مماس باشد، مقدار  $f(-1) \times f'(-1)$  کدام است؟

1) -4

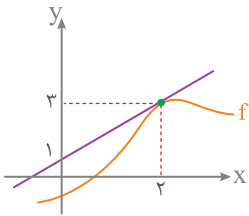
2) -12

3) -6

4) -10



2282. با توجه به نمودار تابع  $f$ ، حاصل  $f'(2) + f(2)$  کدام است؟

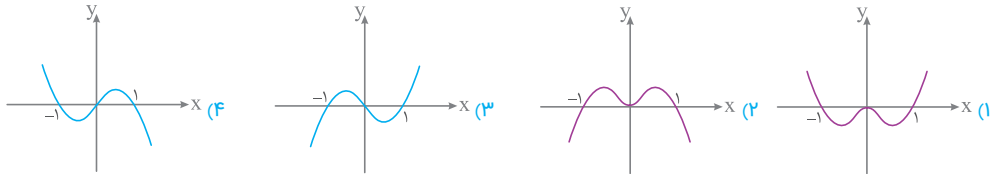


- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

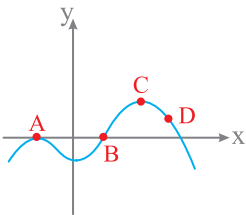
2283. اگر تابع  $f$  در  $x=1$  مشتق پذیر و  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)}{h} = 3$  باشد، مقدار  $f'(1) + f(1)$  کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

2284. در کدام نمودار  $f'(-1) > 0$ ،  $f'(0) = 0$ ،  $f'(1) < 0$  است؟



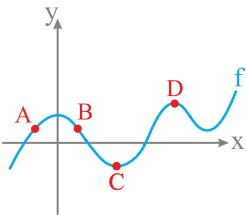
2285. با توجه به نمودار تابع  $f$  چه تعداد از عبارات زیر نادرست است؟



- (الف) در نقطه A مقدار تابع و مقدار مشتق صفر است.
- (ب) در نقطه B مقدار تابع برابر صفر و مقدار مشتق مثبت است.
- (پ) در نقطه C مقدار تابع مثبت و مقدار مشتق صفر است.
- (د) در نقطه D مقدار تابع و مقدار مشتق مثبت است.

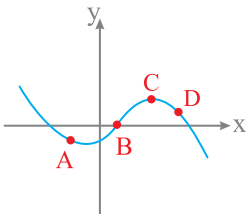
- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

2286. در چه تعداد از نقاط مشخص شده روی نمودار تابع  $f$ ، مقدار تابع مثبت و مقدار مشتق منفی است؟



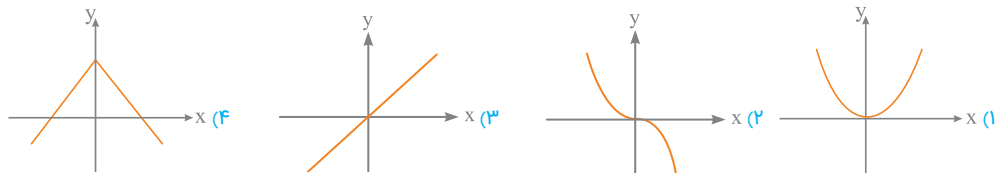
- ۱ (۱) صفر
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

2287. در چه تعداد از نقاط مشخص شده روی نمودار تابع  $f$ ، مقدار تابع و مقدار مشتق، هم علامت نیستند؟



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

2288. در کدام نمودار، مشتق تابع  $f$  در تمام نقاط مثبت است؟



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

2289. مشتق تابع  $f(x) = \sin x$  در بازه  $[0, 2\pi]$  در چند نقطه برابر صفر است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

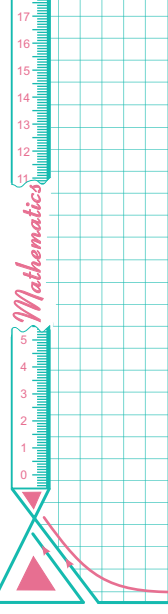
## Differentiation

تعریف مشتق با ظاهری متفاوت



2290. اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 3$  باشد، حاصل  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(1) - f(x)}{x-1}$  کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)



2523. ضابطه تابع مشتق تابع  $f(x) = x^2 - 2|x|$  کدام است؟

$$f'(x) = \begin{cases} 2x - 2; & x > 0 \\ 2x + 2; & x < 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x - 2; & x \geq 0 \\ 2x + 2; & x < 0 \end{cases} \quad (1)$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x + 2; & x > 0 \\ 2x - 2; & x < 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x + 2; & x \geq 0 \\ 2x - 2; & x < 0 \end{cases} \quad (3)$$

2524. ضابطه مشتق تابع  $f(x) = \begin{cases} 5x; & x \neq 1 \\ 2; & x = 1 \end{cases}$  کدام است؟

$$f'(x) = \begin{cases} 5; & x \neq 1 \\ 0; & x = 1 \end{cases} \quad (2)$$

$$f'(x) = 5 \quad (1)$$

$$f'(x) = 0; \quad x \neq 1 \quad (3)$$

$$f'(x) = 5; \quad x \neq 1 \quad (3)$$

2525. ضابطه تابع مشتق  $f(x) = \begin{cases} 2x^2; & x < 0 \\ x^2 + 2x; & 0 \leq x \leq 2 \\ 6x - 4; & x > 2 \end{cases}$  کدام است؟

$$f'(x) = \begin{cases} 4x; & x < 0 \\ 2x + 2; & 0 < x < 2 \\ 6; & x > 2 \end{cases} \quad (2)$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x; & x \leq 0 \\ 2x + 2; & 0 < x < 2 \\ 6; & x \geq 2 \end{cases} \quad (1)$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x; & x < 0 \\ 2x + 2; & 0 \leq x < 2 \\ 6; & x > 2 \end{cases} \quad (3)$$

$$f'(x) = \begin{cases} 4x; & x < 0 \\ 2x + 2; & 0 < x \leq 2 \\ 6; & x > 2 \end{cases} \quad (3)$$

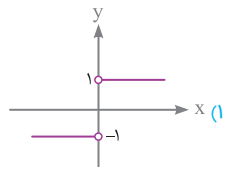
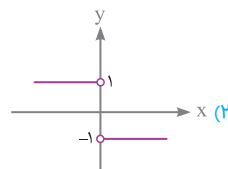
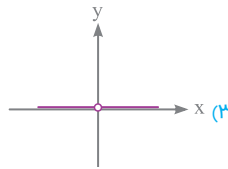
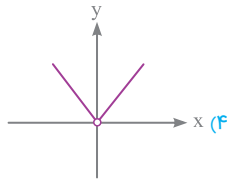
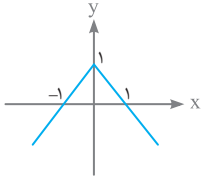
مشتق • مشتق چپ و راست و مشتق پذیری

# Differentiation

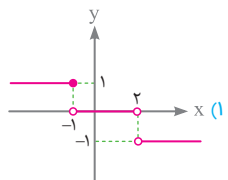
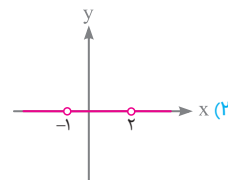
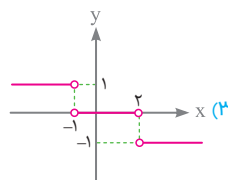
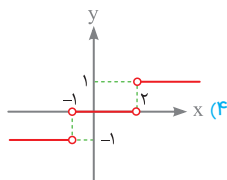
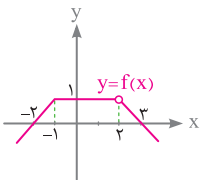
نمودار تابع مشتق



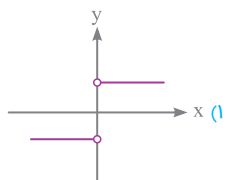
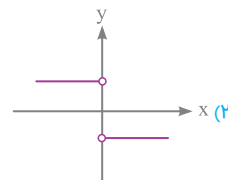
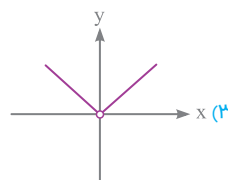
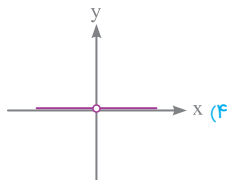
2526. نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل است. نمودار  $f'$  کدام است؟



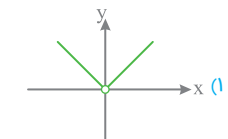
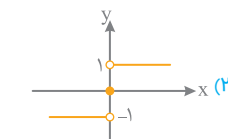
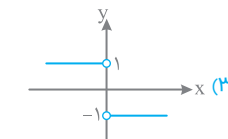
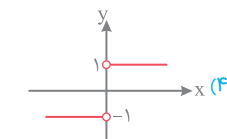
2527. نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل است. نمودار  $f'$  کدام می تواند باشد؟



2528. اگر  $f(x) = \frac{|x|}{x}$  باشد، نمودار  $f'$  کدام است؟

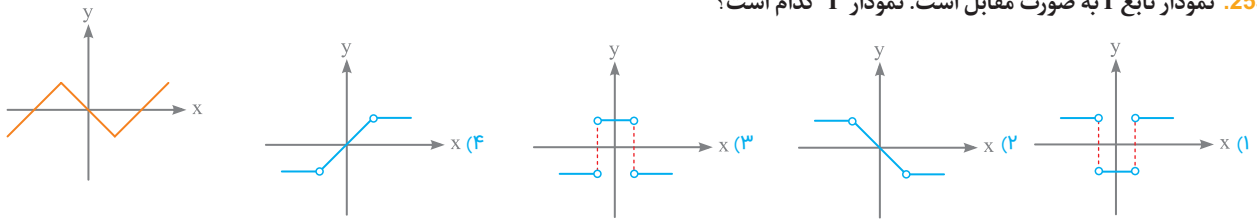


2529. اگر  $f(x) = \frac{x^2}{|x|}$  باشد، نمودار تابع مشتق کدام است؟

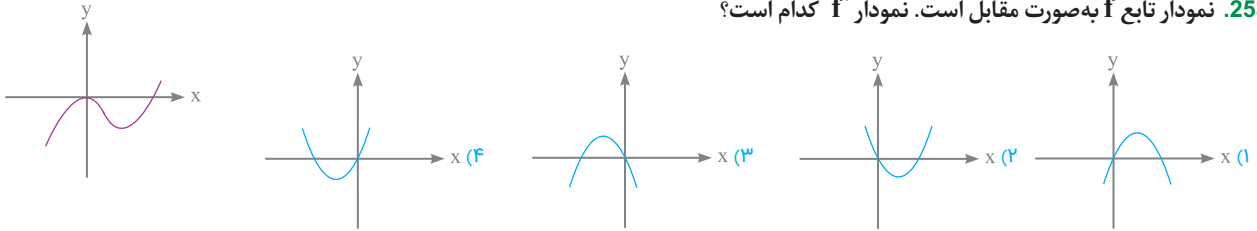


خرید آنلاین در [gajmarket.com](http://gajmarket.com)

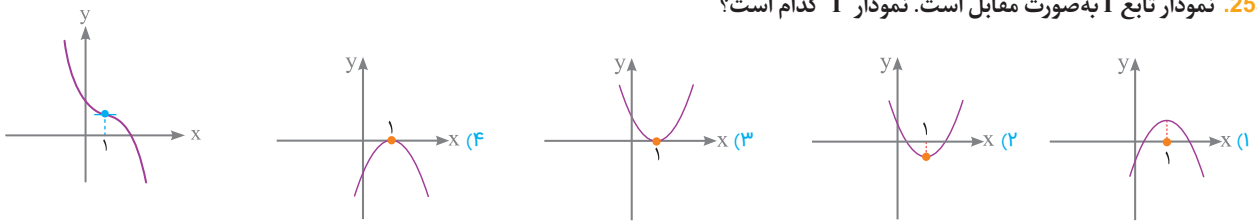
2530. نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل است. نمودار  $f'$  کدام است؟



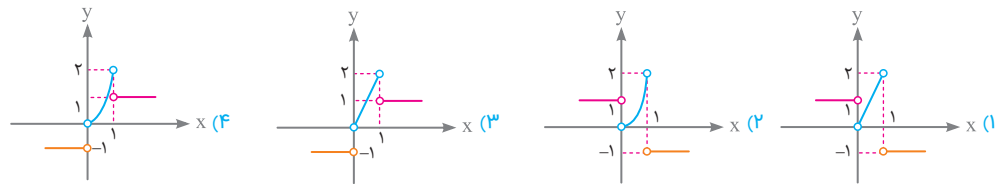
2531. نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل است. نمودار  $f'$  کدام است؟



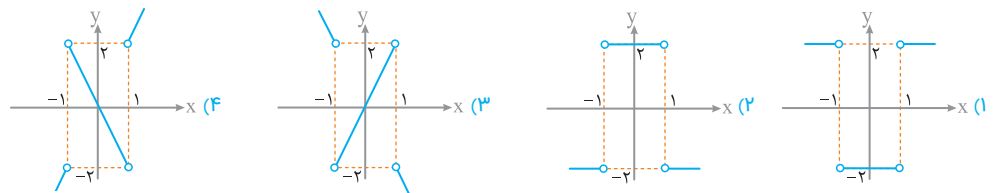
2532. نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل است. نمودار  $f'$  کدام است؟



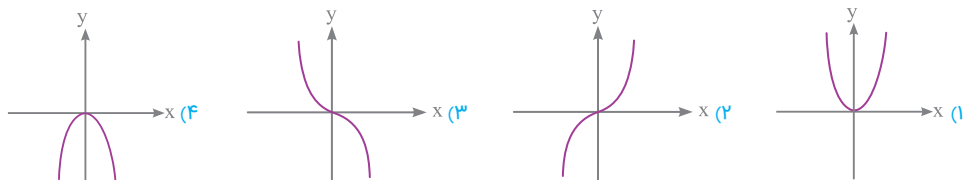
2533. نمودار تابع مشتق کدام است؟  
 $f(x) = \begin{cases} x+2 & ; x < 0 \\ x^2 & ; 0 \leq x \leq 1 \\ -x+2 & ; x > 1 \end{cases}$



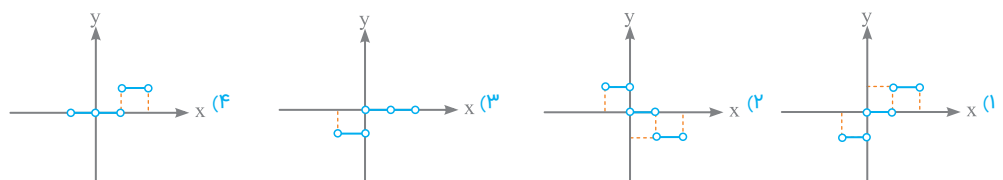
2534. نمودار  $f(x) = |x^2 - 1|$  باشد، نمودار  $f'$  کدام است؟

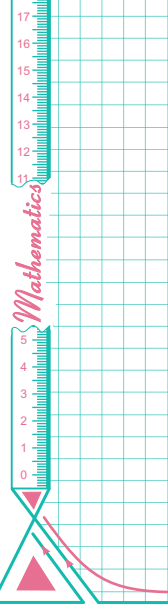


2535. نمودار تابع  $f(x) = x^2|x|$  باشد، نمودار  $f'$  کدام است؟

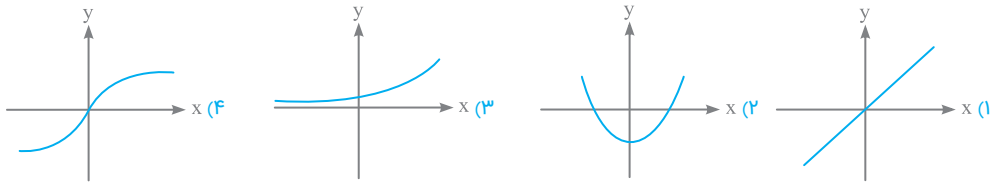


2536. نمودار تابع  $f(x) = x[x]$  در بازه  $(-1, 2)$  باشد، نمودار  $f'$  کدام است؟

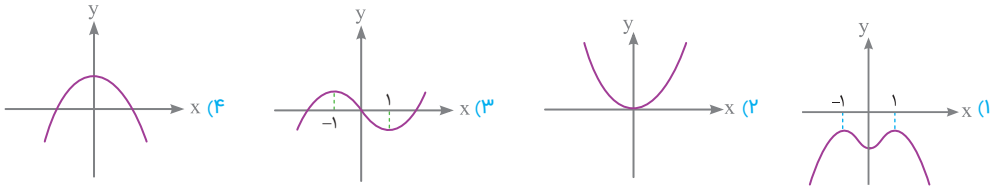




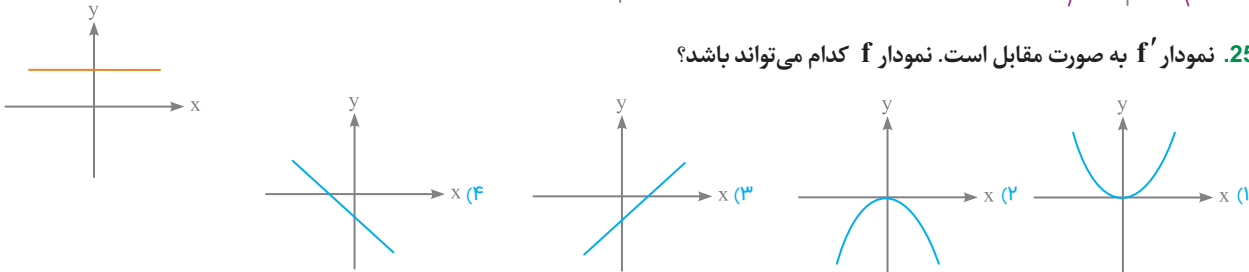
2537. اگر  $f$  تابعی اکیداً صعودی باشد، نمودار  $f'$  کدام می‌تواند باشد؟



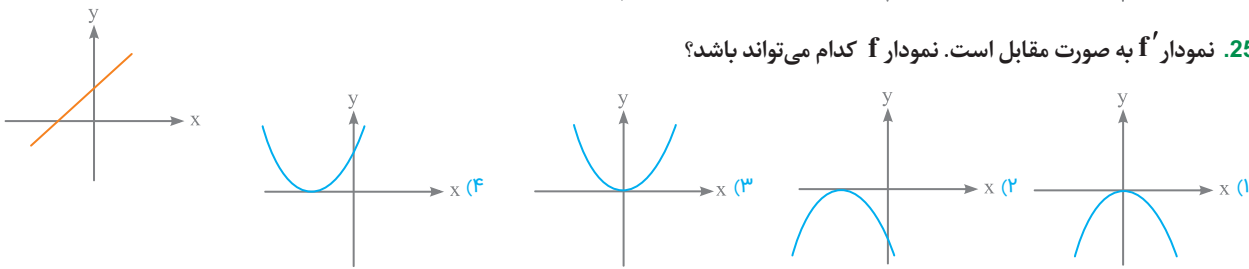
2538. نمودار مشتق کدام تابع، محور  $x$  ها را در نقاط بیشتری قطع می‌کند؟



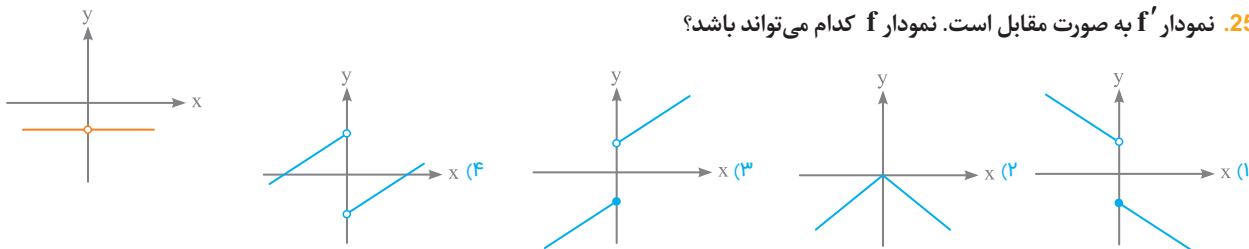
2539. نمودار  $f'$  به صورت مقابل است. نمودار  $f$  کدام می‌تواند باشد؟



2540. نمودار  $f'$  به صورت مقابل است. نمودار  $f$  کدام می‌تواند باشد؟



2541. نمودار  $f'$  به صورت مقابل است. نمودار  $f$  کدام می‌تواند باشد؟



2542. نمودار تابع  $f'$  به صورت مقابل است. ضابطه تابع  $f$  کدام می‌تواند باشد؟

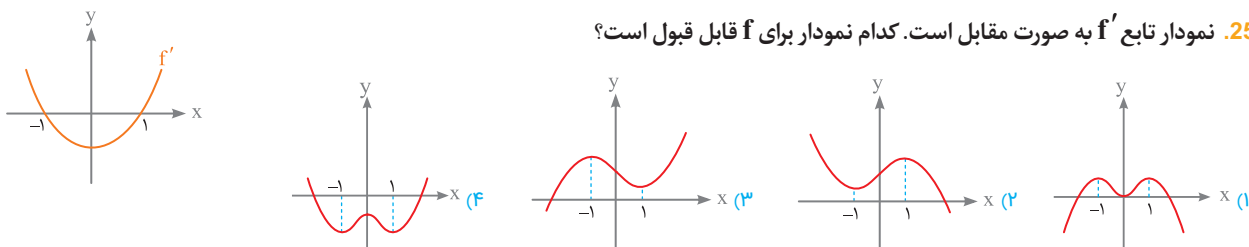
$$f(x) = \begin{cases} x+2; & x \geq 0 \\ x-1; & x < 0 \end{cases} \quad (1)$$

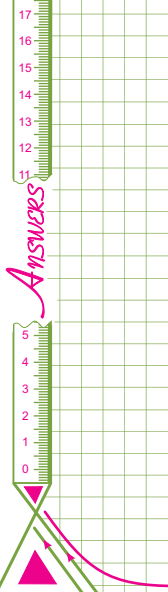
$$f(x) = \begin{cases} 2x+3; & x \geq 0 \\ -x+1; & x < 0 \end{cases} \quad (2)$$

$$f(x) = \begin{cases} x-1; & x > 0 \\ x+2; & x < 0 \end{cases} \quad (3)$$

$$f(x) = \begin{cases} -x+3; & x > 0 \\ 2x+1; & x < 0 \end{cases} \quad (4)$$

2543. نمودار تابع  $f'$  به صورت مقابل است. کدام نمودار برای  $f$  قابل قبول است؟





994 ابتدا  $f(\frac{\pi}{4})$  را محاسبه می‌کنیم:

$$f(\frac{\pi}{4}) = \sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$g(f(\frac{\pi}{4})) = g(\frac{\sqrt{2}}{2}) = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{1 - (\frac{\sqrt{2}}{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{1 - \frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$$

995 با توجه به ضابطه  $f$ ، مقدار  $f(-2)$  برابر 4 است، پس:

$$g(f(-2)) = g(4) = 2 \times 4 - 1 = 7$$

996 ابتدا ضابطه  $g$  را به صورت  $g(x) = (x+1)^2$  می‌نویسم و سپس مقادیر  $f(1-\sqrt{2})$  و  $g(1-\sqrt{2})$  را به دست می‌آوریم:

$$1) f(1-\sqrt{2}) = |1-\sqrt{2}| = \sqrt{2} - 1$$

$$2) g(1-\sqrt{2}) = (1-\sqrt{2}+1)^2 = (2-\sqrt{2})^2 = 6 - 4\sqrt{2}$$

$$f(g(1-\sqrt{2})) - g(f(1-\sqrt{2})) = f(6-4\sqrt{2}) - g(\sqrt{2}-1) = |6-4\sqrt{2}| - (\sqrt{2}-1+1)^2 = 6-4\sqrt{2} - 2 = 4(1-\sqrt{2})$$

997 ابتدا  $f(\sqrt{3}-1)$  را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = |x-1| + |2x+1| \Rightarrow f(\sqrt{3}-1) = |\sqrt{3}-2| + |2(\sqrt{3}-1)+1| = 2\sqrt{3}-1$$

$$\Rightarrow f(\sqrt{3}-1) = (2-\sqrt{3}) + (2\sqrt{3}-1) = \sqrt{3} + 1$$

حال با جایگذاری  $\sqrt{3}+1$  در تابع  $g$  داریم:

$$g(f(\sqrt{3}-1)) = g(\sqrt{3}+1) = [-(\sqrt{3}+1)+1] = [-\sqrt{3}] = -2$$

998 با توجه به نمودار  $f(2) = 0$  و در نتیجه  $f(f(2)) = f(0) = 2$  است،

پس  $f(f(a)) = 3$  می‌باشد. حال با توجه به نمودار  $f(-2) = 3$  است، پس می‌توان نتیجه گرفت  $f(a) = -2$  است. از آنجایی که  $f(3) = -2$  است، پس  $a = 3$  است.

999 ابتدا  $g(f(a)) = 5$  را با فلش نمایش می‌دهیم:

$$a \xrightarrow{f} \bigcirc \xrightarrow{g} 5 \Rightarrow (a, \bigcirc) \in f, (\bigcirc, 5) \in g$$

حال چون زوج مرتب  $(6, 5)$  در تابع  $g$  وجود دارد، پس  $\bigcirc = 6$  بوده و در نتیجه  $f(a) = 6 \Rightarrow a + \sqrt{a} = 6 \Rightarrow a = 4$  است:

1000 می‌دانیم  $g(9) = 6$  است. از آنجایی  $g(9) = \sqrt{9} + 2 = 5$  است، پس:

$$f(g(9)) = 6 \Rightarrow f(5) = 6 \Rightarrow a(5)^2 + 1 = 6 \Rightarrow 25a = 5 \Rightarrow a = \frac{1}{5}$$

$$f(x) = \frac{1}{5}x^2 + 1 \Rightarrow f(2) = \frac{1}{5}(2)^2 + 1 = \frac{4}{5} + 1 = \frac{9}{5}$$

1001 ابتدا باید مقدار  $g(8)$  را به دست آوریم:

$$g(8) = \sqrt{8+1} + 3 = 6$$

$$f(g(8)) = 26 \Rightarrow f(6) = 26 \Rightarrow 36a + 2 = 26$$

$$36a = 24 \Rightarrow a = \frac{2}{3}$$

1002 با توجه به صورت سؤال داریم:

$$(4, 2) \in fog \Rightarrow \bigcirc \xrightarrow{g} 4 \xrightarrow{f} \bigcirc \Rightarrow (\bigcirc, 2) \in f, (4, \bigcirc) \in g$$

چون  $(2, 2) \in f$  پس  $\bigcirc = 2$ ، پس  $(4, 2) \in g$  و در نتیجه  $a = 4$  است. از طرفی:

$$(4, 1) \in gof \Rightarrow \bigcirc \xrightarrow{f} 4 \xrightarrow{g} \bigcirc \Rightarrow (4, \bigcirc) \in f, (\bigcirc, 1) \in g$$

با توجه به این‌که  $(4, 5) \in f$  پس  $\bigcirc = 5$  است؛ بنابراین  $(5, 1) \in g$  و در نتیجه  $b = 5$  خواهد بود. در نتیجه دوتایی  $(a, b)$  به صورت  $(4, 5)$  است.

1003 چون  $(a, 2) \in fog$  پس  $f(g(a)) = 2$  است. حال باید ضابطه  $f$  را برابر 2 بگذاریم:

$$f(x) = \frac{x}{x+1} = 2 \Rightarrow 2x + 2 = x \Rightarrow x = -2$$

پس  $g(a) = -2$  بوده و با توجه به این‌که  $(1, -2) \in g$  پس  $a = 1$  است.

1004 اگر  $f(x) = (x+4)^2$  و  $g(x) = 2x-1$  باشند، آنگاه:

$$f(g(x)) = (2x-1+4)^2 = (2x+3)^2$$

1005 اگر  $f(x) = -\frac{1}{x}$  و  $g(x) = x^2 - 2x + 3$  باشند، آنگاه:

$$f(g(x)) = \frac{-1}{x^2 - 2x + 3} = \frac{1}{-x^2 + 2x - 3}$$

1006 تابع  $f$  از زوج مرتب‌هایی تشکیل شده است که مولفه اول آن‌ها  $x$  و مولفه دوم آن‌ها  $2x-1$  است و این  $x$  ها اعضای مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  هستند، پس:

$$f = \{(1, 1), (2, 3), (3, 5), (4, 7), (5, 9)\}$$

حال تابع  $f \circ f$  را تشکیل می‌دهیم:

$$1 \xrightarrow{f} 1 \xrightarrow{f} 1$$

$$2 \xrightarrow{f} 3 \xrightarrow{f} 5$$

$$3 \xrightarrow{f} 5 \xrightarrow{f} 9 \Rightarrow f \circ f = \{(1, 1), (2, 5), (3, 9)\}$$

$$4 \xrightarrow{f} 7 \xrightarrow{f} x$$

$$5 \xrightarrow{f} 9 \xrightarrow{f} x$$

1007 ضابطه تابع را تشکیل می‌دهیم:

$$f(f(x)) = 2 - |f(x) - 2| = 2 - |2 - |x - 2|| = 2 - |x - 2| = f(x)$$

در تابع  $g$ ، به جای همه  $x$  ها،  $f(x)$  قرار می‌دهیم:

$$g(f(x)) = \frac{2f(x)+2}{2-f(x)} = \frac{2(\frac{2x-1}{x+1})+2}{2-(\frac{2x-1}{x+1})} = \frac{4x-2+2}{2-\frac{2x-1}{x+1}}$$

$$g(f(x)) = \frac{4x-2+2x+2}{2x+2-2x+1} = \frac{6x}{3} = 2x$$

با جایگذاری  $x = 2$  در تابع  $g \circ f$  داریم:

$$g(f(2)) = g(1) = 4$$

تنها گزینه‌ای که به ازای  $x = 2$  برابر 4 می‌شود، گزینه 4 است.



**1016** ابتدا توابع  $f \circ g$  و  $g \circ f$  را تشکیل می‌دهیم:

$1 \xrightarrow{f} -1 \xrightarrow{g} 0$   
 $2 \xrightarrow{f} 3 \xrightarrow{g} x$   $\Rightarrow g \circ f = \{(1, 0), (0, 5)\}$   
 $0 \xrightarrow{f} -2 \xrightarrow{g} 5$

$1 \xrightarrow{g} 2 \xrightarrow{f} 3$   
 $-1 \xrightarrow{g} 0 \xrightarrow{f} -2$   $\Rightarrow f \circ g = \{(1, 3), (-1, -2)\}$   
 $-2 \xrightarrow{g} 5 \xrightarrow{f} x$

با توجه به این‌که اشتراک دامنه توابع  $f \circ g$  و  $g \circ f$  برابر  $\{1\}$  است، پس:

$f \circ g + g \circ f = \{(1, 3+0)\} = \{(1, 3)\}$

**1017** از آن جایی که اشتراک دامنه توابع  $f$  و  $g$  به صورت  $\{2, 4\}$  است، پس:

$f \times g = \{(2, -2 \times 2), (4, 1 \times 2)\} = \{(2, -4), (4, 2)\}$

حال تابع  $f \circ g$  را تشکیل می‌دهیم و داریم:

$-1 \xrightarrow{g} 4 \xrightarrow{f} 1$   
 $2 \xrightarrow{g} 3 \xrightarrow{f} x$   $\Rightarrow f \circ g = \{(-1, 1), (4, -2)\}$   
 $4 \xrightarrow{g} 2 \xrightarrow{f} -2$

$f \times g + f \circ g = \{(4, 0)\} \Rightarrow$  برد تابع  $\{0\}$

**1018** ابتدا توابع  $f(1-x)$  و  $f(1+x)$  را تشکیل می‌دهیم:

$f(1+x) = (1+x)^2 \underbrace{(2-(1+x))}_{1-x}^2 = ((1+x)(1-x))^2 = (1-x^2)^2$   
 $f(1-x) = (1-x)^2 \underbrace{(2-(1-x))}_{1+x}^2 = ((1-x)(1+x))^2 = (1-x^2)^2$

چون ضابطه این دو تابع یکسان است، پس تفاضل آن‌ها برابر صفر است.

با جایگذاری عدد دلخواه  $x=1$  خواهیم داشت:  $f(2) - f(0) = 0$ ؛ بنابراین فقط گزینه 1 می‌تواند جواب باشد.

**1019**

$f(x^2) - 2f(x) + 1 = \frac{x^2}{x^2-1} - \frac{2x}{x-1} + 1 = \frac{x^2 - 2x(x+1) + x^2 - 1}{x^2-1}$   
 $= \frac{-2x-1}{x^2-1} = \frac{2x+1}{1-x^2}$

با جایگذاری عدد دلخواه  $x=2$  مقدار تابع  $\frac{5}{3} -$  به دست می‌آید، پس گزینه 3 درست است.

**1020** ابتدا ضابطه تابع  $f \circ g$  را به دست می‌آوریم:

$(f \circ g)(x) = 2(x^2-1) - 2 = 2x^2 - 4$

$(f \circ g)(x) = 0 \Rightarrow 2x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

**1021** ابتدا ضابطه  $g \circ f$  را تشکیل می‌دهیم:

$g(f(x)) = |2x - 6 + 1| = |2x - 5|$

حال معادله  $(g \circ f)(x) = 3x - 1$  را حل می‌کنیم:

$|2x - 5| = 3x - 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 5 = 3x - 1 \Rightarrow x = -4 \\ 2x - 5 = 1 - 3x \Rightarrow 5x = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{5} \end{cases}$

بنابراین معادله دارای یک جواب صحیح است.

**1009** با داشتن  $f(x) = \sqrt{x^2-9}$  و  $g(x) = \sqrt{x^2+1}$  توابع  $f \circ g$  و  $g \circ f$  را به دست می‌آوریم:

$f(g(x)) = \sqrt{(\sqrt{x^2+1})^2 - 9} = \sqrt{x^2+1-9} = \sqrt{x^2-8}$   
 $g(f(x)) = \sqrt{(\sqrt{x^2-9})^2 + 1} = \sqrt{x^2-9+1} = \sqrt{x^2-8}$

بنابراین  $(f \circ g)(x) - (g \circ f)(x) = 0$  است.

**1010** با داشتن توابع  $f(x) = x+a$  و  $g(x) = x^2+bx$  تابع  $f(g(x))$  را به دست می‌آوریم:

$f(g(x)) = (x^2+bx) + a$

با مقایسه  $f \circ g$  در صورت سؤال و این تابع، مقادیر  $b=4$  و  $a=1$  به دست می‌آیند، پس  $a+b=5$  است.

**1011** با توجه به ضابطه  $f$ ، تابع  $f \circ f$  را به دست می‌آوریم:

$f(f(x)) = f(2x+a) = 2(2x+a) + a = 4x + 3a$

از طرفی با توجه به صورت سؤال  $(f \circ f)(x) = 4x - 6$  است، پس:

$3a = -6 \Rightarrow a = -2$

**1012** با توجه به شکل، تابع‌های  $f$  و  $g$  خطی هستند. شیب تابع  $f$  برابر  $\frac{2}{1} = 2$  و عرض از مبدأ آن نیز برابر 2 است، پس  $f(x) = 2x + 2$ .

از طرفی شیب تابع  $g$  برابر  $-\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$  و عرض از مبدأ آن برابر 2 است، پس:

$g(x) = -\frac{1}{2}x + 2$

$f(g(x)) = 2(-\frac{1}{2}x + 2) + 2 = -x + 6$

**1013** می‌دانیم  $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$  است، پس:

$f(g(x)) = \frac{1}{1 + (\tan x)^2} = \frac{1}{\frac{1}{\cos^2 x}} = \cos^2 x$

**1014** ضابطه تابع  $f \circ g$  را به دست می‌آوریم:

$f(g(x)) = g(x) - \sqrt{g(x)} = \sin^4 x - \sqrt{\sin^4 x} = \sin^4 x - \sin^2 x$   
 $= \sin^2 x (\sin^2 x - 1) = -(\sin x \cos x)^2 = -(\frac{1}{2} \sin 2x)^2 = -\frac{1}{4} \sin^2 2x$

در تابع مرکب  $x = \frac{\pi}{4}$  جایگذاری می‌کنیم:

$f(g(\frac{\pi}{4})) = f(\frac{1}{4}) = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$

تنها گزینه‌ای که به ازای  $x = \frac{\pi}{4}$  برابر  $-\frac{1}{4}$  می‌شود گزینه 1 است.

**1015** ابتدا ضابطه توابع  $f \circ g$  و  $g \circ f$  را به دست می‌آوریم:

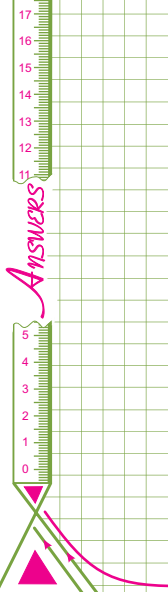
$f(g(x)) = 1 - 3(x+2) = -3x - 5$   
 $g(f(x)) = (1-3x) + 2 = -3x + 3$

حال مقدار  $f(f(1))$  را به دست می‌آوریم. از طرفی  $f(1) = -2$  و در نتیجه:

$f(f(1)) = f(-2) = 1 - 3(-2) = 7$

$f(g(x)) + g(f(x)) = 7 \Rightarrow (-3x - 5) + (-3x + 3) = 7$

$\Rightarrow -6x - 2 = 7 \Rightarrow -6x = 9 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$



1022 ابتدا ضابطه  $f \circ g$  را تشکیل می‌دهیم:

$$f(g(x)) = \left(\frac{x-3}{2}\right)^2 + \left(\frac{x-3}{2}\right) - 2 = \frac{x^2 - 4x - 5}{4}$$

می‌دانیم عرض نقاطی از نمودار تابع که زیر محور  $x$  ها قرار می‌گیرند، منفی است:

$$\frac{x^2 - 4x - 5}{4} < 0 \Rightarrow (x+1)(x-5) < 0 \Rightarrow -1 < x < 5$$

چون  $x=0$  و  $x=4$  در نامعادله  $f(g(x)) < 0$  صدق می‌کنند؛ پس گزینه ۲ درست است.

1023 با توجه به توابع  $f(x) = x^2 - 4x$  و  $g(x) = \sqrt{x+4}$  داریم:

$$g(f(x)) = \sqrt{x^2 - 4x + 4} = \sqrt{(x-2)^2} = |x-2|$$

حال نقاط برخورد تابع  $g \circ f$  و خط  $y=1$  را به دست می‌آوریم:

$$|x-2|=1 \Rightarrow \begin{cases} x-2=1 \Rightarrow x=3 \\ x-2=-1 \Rightarrow x=1 \end{cases} \Rightarrow \text{فاصله} = 3-1=2$$

1024 ابتدا ضابطه  $f \circ g$  را تشکیل می‌دهیم:

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = (2g(x) - 3)^2 = (2(x+2) - 3)^2 = (2x+1)^2$$

برای یافتن طول نقطه تلاقی دو تابع  $f$  و  $f \circ g$  ضابطه‌های دو تابع را برابر قرار می‌دهیم:

$$(2x+1)^2 = (2x-3)^2 \Rightarrow \begin{cases} 2x+1=2x-3 \Rightarrow 1=-3 \times \\ 2x+1=-2x+3 \Rightarrow 4x=2 \Rightarrow x=\frac{1}{2} \end{cases}$$

با جایگذاری گزینه‌ها در معادله  $(f \circ g)(x) = f(x)$  به جواب  $x = \frac{1}{2}$  می‌رسیم.

1025 با توجه به  $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$  و  $g(x) = x+4$  ضابطه‌های  $(g \circ f)(x)$  و  $(f \circ g)(x)$  را به دست آورده و معادله  $(g \circ f)(x) = (f \circ g)(x)$  را حل می‌کنیم:

$$(1) (g \circ f)(x) = g(f(x)) = \frac{2x-1}{x+2} + 4 = \frac{2x-1+4(x+2)}{x+2} = \frac{6x+7}{x+2}$$

$$(2) (f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{2(x+4)-1}{(x+4)+2} = \frac{2x+7}{x+6}$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{6x+7}{x+2} = \frac{2x+7}{x+6} \Rightarrow (6x+7)(x+6) = (2x+7)(x+2)$$

$$6x^2 + 43x + 42 = 2x^2 + 11x + 14$$

$$4x^2 + 32x + 28 = 0 \Rightarrow x^2 + 8x + 7 = 0 \Rightarrow x = -1, x = -7$$

$a+c=b$

1026 ابتدا ضابطه  $g \circ f$  را تشکیل می‌دهیم:

$$g(f(x)) = -\frac{1}{2}f(x) + 2 = -\frac{1}{2}(x^2 + 3x) + 2 = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2$$

می‌دانیم عرض نقاطی از منحنی تابع که بالای محور  $x$  ها قرار می‌گیرند، مثبت است:

$$-\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 2 > 0 \xrightarrow{\times(-2)} x^2 + 3x - 4 < 0 \Rightarrow -4 < x < 1$$

$(x-1)(x+4)$

چون  $x = -\frac{7}{2}$  در نامعادله  $g(f(x)) > 0$  صدق می‌کند؛ پس گزینه ۱ درست است.

1027 چون نمودار تابع  $f$  محور  $x$  ها را در دو نقطه با طول‌های ۶ و  $-\frac{1}{4}$  قطع پس  $f(6) = 0$  و  $f(-\frac{1}{4}) = 0$  است. حال برای مشخص کردن محل برخورد نمودار تابع  $f \circ g$  با محور  $x$  ها، باید معادله زیر را حل کنیم:

$$f(g(x)) = 0 \Rightarrow \begin{cases} g(x) = 6 \Rightarrow x - \sqrt{x} = 6 \Rightarrow x = 9 \\ g(x) = -\frac{1}{4} \Rightarrow x - \sqrt{x} = -\frac{1}{4} \Rightarrow x = \frac{1}{4} \end{cases}$$

1028 ابتدا ضابطه تابع  $f \circ g$  را به دست می‌آوریم:

$$f(g(x)) = a(1-2x) - 1 = -2ax + a - 1$$

حال چون توابع  $f$  و  $f \circ g$  روی محور  $x$  ها متقاطع‌اند. پس در نقطه‌ای به طول  $x_0$  مقدار این دو تابع برابر صفر است:

$$(1) f(x_0) = 0 \Rightarrow ax_0 - 1 = 0 \Rightarrow x_0 = \frac{1}{a}$$

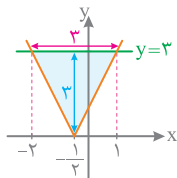
$$(2) (f \circ g)(x_0) = 0 \Rightarrow -2ax_0 + a - 1 = 0 \Rightarrow -2a \times \frac{1}{a} + a - 1 = 0$$

$$a - 3 = 0 \Rightarrow a = 3$$

1029 ابتدا ضابطه تابع  $g \circ f$  را به دست می‌آوریم:

$$g(f(x)) = \sqrt{4(x^2+x)+1} = \sqrt{4x^2+4x+1} = \sqrt{(2x+1)^2} = |2x+1|$$

حال نمودار تابع  $(g \circ f)(x) = |2x+1|$  و خط  $y=3$  را در یک دستگاه مختصات رسم می‌کنیم و محل برخورد آن‌ها را مشخص می‌کنیم:



$$|2x+1|=3 \Rightarrow x = -2, x = 1 \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 3 \times 3 = \frac{9}{2} = 4.5$$

1030 برای به دست آوردن  $f(3)$  باید  $\frac{x-1}{x+1}$  را برابر ۳ قرار دهیم:

$$\frac{x-1}{x+1} = 3 \Rightarrow x-1 = 3x+3 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -2$$

حال با جایگذاری  $x = -2$  در تابع داریم:

$$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = x^2 - x + 2 \xrightarrow{x=-2} f(3) = (-2)^2 - (-2) + 2 = 8$$

1031 باید  $3 - \frac{x}{2} = 1 \Rightarrow \frac{x}{2} = 2 \Rightarrow x = 4$  را برابر قرار دهیم:

حال با جایگذاری  $x = 4$  داریم:

$$f\left(3 - \frac{x}{2}\right) = 4^2 + 5 \times 4 - 1 \Rightarrow f(1) = 35$$

1032 می‌دانیم در تابع  $f \circ g$ ، خروجی‌های تابع  $g$  ورودی‌های تابع  $f$  هستند. از آن جایی که ورودی تابع  $f$  اعداد ۰، ۱، ۲ هستند. پس مقادیر  $g(x)$  باید این اعداد باشد:

$$\frac{x}{x+1} = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow g \rightarrow f \rightarrow 1$$

$$\frac{x}{x+1} = 1 \Rightarrow x+1 = x \Rightarrow 1 = 0 \quad \times$$

$$\frac{x}{x+1} = 2 \Rightarrow 2x+2 = x \Rightarrow x = -2 \Rightarrow g \rightarrow f \rightarrow 3$$

بنابراین تابع  $f \circ g$  برابر است با:

$$f \circ g = \{(0, 1), (-2, 3)\}$$

1040 در تابع  $g$  به جای همه  $x$  ها  $f(x)$  قرار می‌دهیم:

$$g(f(x)) = (f(x))^2 + 6f(x)$$

از طرفی در صورت سؤال  $g(f(x)) = x^2 - 9$  است، بنابراین:

$$(f(x))^2 + 6f(x) = x^2 - 9 \Rightarrow (f(x))^2 + 6f(x) + 9 = x^2$$

$$\Rightarrow (f(x) + 3)^2 = x^2 \Rightarrow \begin{cases} f(x) + 3 = x \Rightarrow f(x) = x - 3 \\ f(x) + 3 = -x \Rightarrow f(x) = -x - 3 \end{cases}$$

1041  $\begin{cases} f(g(l)) = \frac{g(l)}{g(l)+2} \\ f(g(l)) = 1+3 \end{cases} \Rightarrow \frac{g(l)}{g(l)+2} = 4 \Rightarrow g(l) = 4g(l) + 8$

$$\Rightarrow 3g(l) = -8 \Rightarrow g(l) = -\frac{8}{3}$$

1042 طبق صورت سؤال  $f(g(x)) = x + 2$  است؛ پس در تابع  $f$  به جای همه  $x$  ها  $g(x)$  می‌گذاریم و خواهیم داشت:

$$f(g(x)) = \frac{g(x)+1}{g(x)-1} \Rightarrow \frac{g(x)+1}{g(x)-1} = x+2$$

$$g(x)+1 = xg(x)+2g(x)-x-2$$

$$\Rightarrow \frac{xg(x)+g(x)}{(x+1)g(x)} = x+3 \Rightarrow g(x) = \frac{x+3}{x+1}$$

با جایگذاری عدد دلخواه  $x=0$  در تابع  $f \circ g$  می‌توانیم گزینه درست را پیدا کنیم.

1043 در تابع  $f(x)$  به جای همه  $x$  ها  $g(x)$  قرار می‌دهیم:

$$f(g(x)) = \frac{2g(x)+1}{3}$$

از طرفی طبق صورت سؤال  $f(g(x)) = \frac{6x-1}{3}$  است، پس:

$$\frac{2g(x)+1}{3} = \frac{6x-1}{3} \Rightarrow 2g(x)+1 = 6x-1 \Rightarrow g(x) = 3x-1$$

این تست با عددگذاری نیز قابل حل است.

1044  $\begin{cases} f(g(4)) = 4g(4) + 3 \\ f(g(4)) = 12 \times 4 - 1 = 47 \end{cases} \Rightarrow 4g(4) + 3 = 47 \Rightarrow g(4) = 11$

1045 ابتدا با کمک اتحاد مربع کامل، ضابطه توابع  $f$  و  $f \circ g$  را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{9}{4} = (x - \frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4}$$

$$f(g(x)) = x^2 + x + \frac{1}{4} - \frac{9}{4} = (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4}$$

حال در تابع  $f$ ، به جای همه  $x$  ها  $g(x)$  می‌گذاریم:

$$f(g(x)) = (g(x) - \frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4}$$

از طرفی صورت سؤال  $f(g(x)) = (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4}$  است، پس:

$$(g(x) - \frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4} = (x + \frac{1}{2})^2 - \frac{9}{4} \Rightarrow (g(x) - \frac{1}{2})^2 = (x + \frac{1}{2})^2$$

$$\begin{cases} g(x) - \frac{1}{2} = x + \frac{1}{2} \Rightarrow g(x) = x + 1 \\ g(x) - \frac{1}{2} = -x - \frac{1}{2} \Rightarrow g(x) = -x \end{cases}$$

$$\begin{cases} (f+g)(x) = (x^2 - x - 2) + (x+1) = x^2 - 1 \\ (f+g)(x) = (x^2 - x - 2) + (-x) = x^2 - 2x - 2 \end{cases}$$

1033 اگر در ضابطه  $f(x-1) = x+2$  به جای  $x$  بگذاریم  $x+1$  خواهیم داشت:

$$f(x+1-1) = x+1+2 \Rightarrow f(x) = x+3$$

حال  $f(x)$  را برابر  $7$  می‌گذاریم:

$$x+3=7 \Rightarrow x=4 \Rightarrow f(4)=7$$

در نهایت با جایگذاری  $x=4$  در تابع  $f \circ g$  داریم:

$$g(f(4)) = \frac{4+1}{4+3} = \frac{5}{7} \Rightarrow g(7) = \frac{5}{7}$$

1034 با در نظر گرفتن  $g(x) = t$  داریم:

$$2x-3=t \Rightarrow x = \frac{t+3}{2} \Rightarrow f(g(x)) = 4(x^2 - 4x + 5)$$

$$\Rightarrow f(t) = 4\left(\left(\frac{t+3}{2}\right)^2 - 4\left(\frac{t+3}{2}\right) + 5\right) = (t+3)^2 - 8(t+3) + 20$$

با ساده کردن عبارت به دست آمده  $f(t) = t^2 - 2t + 5$  می‌شود که با جایگذاری

$x$  به جای  $t$ ، ضابطه تابع  $f$  به صورت  $f(x) = x^2 - 2x + 5$  خواهد شد.

با جایگذاری عدد دلخواه  $x=0$  در تابع  $f \circ g$  داریم:

$$f(g(0)) = 4 \times 5 = 20 \xrightarrow{g(0)=-3} f(-3) = 20 \Rightarrow \text{گزینه 3}$$

1035 ابتدا ضابطه تابع  $g$  را به دست می‌آوریم. فرض کنیم

$$f(x) = t \Rightarrow 2x+2=t \Rightarrow x = \frac{t-2}{2} \Rightarrow g(f(x)) = 8x^2 + 22x + 20$$

$$\Rightarrow g(t) = 8\left(\frac{t-2}{2}\right)^2 + 22\left(\frac{t-2}{2}\right) + 20 = 2(t-2)^2 + 11(t-2) + 20$$

با ساده کردن عبارت به دست آمده  $g(t) = 2t^2 - t + 5$  خواهد شد که با جایگذاری

$x$  به جای  $t$ ، ضابطه  $g$  به صورت  $g(x) = 2x^2 - x + 5$  خواهد شد. پس:

$$f(g(x)) = 2(2x^2 - x + 5) + 3 = 4x^2 - 2x + 13$$

1036 ضابطه تابع  $f \circ g$  را به دست می‌آوریم:

$$f(g(x)) = 3 - g(x) = 3 - (x^2 + 4x + 2) = -x^2 - 4x + 1$$

تابع  $f \circ g$  یک تابع درجه دوم است که طول رأس آن برابر  $-\frac{b}{2a} = -2$  است

و بیشترین مقدار آن برابر است با:  $f(g(-2)) = -4 - 4(-2) + 1 = 5$

1037 ابتدا  $g(x)$  را برابر  $\frac{1}{4}$  قرار می‌دهیم:

$$\frac{x+1}{x-1} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4x+4 = x-1 \Rightarrow 3x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{3} \Rightarrow g\left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{1}{4}$$

حال  $x = -\frac{5}{3}$  را در تابع  $f \circ g$  جایگذاری می‌کنیم:

$$f\left(g\left(-\frac{5}{3}\right)\right) = -\frac{5}{3} + 1 = -\frac{2}{3} \Rightarrow f\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{2}{3}$$

1038 ابتدا  $f(x)$  را برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$f(x) = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow f(3) = 0$$

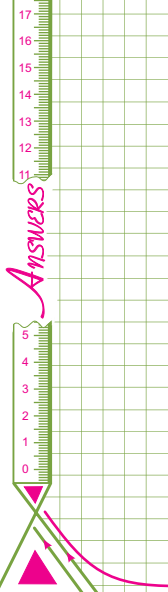
حال  $x=3$  را در تابع  $f \circ g$  جایگذاری می‌کنیم:

$$g(f(3)) = 2(3)^2 - (3) + 1 = 16 \Rightarrow g(0) = 16$$

1039 می‌دانیم  $\tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} - 1$  است، پس  $g(x) = \frac{1}{x^2}$  است.

پس:

$$g(\sqrt{2}-1) = \frac{1}{(\sqrt{2}-1)^2} = \frac{1}{3-2\sqrt{2}} \times \frac{3+2\sqrt{2}}{3+2\sqrt{2}} = 3+2\sqrt{2}$$



**1046** با توجه به این که زوج مرتب‌های  $(2, 0)$  و  $(-1, 3)$  اعضای تابع  $fog$  هستند داریم:  $(2, 0) \in fog \Rightarrow 2 \xrightarrow{g} -2 \xrightarrow{f} 0 \Rightarrow (-2, 0) \in f$   
 $(-1, 3) \in fog \Rightarrow -1 \xrightarrow{g} 0 \xrightarrow{f} 3 \Rightarrow (0, 3) \in f$   
 بنابراین تابع  $f$  باید شامل عضوهای  $(-2, 0)$  و  $(0, 3)$  باشد.

**1047** ابتدا باید ضابطه  $f$  را به دست آوریم. با در نظر گرفتن  $g(x) = t$  داریم:  $2x + 1 = t \Rightarrow x = \frac{t-1}{2} \Rightarrow f(g(x)) = f(2x+1) = 4x^2 - 1$   
 $\Rightarrow f(t) = 4\left(\frac{t-1}{2}\right)^2 - 1 = 4 \times \frac{t^2 - 2t + 1}{4} - 1 = t^2 - 2t$   
 بنابراین  $f(x) = x^2 - 2x$  است. حال می‌توانیم جواب‌های معادله  $f(x) = 2x - 2$  را به دست آوریم:

$$x^2 - 2x = 2x - 2 \Rightarrow x^2 - 4x + 2 = 0 \xrightarrow{\Delta=8} x = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

**1048** با در نظر گرفتن  $g(x) = t$  داریم:

$2x + 1 = t \Rightarrow x = \frac{t-1}{2} \Rightarrow f(g(x)) = f(2x+1) = 8x^2 + 6x + 5$   
 $\Rightarrow f(t) = 8\left(\frac{t-1}{2}\right)^2 + 6\left(\frac{t-1}{2}\right) + 5 = 8\left(\frac{t^2 - 2t + 1}{4}\right) + 3(t-1) + 5$   
 با ساده کردن عبارت به دست آمده  $f(t) = 2t^2 - t + 4$  خواهد شد که با جایگذاری  $x$  به جای  $t$ ، ضابطه تابع  $f$  به صورت  $f(x) = 2x^2 - x + 4$  خواهد بود.  
 در تابع مرکب  $x = 0$  را جایگذاری می‌کنیم:  
 $f(g(0)) = 8(0)^2 + 6(0) + 5 \Rightarrow f(1) = 5$   
 تنها گزینه‌ای که به ازای  $x = 1$  برابر 5 می‌شود گزینه **3** است.

**1049** ابتدا در تابع  $g$ ، به جای همه  $x$ ها،  $f(x)$  قرار می‌دهیم:  
 $g(f(x)) = \frac{f(x)}{f(x)+1}$   
 از طرفی طبق صورت سؤال  $g(f(x)) = \frac{1}{4}x$  است بنابراین:  
 $\frac{f(x)}{f(x)+1} = \frac{1}{4}x \Rightarrow 4f(x) = xf(x) + x \Rightarrow 4f(x) - xf(x) = x$   
 $\Rightarrow f(x)(4-x) = x \Rightarrow f(x) = \frac{x}{4-x}$   
 در تابع مرکب اعداد  $x = 0$  و  $x = 1$  را جایگذاری می‌کنیم:  
 $x = 0 \Rightarrow g(f(0)) = 0 \Rightarrow f(0) = 0$  حذف **1** و **2**  
 $x = 1 \Rightarrow g(f(1)) = \frac{1}{4} \Rightarrow f(1) = 1$  حذف **3**

**1050** ابتدا  $g(x)$  را برابر 3 قرار می‌دهیم:  
 $g(x) = 2x - 1 = 3 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow g(2) = 3$   
 حال  $x = 2$  را در تابع  $fog$  جایگذاری می‌کنیم:  
 $x = 2 \Rightarrow (fog)(2) = \frac{2}{2-3} = -2 \Rightarrow f(g(2)) = -2 \xrightarrow{g(2)=3} f(3) = -2$

**1051**

$$\begin{cases} f(g(1)) = \frac{1^2+2}{1^2+1} = \frac{3}{2} \\ f(g(1)) = \frac{g(1)+1}{g(1)-1} \end{cases} \Rightarrow \frac{g(1)+1}{g(1)-1} = \frac{3}{2} \Rightarrow g(1) = 5$$

**1052** فرض کنیم  $t = 2x - 3$  باشد، بنابراین:

$$2x - 3 = t \Rightarrow x = \frac{t+3}{2}$$

$$f(2x-3) = f(t) = 4\left(\frac{t+3}{2}\right)^2 - 14\left(\frac{t+3}{2}\right) + 13$$

حال عبارت به دست آمده را ساده می‌کنیم و در انتها به جای  $t$  مجدداً  $x$  قرار می‌دهیم:

$$f(t) = 4\left(\frac{t^2+6t+9}{4}\right) - 7t - 21 + 13 = t^2 - t + 1 \Rightarrow f(x) = x^2 - x + 1$$

با قرار دادن  $x = 0$  در ضابطه  $f(2x-3)$  داریم:

$$f(0-3) = 4(0)^2 - 14(0) + 13 \Rightarrow f(-3) = 13$$

تنها گزینه‌ای که با قرار دادن  $x = -3$  برابر 13 شود گزینه **4** است.

**1053** با استفاده از تغییر متغیر داریم:

$$x - 3 = t \Rightarrow x = t + 3 \Rightarrow f(t) = (t+3)^2 - 4(t+3) + 5$$

$$f(t) = t^2 + 6t + 9 - 4t - 12 + 5 \Rightarrow f(x) = x^2 + 2x + 2$$

$$f(1-x) = (1-x)^2 + 2(1-x) + 2 \Rightarrow f(1-x) = x^2 - 4x + 5$$

برای عددگذاری در این سؤال ابتدا باید عدد مناسب را به دست آوریم:

$$x - 3 = 1 - x \Rightarrow x = 2 \xrightarrow{\text{جایگذاری در } f(x-3)} f(2-3) = 2^2 - 4 \times 2 + 5 \Rightarrow f(-1) = 1$$

با قرار دادن  $x = 2$  در ضابطه  $f(1-x)$ ، به  $f(-1)$  می‌رسیم و می‌دانیم  $f(-1) = 1$  است، پس گزینه‌ای نشان‌دهنده ضابطه  $f(1-x)$  است که با قرار دادن  $x = 2$  در آن، حاصل برابر 1 شود. در میان گزینه‌ها فقط گزینه **4** این ویژگی را دارد.

اگر ضابطه  $f(0)$  را داشته باشیم، برای مشخص کردن ضابطه  $f(0)$  از طریق عددگذاری، بهترین عدد از حل معادله  $0 = 0$  به دست می‌آید.

**1054** دامنه تابع  $g$  به صورت  $x \geq 0$  است، پس:

$$D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \geq 0 \mid 3 \leq 2\sqrt{x} - 1 \leq 5\}$$

پس باید نامعادله  $3 \leq 2\sqrt{x} - 1 \leq 5$  را حل کنیم:

$$3 \leq 2\sqrt{x} - 1 \leq 5 \Rightarrow 4 \leq 2\sqrt{x} \leq 6 \Rightarrow 2 \leq \sqrt{x} \leq 3 \Rightarrow 4 \leq x \leq 9$$

$$D_{fog} = \{x \geq 0 \mid 4 \leq x \leq 9\} = [4, 9]$$

**1055** به بررسی عبارت‌ها می‌پردازیم:

**الف)** دامنه تابع  $g$  از اشتراک دامنه توابع  $f$  و  $g$  به دست می‌آید، اما دامنه تابع  $fog$  به صورت  $\{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\}$  به دست می‌آید.  
**ب)** دامنه تابع  $fog$  به صورت  $\{x \in D_f \mid f(x) \in D_f\}$  است.  
**پ)** توابع  $fog$  و  $gof$  در حالت کلی برابر نیست.

**1062** با توجه به نمودار  $f(x) = \frac{1}{4}x + 1$  با دامنه  $2 \leq x \leq 4$  است.

پس:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{2 \leq x \leq 4 \mid 2 < \frac{1}{4}x + 1 < 4\}$$

$$= \{2 \leq x \leq 4 \mid 2 < x < 6\} = (2, 4]$$

**1063** با توجه به شکل صورت سؤال،  $f$  تابعی خطی با ضابطه

$$f(x) = x + 2 \text{ و دامنه } [-2, 1] \text{ است. پس:}$$

$$D_{f \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_f\} = \{-2 \leq x \leq 1 \mid -2 \leq f(x) \leq 1\}$$

حال نامعادله  $-2 \leq f(x) \leq 1$  را حل می‌کنیم:

$$-2 \leq x + 2 \leq 1 \Rightarrow -4 \leq x \leq -1$$

از اشتراک بازه‌های به دست آمده نتیجه می‌شود  $D_{f \circ f} = [-2, -1]$  است که شامل **۲ عدد صحیح** است.

**1064** ابتدا دامنه توابع  $f$  و  $g$  را مشخص می‌کنیم. از آن جایی که عبارت

$$D_f = \mathbb{R} \text{ و } x + |x| \text{ به ازای } x > 0 \text{ برابر } 2x \text{ و ازای } x \leq 0 \text{ برابر صفر است، پس } D_f = \mathbb{R}$$

است. در تابع کسری  $g$  نیز مخرج نباید صفر شود پس  $D_g = \mathbb{R} - \{0, 4\}$  است. بنابراین:

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{x+|x|} \neq 0, \sqrt{x+|x|} \neq 4\}$$

تابع  $f$  به ازای  $x \leq 0$  برابر صفر و به ازای  $x = 8$  برابر  $4$  می‌شود، پس:

$$D_{g \circ f} = (0, 8) \cup (8, +\infty)$$

چون  $x = -1$  و  $x = 8$  در تابع  $g \circ f$  صدق نمی‌کنند؛ پس گزینه **۱** درست است.

**1065** ابتدا دامنه تابع‌های  $f$  و  $g$  را تعیین می‌کنیم:

$$f(x) = \sqrt{3-x} \Rightarrow 3-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 3$$

$$g(x) = \log_2(x^2 + 2x) \Rightarrow x(x+2) > 0 \Rightarrow x < -2 \text{ یا } x > 0$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x < -2 \text{ یا } x > 0 \mid \log_2(x^2 + 2x) \leq 3\}$$

بنابراین باید جواب نامعادله  $\log_2(x^2 + 2x) \leq 3$  را مشخص کنیم:

$$\log_2(x^2 + 2x) \leq 3 \Rightarrow x^2 + 2x \leq 2^3 \Rightarrow x^2 + 2x - 8 \leq 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x+4) \leq 0 \Rightarrow -4 \leq x \leq 2$$

بنابراین دامنه  $f \circ g$  برابر می‌شود با:

$$D_{f \circ g} = \{x < -2 \text{ یا } x > 0 \mid -4 \leq x \leq 2\} = [-4, -2) \cup (0, 2]$$

با قرار دادن  $x = -2$  در تابع  $f \circ g$  عبارت جلوی لگاریتم صفر می‌شود، پس

$x = -2$  نباید در دامنه تابع باشد. بنابراین گزینه‌های **۱**، **۲**، **۳** حذف می‌شوند.

**1056** می‌دانیم دامنه تابع  $f$  به صورت بازه  $(0, +\infty)$  است. حال  $f(x)$

را برابر صفر قرار می‌دهیم تا ریشه آن را به دست آوریم:

$$f(x) = \log_3 x - 1 = 0 \Rightarrow \log_3 x = 1 \Rightarrow x = 3$$

پس دامنه تابع  $g$  را تعیین می‌کنیم:

x	0	3	5
f(x)	-	-	+
Δx - x <sup>2</sup>	-	+	+
g(x)	+	-	-

$$g(x) = \sqrt{\frac{f(x)}{\Delta x - x^2}} \Rightarrow \frac{f(x)}{\Delta x - x^2} \geq 0$$

بنابراین دامنه تابع  $g$  به صورت بازه  $[3, 5]$  است. که شامل **دو عدد طبیعی**  $3$  و  $4$  است.

**1057** چون عبارت  $4^x - 2^{x+1}$  در زیر رادیکال با فرجه زوج و در مخرج

کسر قرار دارد، پس باید  $4^x - 2^{x+1} > 0$  باشد، بنابراین:

$$4^x > 2^{x+1} \Rightarrow 2^{2x} > 2^{x+1} \Rightarrow 2x > x+1 \Rightarrow x > 1$$

دامنه این تابع فاقد عدد طبیعی  $1$  است.

**1058** می‌دانیم مخرج کسر تابع  $f$  نباید برابر صفر شود، پس دامنه تابع

$f$  به صورت  $\mathbb{R} - \{0\}$  است. حال دامنه تابع  $f \circ f$  را به دست می‌آوریم:

$$D_{f \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_f\} = \{x \neq 1 \mid \frac{2x+1}{x-1} \neq 1\}$$

$$= \{x \neq 1 \mid 2x+1 \neq x-1\} = \{x \neq 1 \mid x \neq -2\} = \mathbb{R} - \{-2, 1\}$$

**1059** ابتدا دامنه توابع  $f$  و  $g$  را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \frac{2x-1}{x-1}; D_f = \mathbb{R} - \{1\}; g(x) = \frac{3x-4}{x+2}; D_g = \mathbb{R} - \{-2\}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \neq -2 \mid \frac{3x-4}{x+2} \neq 1\}$$

$$= \{x \neq -2 \mid 3x-4 \neq x+2\} = \mathbb{R} - \{-2, 3\} \Rightarrow a+b = -2+3 = 1$$

**1060** ابتدا دامنه توابع  $f$  و  $g$  را به دست می‌آوریم:

$$f(x) = \sqrt{x-1} \Rightarrow x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1$$

$$g(x) = \sqrt{2-x} \Rightarrow 2-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 2$$

$$\Rightarrow D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \geq 1 \mid \sqrt{x-1} \leq 2\}$$

پس باید جواب نامعادله  $\sqrt{x-1} \leq 2$  را به دست آوریم:

$$\sqrt{x-1} \leq 2 \Rightarrow x-1 \leq 4 \Rightarrow x \leq 5$$

پس دامنه تابع  $g \circ f$  برابر است با:

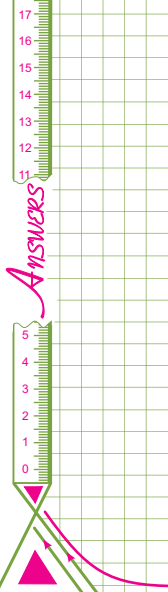
$$D_{g \circ f} = \{x \geq 1 \mid x \leq 5\} = [1, 5]$$

بنابراین دامنه تابع شامل **۵ عدد صحیح** است.

**1061** با توجه به نمودار  $-1 \leq x \leq 2$ ؛  $f(x) = 1$  است، پس:

$$D_{f \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_f\} = \{-1 \leq x \leq 2 \mid -1 \leq 1 \leq 2\} = [-1, 2]$$

بدیهی



**1069** باتوجه به این که در تابع  $f$  عبارت  $1-x$  و در تابع  $g$  عبارت  $x-1$  زیر رادیکال با فرجه ۲ قرار دارند، پس  $D_f = (-\infty, 1]$  و  $D_g = [1, +\infty)$  است، پس:  $D_f = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \geq 1 \mid \sqrt{x-1} \leq 1\}$  حال جواب نامعادله  $\sqrt{x-1} \leq 1$  را به دست می آوریم:

$\sqrt{x-1} \leq 1 \Rightarrow x-1 \leq 1 \Rightarrow x \leq 2$

$\Rightarrow D_{f \circ g} = \{x \geq 1 \mid x \leq 2\} = [1, 2] \Rightarrow a \times b = 2$

**1070** باتوجه به تابع های  $f = \{(1,0), (2,2), (-2,1), (4,4)\}$  و  $g(x) = x + \frac{f}{x}$  داریم:

$1 \xrightarrow{f} 0 \xrightarrow{g} x$

$2 \xrightarrow{f} 2 \xrightarrow{g} 2 + \frac{2}{2} = 4$

$-2 \xrightarrow{f} 1 \xrightarrow{g} 1 + \frac{1}{-2} = \frac{1}{2}$   $\Rightarrow R_{g \circ f} = \{4, \frac{1}{2}\}$

$4 \xrightarrow{f} 4 \xrightarrow{g} 4 + \frac{4}{4} = 5$

بنابراین مجموع اعضای برد تابع  $g \circ f$  برابر  $4+5=9$  است.

**1071** می دانیم نمودار تابع  $f(x) = \sqrt{4-x^2}$  به صورت یک نیم دایره به مرکز مبدأ مختصات و شعاع ۲ است:

بنابراین باید برد تابع  $g(x) = x^2 - 6x + 2$  را به ازای ورودی  $[0, 2]$  به دست آوریم:

$\Rightarrow$  برد  $g \circ f = [-6, 2]$

**1072** می دانیم  $1 < -x < x - [x] \leq 0$  پس  $1 < -x + [x] \leq 0$  بنابراین باید برد تابع  $g(x) = 2^x$  را به ازای مقادیر  $[-1, 0)$  به دست آوریم:

$\Rightarrow$  برد تابع  $g \circ f = (\frac{1}{2}, 1]$

**1073** ضابطه  $f(x-f(x))$  را تشکیل می دهیم:

$f(x-f(x)) = f(x-[x]) = [x-[x]] = [x]-[x] = 0$

**1074** می دانیم  $[x] + [-x]$  به ازای  $x$  های صحیح برابر صفر و به ازای  $x$  های غیر صحیح برابر  $-1$  است، پس دو حالت برای مقادیر  $x$  در نظر می گیریم:

$x \in \mathbb{Z}: g(f(x)) = g(0) = 4$

$x \notin \mathbb{Z}: g(f(x)) = g(-1) = 2$

پس به ازای تمام  $x$  های غیر صحیح تابع  $g \circ f$  برابر ۲ است.

**1066** ابتدا دامنه تابع های  $f$  و  $g$  را تعیین می کنیم:

$f(x) = \frac{1+x^2}{1-x^2} \Rightarrow x \neq \pm 1$

$g(x) = \sqrt{x-x^2} \Rightarrow x(1-x) \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 1$

$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \neq \pm 1 \mid 0 \leq \frac{1+x^2}{1-x^2} \leq 1\}$

حال باید جواب نامعادله  $0 \leq \frac{1+x^2}{1-x^2} \leq 1$  را مشخص کنیم:

1)  $\frac{1+x^2}{1-x^2} \geq 0 \xrightarrow{1+x^2 > 0} 1-x^2 > 0 \Rightarrow x^2 < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$

2)  $\frac{1+x^2}{1-x^2} \leq 1 \Rightarrow \frac{1+x^2}{1-x^2} - 1 \leq 0 \Rightarrow \frac{1+x^2-1+x^2}{1-x^2} \leq 0 \Rightarrow \frac{2x^2}{1-x^2} \leq 0$

$\xrightarrow{2x^2 \geq 0} 1-x^2 < 0 \Rightarrow 1 < x^2 \Rightarrow x > 1$  یا  $x < -1$  یا  $x = 0$

با توجه به اینکه اشتراک جواب های به دست آمده از نامعادله برابر  $x=0$  است، پس:

$D_{g \circ f} = \{x \neq \pm 1 \mid x = 0\} = \{0\}$

$x = \frac{1}{2}$  را در تابع تابع  $g \circ f$  قرار می دهیم:

$g(f(\frac{1}{2})) = g(\frac{5}{3}) = \sqrt{\frac{5}{3} - (\frac{5}{3})^2} = \sqrt{\frac{5}{3}(1-\frac{5}{3})} = \sqrt{-\frac{10}{9}}$

پس  $x = \frac{1}{2}$  نباید در دامنه تابع باشد. بنابراین گزینه های ۱، ۳، ۴ حذف می شوند.

**1067** ابتدا دامنه تابع  $f$  را به دست می آوریم:

$f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x} : 1-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$

$\xrightarrow{x \neq 0} D_f = [-1, 0) \cup (0, 1]$

$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \mid -1 \leq \tan x \leq 1, \tan x \neq 0\}$

با توجه به این که  $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$  است، از  $-1 \leq \tan x \leq 1$  و  $\tan x \neq 0$  نتیجه می گیریم  $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ ،  $x \neq 0$  است، بنابراین دامنه تابع  $f \circ g$  به صورت  $(-\frac{\pi}{4}, 0) \cup (0, \frac{\pi}{4})$  است.

**1068** ابتدا دامنه تابع های  $f$  و  $g$  را تعیین می کنیم:

$f(x) = \frac{x}{\sqrt{-x^2+x+2}} \Rightarrow -x^2+x+2 > 0 \Rightarrow \frac{x^2-x-2}{(x-2)(x+1)} < 0 \Rightarrow -1 < x < 2$

$g(x) = (\frac{1}{4})^x \Rightarrow D_g = \mathbb{R}$

$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < (\frac{1}{4})^x < 2\}$

می دانیم همواره  $1 < (\frac{1}{4})^x$  است. پس کفایت نامعادله  $(\frac{1}{4})^x < 2$  را حل کنیم:

$(\frac{1}{4})^x < 2 \Rightarrow (2^{-2})^x < 2 \Rightarrow 2^{-2x} < 2^1 \Rightarrow -2x < 1 \Rightarrow x > -\frac{1}{2}$

پس دامنه  $f \circ g$  برابر است با:  $D_{f \circ g} = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -\frac{1}{2}\} = (-\frac{1}{2}, +\infty)$

$x = 0$  در تابع  $f \circ g$  صدق می کند، پس ۲ و ۳ حذف می شود.  $x = 1$  نیز در تابع  $f \circ g$  صدق می کند، پس جواب ۱ است.